Autômatos Temporizados

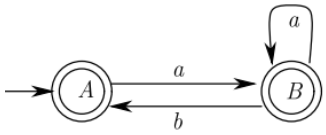
Autômatos Finitos

Modelagem de sistemas através da representação dos estados possíveis

Mudança de estado através da ocorrência de eventos

Modelos representativos:

Autômatos finitos determinísticos e não-determinísticos



Autômatos Finitos Não-Determinísticos

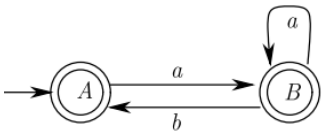
$G_{nd} = (S, E \cup \{\epsilon\}, f, \Gamma, S_0, S_M)$

- S - Conjunto de estados
- $S_0 \subseteq S$ - Conjunto de estados iniciais
- E - Conjunto de eventos (alfabeto)
- $F : S \times E \times S$ - Relação de próximos estados
- $\Gamma: S \rightarrow 2^E$ – Função de eventos factíveis
- $S_m \subseteq S$ – Conjunto de estados marcados

Autômatos Finitos Não-Determinísticos

$G_{nd} = (S, E, f, \Gamma, s_0, S_M)$

- S = {A,B}
- S_0 = {A}
- E – {a,b}
- f (A,a)=B, f(B,a)=B, f(B,b,) = A
- Γ(A) = {a} , Γ(B) = {a,b}
- S_m = {A,B}



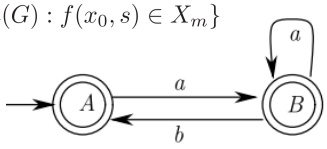
Autômatos Finitos Não-Determinísticos

Linguagem gerada

$$\mathcal{L}(G) := \{s \in E^* : f(x_0, s) \text{ is defined}\}$$

Linguagem Marcada

$$\mathcal{L}_m(G) := \{s \in \mathcal{L}(G) : f(x_0, s) \in X_m\}$$



Autômatos Temporizados

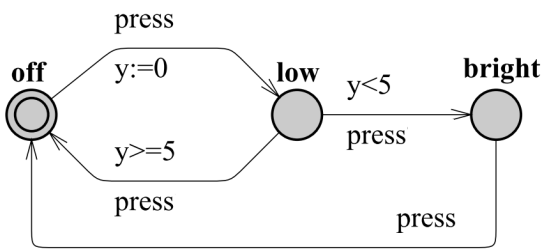
Autômatos finitos estendidos com *clocks/timers* (relógios)

Assume-se um tempo contínuo - $\Re^{+0}$

(A mesma definição pode ser aplicada para tempos discretos - $\aleph$)

Os clocks são incrementados de forma síncrona

Autômatos Temporizados



Autômatos Temporizados

$G_t = (L, l_0, C, E, F, I)$

- L - Conjunto de localizações
- C – Conjunto de *clocks*
- l_0 – Localização inicial
- E – Conjunto de eventos
- $F \subseteq L \times E \times CC_c \times \mathcal{P}(C) \times L$ – Conjunto de arestas entre localizações. $r \in \mathcal{P}(C)$ – os clocks a serem zerados
- $I : L \rightarrow CC_C$ - Mapeamento de invariantes a localizações

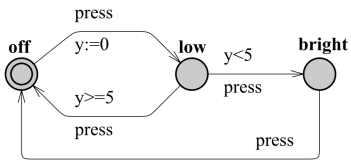
CC_C – Conjunto de restrições de *clock*

$\phi \in CC_C$, $c \in \aleph$, $x,y \in C$

$$\phi ::= \mathit{false} \mid \mathit{true} \mid x \sim c \mid x - y \sim c \mid \phi \wedge \phi$$
$$\sim \in \{<, >, =, \leq, \geq\}$$

Autômatos Temporizados

- L = {off,low,bright}
- C = {y}
- l_0 = off
- E = {press}
- F ={(off,press,true,{y},low), (low,press,y<5,{},bright), (low,press,y>=5,{},bright)), (bright,press,true,{},off)}
- I = {(off,true),(low,true),(bright,true)}



Semântica

Invariantes definem o valor máximo que o tempo pode passar em uma determinada localização.

