



Sensitivity Analysis Methods

Advanced Topics in Systems Performance Evaluation

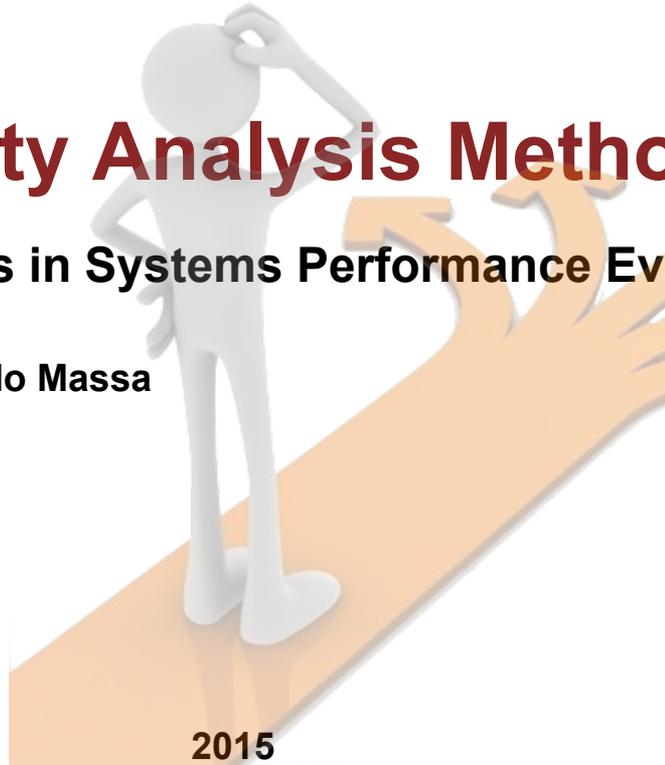
Professors: Paulo Maciel/Ricardo Massa

Group 1

Eric Borba erb@cin.ufpe.br

Erico Guedes eacg@cin.ufpe.br

Jonas Pontes jcnp@cin.ufpe.br





Sumário

- **Warm-Up**
- **Concept, Definition..**
- **Applicability, objective..**
- **Methods**
- **Articles**
- **Examples**
- **Practical Lesson**



Warm-up



Universidade Federal de Pernambuco
(UFPE)

Searching for: sensitivity analysis ([start a new search](#))

Found **21,160** within *Publications from ACM and Affiliated Organizations* (Full-Text collection)

Expand your search to [The ACM Guide to Computing Literature](#) (Bibliographic citations from major p

REFINE YOUR SEARCH

Search Results

Related Journals

Related Magazines

Refine by Keywords

Results 1 - 20 of 21,160



Universidade Federal de Pernambuco
(UFPE)

Searching for: sensitivity analysis methods ([start a new search](#))

Found **18,057** within *Publications from ACM and Affiliated Organizations* (Full-Text collection)

Expand your search to [The ACM Guide to Computing Literature](#) (Bibliographic citations from major p

REFINE YOUR SEARCH

Search Results

Related Journals

Related Magazines

Refine by Keywords

Results 1 - 20 of 18,057

Sort by



Warm-up

IEEE Xplore®
Digital Library

Access provided by:
Universidade Federal de Pernambuco
» Sign Out

BROWSE ▾ MY SETTINGS ▾ GET HELP ▾ WHAT CAN I AC

Sensitivity Analysis

Basic Search Author Search Publication Search

Displaying results 1-25 of 36,600 for **Sensitivity Analysis** x

IEEE Xplore®
Digital Library

Access provided by:
Universidade Federal de Pernambuco
» Sign Out

BROWSE ▾ MY SETTINGS ▾ GET HELP ▾ WHAT CAN I AC

Sensitivity Analysis methods

Basic Search Author Search Publication Search

Displaying results 1-25 of 17,022 for **Sensitivity Analysis methods** x



Warm-up

...is becoming increasingly apparent
(1976)

JOURNAL OF COMPUTATIONAL PHYSICS 21, 123–143 (1976)

Sensitivity Analysis of Ordinary Differential Equation Systems—A Direct Method*

ROBERT P. DICKINSON AND ROBERT J. GELINAS†

University of California, Lawrence Livermore Laboratory, Livermore, California 94550

Received May 9, 1975; revised August 4, 1975

Given a system of time dependent ordinary differential equations, $\dot{y}_i = f_i(c_1, c_2, \dots, y_1, y_2, \dots, t)$, where c_k are rate parameters, we simultaneously solve for both y_i and a set of sensitivity functions, $\partial y_i / \partial c_k$, over all times t . These partial derivatives measure the sensitivity of the solution with respect to changes in the parameters c_k . Often these parameters are not accurately known. An example is given from atmospheric chemical kinetics using constant as well as time varying (diurnal) rate parameters. For the purposes of this paper, our calculations considered both first- and second-order contributions to Δy with respect to Δc . It is found that second-order sensitivity terms can be highly significant, but tend to be too costly for present widespread application.

