

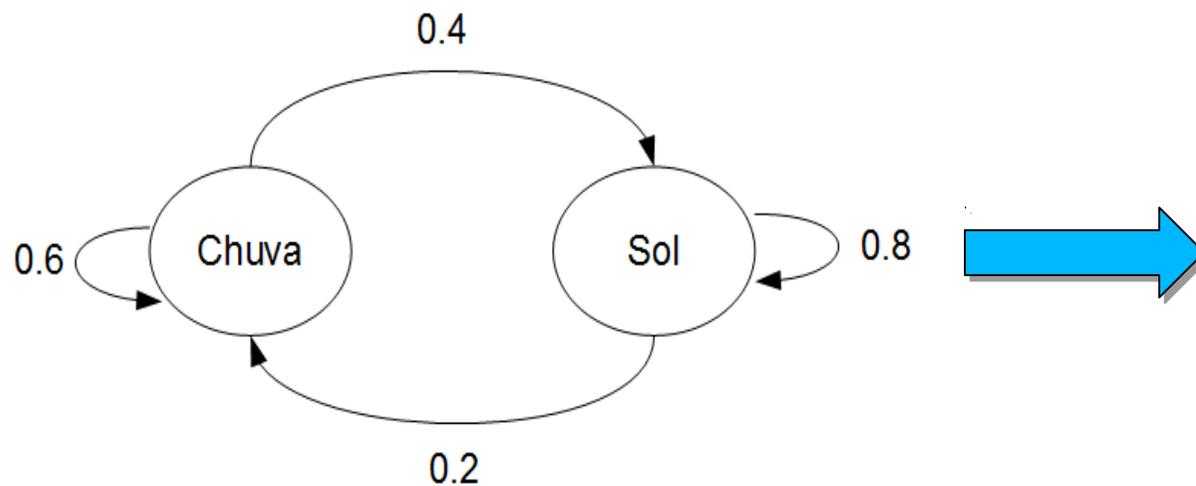
Cadeias de Markov: Modelando o Desempenho e a Disponibilidade de Sistemas

Rubens de Souza Matos Júnior

Cadeias de Markov

Visão simplista:

Máquina de estados, com arcos indicando a probabilidade de transição entre os estados

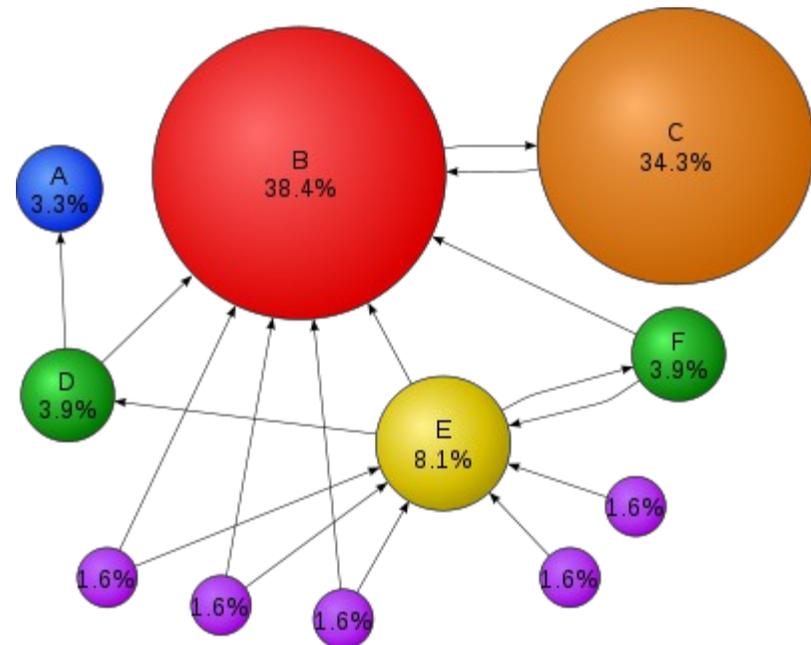
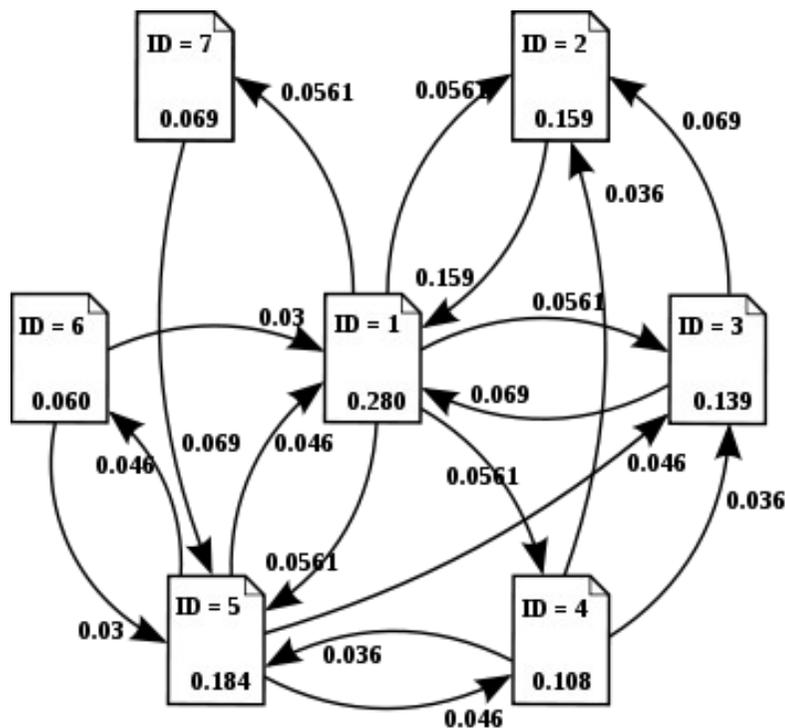