Uma localização não pode ser acessada caso o invariante seja falso (*strong invariant)*

Atingindo o valor máximo do *invariant*, a mudança torna-se urgente

Guarda na aresta indica quando a mesma estará habilitada

Não obriga a execução aresta (pode ficar permanentemente em uma determinada localização, considerando a violação da guarda)

Semântica

Adoção de um sistema transição temporizado ($S,s_0,\rightarrow$)

- $S \subseteq L \times \Re^C$ - Conjunto de estados
- $s_0 = (l_0,u_0)$ – Estado inicial
- $\rightarrow \subseteq S \times \{\Re^{+0} \cup E\} \times S$, de tal forma que
  - $(l,u) \xrightarrow{d} (l,u+d)$ *if* $\forall d' : 0 \leq d' \leq d \implies u + d' \models I(l)$, *and*
  - $(l,u) \xrightarrow{a} (l',u')$ *if there exists* $e = (l,a,g,r,l') \in E$ *s.t.* $u \models g$, $u' = [r \mapsto 0]u$, *and* $u' \models I(l)$,

Strong Invariant

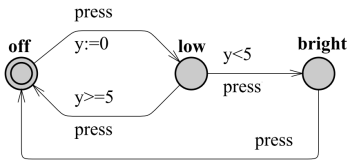
u : C $\rightarrow \Re^{+0}$; $u_0(c) = 0$, $\forall c \in C$; $d \in \Re^{+0}$

$[r \mapsto 0]u$, $\forall c \in r$, atribui o valor 0 e $\forall c \in C \backslash r$ não são afetados

Execução – Sequência ρ. $s_i \in S$, $d_i \in \Re^{+0}$, $a \in E$

$$\rho \triangleq s_0 \xrightarrow{d_0} s_1 \xrightarrow{a_0} s_2 \xrightarrow{d_1} \ldots$$

Semântica



ρ = (off,u(y)=0) $\xrightarrow{3}$ (off,u'(y)=3) $\xrightarrow{press}$ (low,u''(y)=0) $\xrightarrow{0.5}$ (low, u'''(y)=0.5) ...

Estados Simbólicos

O espaço de estados de um autômato temporizado é infinito. As ferramentas adotam estados simbólicos, tais como *Zones*. Um estado simbólico representa um nó no grafo de alcançabilidade

Estado Simbólico *(l, Z)*

- $l \in L$ – uma localização no autômato temporizado
- $\mathbf{Z} \in CC_C$ – *Zona, uma restrição de clock*

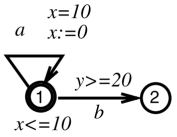
(l,Z) contempla o conjunto {[l,v] | v $\models$ Z }.

Sucessores simbólicos $t = l \xrightarrow{a,g,r} l' \quad Z_t \triangleq r(Z \wedge g) \wedge I(l')$

(l', Z_t) conjunto de todos os estados que podem ser alcançado por estados concreto em *(l,Z)*

$$\forall s' \in (l', Z_t)\,, \exists s \in (l, Z)\,.\, s \xrightarrow{a} s'$$

Estados Simbólicos



$(1, Z_0) \xrightarrow{a} (1, Z_1)$

Z_0= x<= 10 $\wedge$ x = y
Z_1= x<= 10 $\wedge$y <= 20 $\wedge$ y-x = 10

Linguagem Temporizada

Cosiderando uma sequência ρ. $s_i \in S$, $d_i \in \Re^{+0}$, $a \in E$

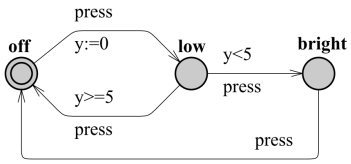
$$\rho \triangleq s_0 \xrightarrow{d_0} s_1 \xrightarrow{a_0} s_2 \xrightarrow{d_1} \cdots$$

A respectiva palavra temporizada (*timed word*) é (a0,t0) (a1,t1)(a2,t2)..., no qual $t_0=d_0$ $t_i = t_{i-1} + d_i$, $i>=1$

A linguagem temporizada $\mathcal{L}_t(G_t)$ é o conjunto de todas palavras temporizadas.