I. INTRODUCTION

The need for systematic sensitivity analysis of large computational models is becoming increasingly apparent. This need is emerging as complex numerical models are increasingly applied for problem solving in numerous application areas that include atmospheric science, combustion physics and engineering



Warm-up

Uncertainty analysis and **sensitivity analysis** are essential parts of analyses for complex systems.

- **Uncertainty analysis**
 - refers to the **determination** of the uncertainty in analysis results that derives from uncertainty in analysis inputs
- **Sensitivity analysis(SA)**
 - refers to the **determination of the contributions** of *individual* uncertain analysis inputs to the uncertainty in analysis results.



Warm-up

- Originally, SA was created to deal simply with uncertainties in the input variables
 - very often the **inputs of a model follow very asymmetric distributions of importance**, with few inputs accounting for most of the output uncertainty and **most inputs playing little or no role**.



Warm-up



In general, *use of two or more methods*, preferably with **dissimilar theoretical foundations**, may be needed to increase confidence in the ranking of key inputs.

| | |
|-------------------------------------|---|
| Lack of sensitivity analysis | Sensitivity analysis can identify a chosen factor's significance. That is, the root cause of measurement deltas, must be fully attributable to an underlying factor. For example, is the difference between two simulated protocols due to the protocols or could it be due to the underlying settings? |
|-------------------------------------|---|

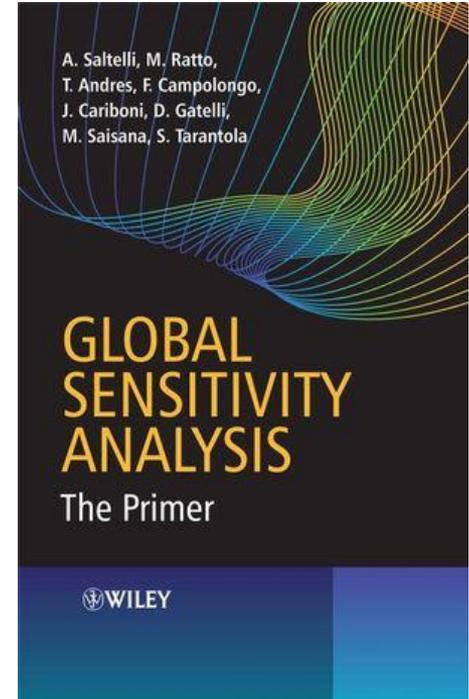
Sensitivity analysis generates essential information for parameter estimation, optimization, control, model simplification and **experimental design**.



Introduction to Sensitivity Analysis

• Definition

- “A possible definition of sensitivity analysis is the following:
 - the study of how uncertainty in the output of a model (numerical or otherwise) can be **apportioned** to different sources of uncertainty in the model input.”

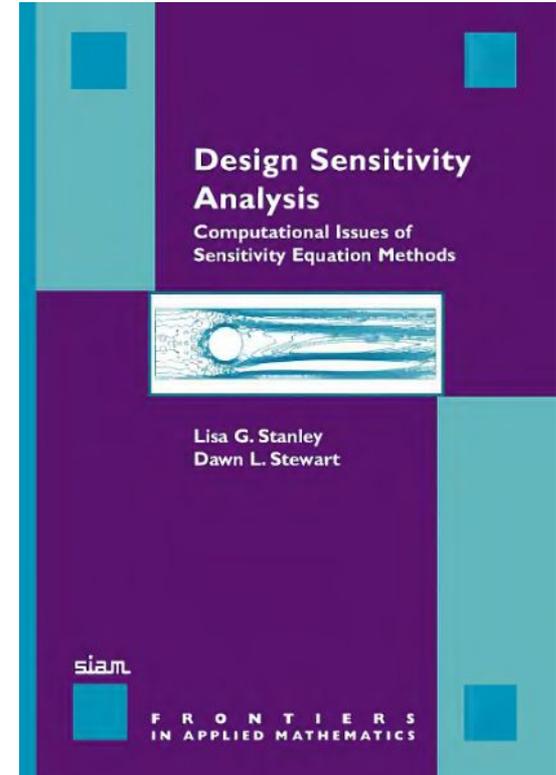




Introduction to Sensitivity Analysis

- **Definition**

- Sensitivity analysis consists of a set of tools that can be utilized in the context of optimization, optimal design, or simply **system analysis** to assess the influence of parameters on the state of the system.