Modelo climático



Cadeias de Markov: Aplicações

Page Rank do Google: Random Surfer



Visão real das cadeias de Markov

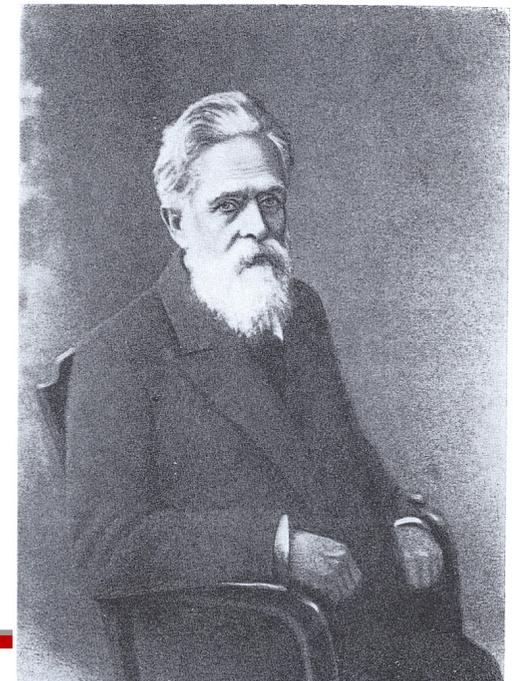


- Modelo matemático
 - Processo aleatório
 - Discreto
 - Contínuo
 - Ausência de memória
 - Distribuição exponencial (CTMC)



A. A. Марков (1886).

A.A. Markov
[1856 - 1922]



A. A. Марков (1918).

A.A. Markov
[1856 - 1922]



Definição formal

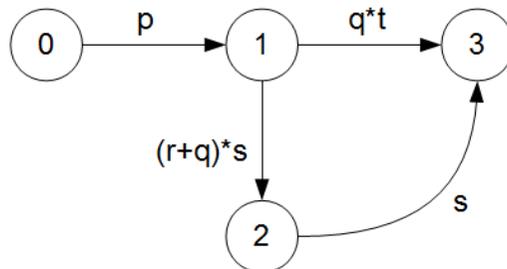


$$\Pr(X_{n+1} = x | X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) = \Pr(X_{n+1} = x | X_n = x_n).$$

$$p_{ij} = \Pr(X_{n+1} = j | X_n = i).$$



Resolução de uma cadeia de Markov



Geração da matriz de taxas

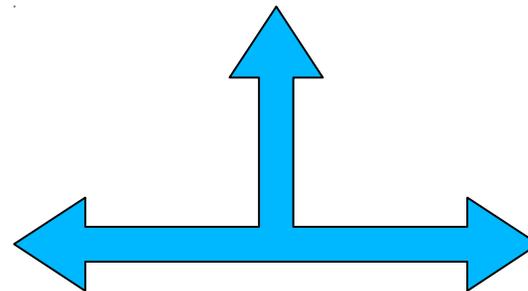
Matriz Q

| | | | |
|----|----|---------|-----|
| -1 | p | 0 | 0 |
| 0 | -1 | (r+q)*s | q*t |
| 0 | 0 | -1 | s |
| 0 | 0 | 0 | -1 |