Um autômato com localizações finais podem ser visto como aceitadores de linguagens temporizadas

Semântica



3 press 0.5 press

ρ= *(off,u(y)=0)* → *(off,u'(y)=3)* → *(low,u''(y)=0)* → *(low, u'''(y)=0.5)* → *(bright,u''''(y)=0.5)*

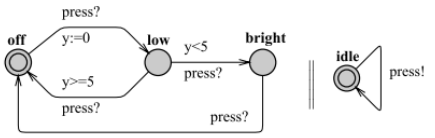
w =(press,3)(press,3.5)

Redes de Autômatos Temporizados

Uma rede de autômatos pode ser definida em termos de composição paralela

O operador é uma extensão do respectivos para autômatos não temporizados

Técnicas *On-the-fly* de geração do sistema de transição temporizado não necessitam da criação do autômato paralelo



(a) Lamp. (b) User.

Composição Paralela

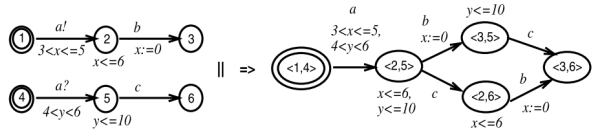
Composição paralela de rede de *n* autômatos $G_i = (L_i, l_i^0, C_i, E_i, F_i, I_i)$
G= (L, l^0,C,E,F, I)

- $l_0 = (l_1^0, \ldots, l_n^0)$
- $L = \{ l_0 \} \cup \{ u' \mid \exists\, u \in L, a, g, r \,.\, u \xrightarrow{a,g,r} u' \}$
- $C = \bigcup_{i=1}^{n} C_i;$
- F : (1 <= i ≠ j <= n)
- E = $\cup_{i=1}^{n} E_i$
- $I(\langle u_1, \ldots, u_n \rangle) = \bigwedge_{i=1}^{n} I_i(u_i)$

$$(P1)\ \frac{u_i \xrightarrow{a?,g_i,r_i}_i l \quad u_j \xrightarrow{a!,g_j,r_j}_j l'}{u \xrightarrow{a,g_i \wedge g_j,r_i \cup r_j} u[l \to i.l' \to j]}$$

$$(P2)\ \frac{u_i \xrightarrow{a,g,r}_i l}{u \xrightarrow{a,g,r} u[l \to i]}$$

Redes de Autômatos Temporizados



Semântica

Rede de *n* autômatos $G_i = (L_i, l_i^0, C_i, E_i, F_i, I_i)$

Sistema transição temporizado (S,s_0, →)

- $S \subseteq (L_1 \times \ldots \times L_n) \times \Re^C$, $s_0 = (\overline{l_0}, u_0)$, $\bar{l}_0 = (l_1^0, \ldots, l_n^0)$

$e \rightarrow \subseteq S \times S$, de tal forma que

- $(\bar{l}, u) \to (\bar{l}, u + d)$ *if* $\forall d' : 0 \le d' \le d \implies u + d' \models I(\bar{l})$.
- $(\bar{l}, u) \to (\bar{l}[l_i'/l_i], u')$ *if there exists* $l_i \xrightarrow{\tau g r} l_i'$ *s.t.* $u \models g$, $u' = [r \mapsto 0]u$ *and* $u' \in I(\bar{l})$.
- $(\bar{l}, u) \to (\bar{l}[l_j'/l_j, l_i'/l_i], u')$ *if there exist* $l_i \xrightarrow{c?g_i r_i} l_i'$ *and* $l_j \xrightarrow{c!g_j r_j} l_j'$ *s.t.* $u \in (g_i \wedge g_j)$, $u' = [r_i \cup r_j \mapsto 0]u$ *and* $u' \models I(\bar{l})$.

$u_0(c) = 0, \forall c \in C$

Semântica

Model-Checking

Adoção de lógica temporal para verificação de propriedades

CTL – Computation Tree Logic

- Modelo de tempo baseado em uma estrutura de árvore

Quantificadores de caminhos

- A : todos caminhos
- E: algum caminho

Operadores temporais

- G ([]): todos estados
- F(<>): algum estado

p--> q ≡ A[] (p imply A<> q)

UPPAAL

```
Prop ::= 'A[]' Expression | 'E<>' Expression | 'E[]'
  Expression | A<> Expression | Expression -->
  Expression
```

Model-Checking