| Estado | Prob(X, t=2s) |
|--------|---------------|
| 0 | 0.1 |
| 1 | 0.2 |
| 2 | 0.6 |
| 3 | 0.1 |

$$P(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \Pi(i) e^{-qt} \frac{(qt)^i}{i!}$$

$$\underline{\Pi}(i) = \underline{\Pi}(i-1) Q^*$$



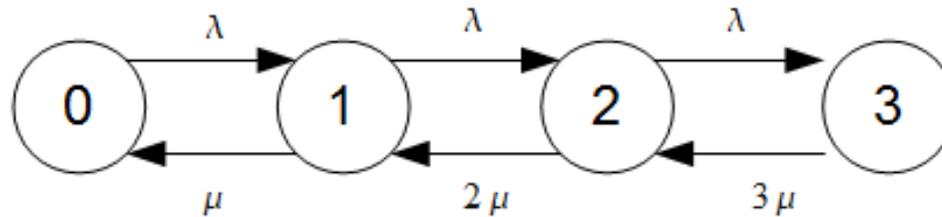
Tipos possíveis de análise



- É possível encontrar medidas
 - Transientes (para um tempo t específico)
 - Quantos servidores estarão ocupados após 1 hora do início do atendimento?
 - Estacionárias (para um intervalo de tempo grande/ tendendo ao infinito)
 - Qual a porcentagem de tempo em que meu sistema estará disponível ao longo do ano?



Modelos para desempenho de sistemas



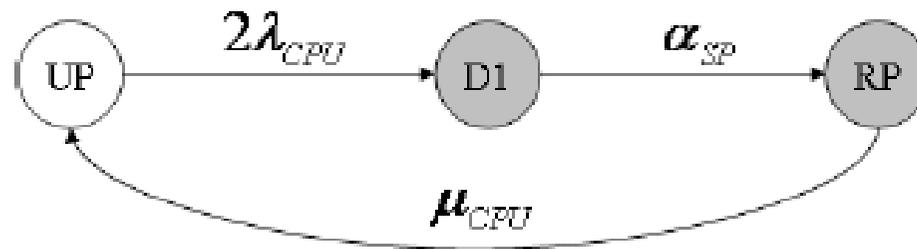
$\lambda = 2$ clientes / minuto

$\mu = 3$ clientes / minuto

Quantidade média de servidores ocupados: 0.6



Modelos para disponibilidade de sistemas



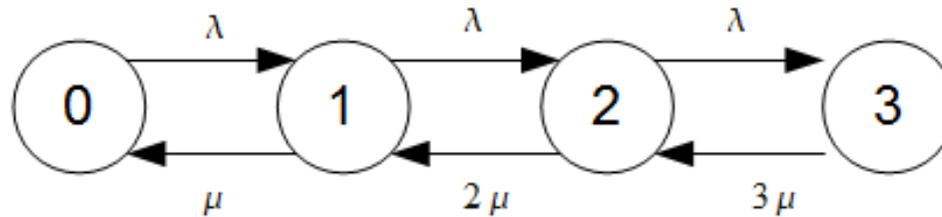
$$\lambda_{CPU} = 1 \text{ falha a cada 2 anos} = 1/17520$$

$$\alpha_{SP} = 1/2 = 0.5$$

$$\mu_{CPU} = 1/0.5 = 2$$

Disponibilidade: 99.9857326 %

Modelos para desempenho de sistemas



$\lambda = 2$ clientes / minuto

$\mu = 3$ clientes / minuto

Quantidade média de servidores ocupados: 0.6



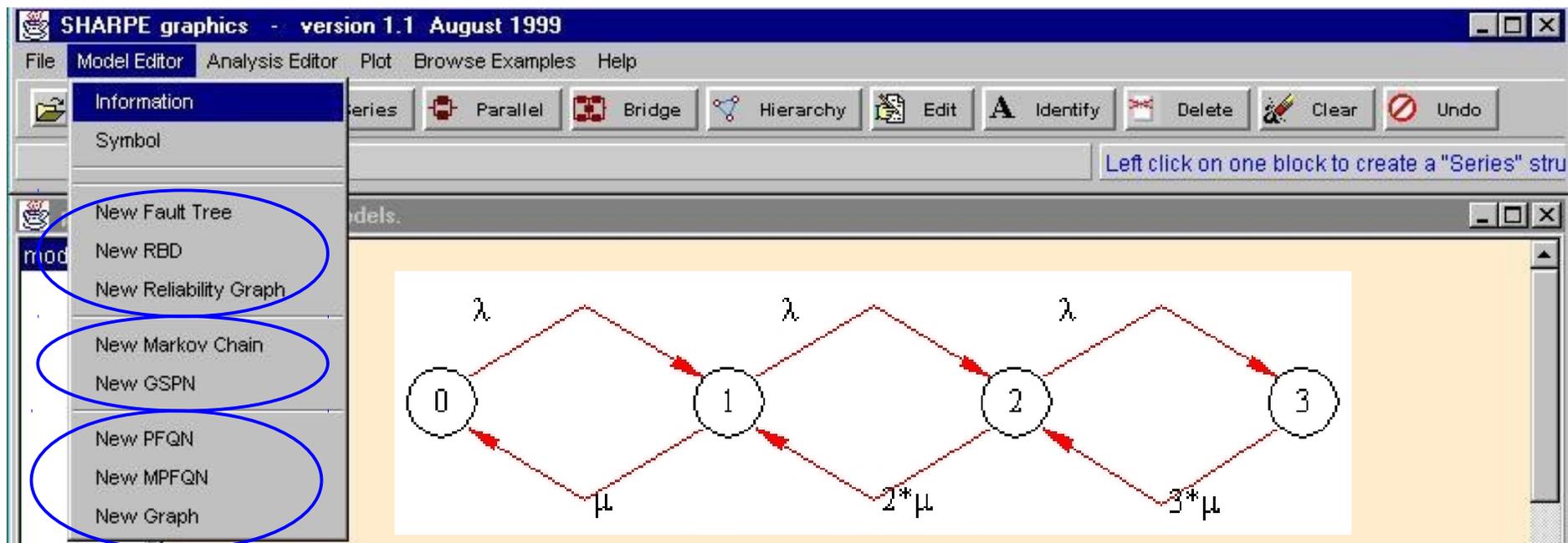
Ferramentas para modelagem com cadeias de Markov



- **SHARPE**
- FaultTree+ (ISOGRAPH)
- PEPA
- MATLAB
- R
- RAM Commander



SHARPE



Symbolic Hierarchical Automated Reliability and Performance Evaluator



SHARPE



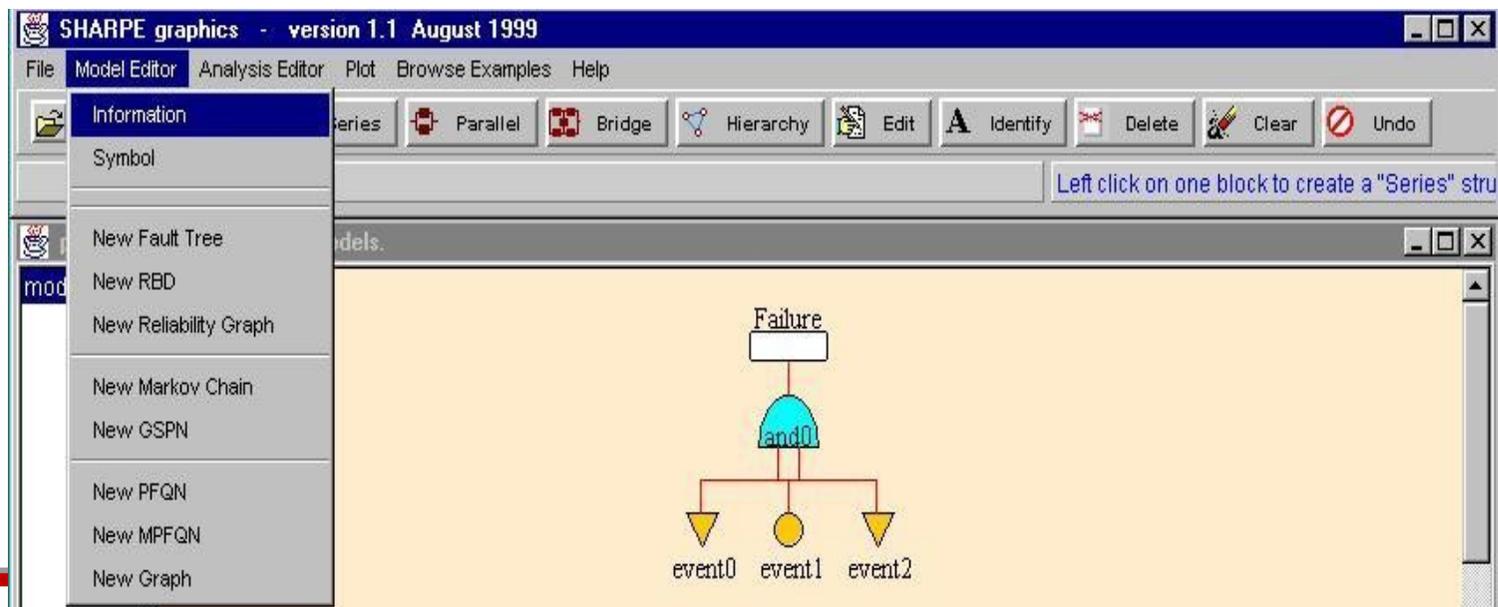
- Desenvolvido pelo grupo do prof. Kishor Trivedi, na Universidade de Duke, NC, USA.
- Duke High Availability Assurance Lab (DHAAL)



SHARPE



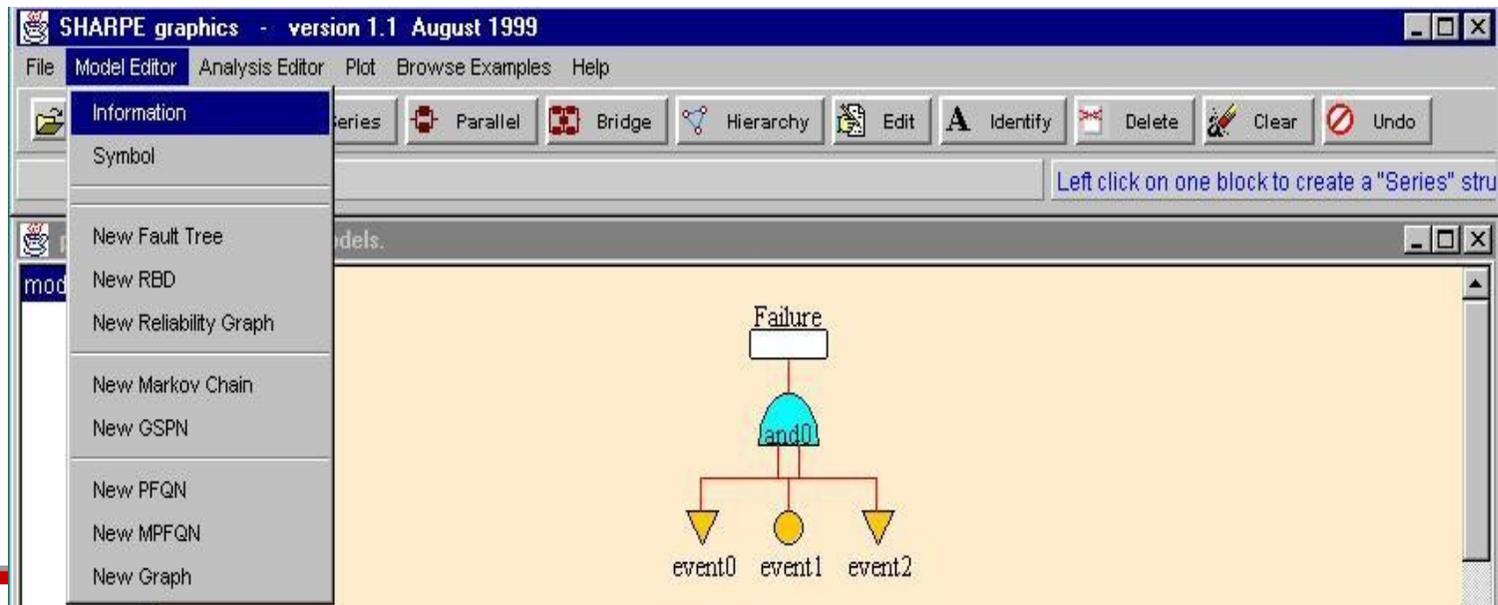
- **Modos de utilização**
 - **GUI (Windows)**
 - **Console: Scripts com linguagem própria (Linux, Windows, Solaris)**



SHARPE



- Sites da ferramenta:
 - http://people.ee.duke.edu/~kst/software_packages.html
 - <http://sharpe.pratt.duke.edu>



Dúvidas