Introduction to Sensitivity Analysis

- **Definition**

- The most fundamental of sensitivity techniques utilizes **partial differentiation** whereas the simplest approach requires **varying parameter values one-at-a-time**.



Introduction to Sensitivity Analysis

- **Reasons** to conduct sensitivity analyses:
 - which parameters require additional research for strengthening the knowledge base, thereby reducing output uncertainty;
 - which parameters are insignificant and can be eliminated from the final model;
 - which inputs contribute most to output variability;
 - which parameters are most highly correlated with the output;
 - once the model is in production use, what consequence results from changing a given input parameter;
 - to identify possible errors of modeling.



Methods: Overview

- (1994)

A REVIEW OF TECHNIQUES FOR PARAMETER SENSITIVITY ANALYSIS OF ENVIRONMENTAL MODELS

D. M. HAMBY*

*Westinghouse Savannah River Company Savannah River Technology Center Aiken, SC 29808,
U.S.A.*

Abstract. Mathematical models are utilized to approximate various highly complex engineering, physical, environmental, social, and economic phenomena. Model parameters exerting the most influence on model results are identified through a 'sensitivity analysis'. A comprehensive review is presented of more than a dozen sensitivity analysis methods. This review is intended for those not intimately familiar with statistics or the techniques utilized for sensitivity analysis of computer models. The most fundamental of sensitivity techniques utilizes partial differentiation whereas the simplest approach requires varying parameter values one-at-a-time. Correlation analysis is used to determine relationships between independent and dependent variables. Regression analysis provides the most comprehensive sensitivity measure and is commonly utilized to build response surfaces that approximate complex models.



Methods: Overview

Categorization

- Those that operate on one variable at a time;
- Those that rely on the generation of an input matrix and an associated output vector;
- Those that require a partitioning of a particular input vector based on the resulting output vector.



Methods: Overview

Sensitivity Analysis Methods

- Differential Sensitivity Analysis.
- One-At-a-Time Sensitivity Measures.
- Factorial Design.
- The Sensitivity Index.
- Important Factors.
- Subjective Sensitivity Analysis.



Methods: Overview

Parameter Sensitivity Analysis Utilizing Random Sampling Methods

- Scatter Plots.
- The Importance Index.
- The 'Relative Deviation' Method.
- The 'Relative Deviation Ratio'.
- Pearson's r .
- The Rank Transformation.
- Spearman's ρ .
- The Partial Correlation Coefficient.
- Regression Techniques.
- Standardized Regression Techniques.



Methods: Overview

Sensitivity Tests Involving Segmented Input Distributions.

- The Smirnov Test.
- The Cramer-Von Mises Test.
- The Squared-Ranks Test.



Methods: Overview

Risk Analysis, Vol. 22, No. 3, 2002

Identification and Review of Sensitivity Analysis Methods

H. Christopher Frey^{1*} and Sumeet R. Patil²

Identification and qualitative comparison of sensitivity analysis methods that have been used across various disciplines, and that merit consideration for application to food-safety risk assessment models, are presented in this article. Sensitivity analysis can help in identifying critical control points, prioritizing additional data collection or research, and verifying and validating a model. Ten sensitivity analysis methods, including four mathematical methods, five statistical methods, and one graphical method, are identified. The selected methods are compared on the basis of their applicability to different types of models, computational issues such as initial data requirement and complexity of their application, representation of the sensitivity, and the specific uses of these methods. Applications of these methods are illustrated with examples from various fields. No one method is clearly best for food-safety risk models. In general, use of two or more methods, preferably with dissimilar theoretical foundations, may be needed to increase confidence in the ranking of key inputs.

KEY WORDS: Sensitivity analysis methods; food safety; microbial risk assessment; critical control points



Methods: Overview

Categorization

- 4 Mathematical methods
- 5 Statistical methods
- 1 Graphical methods



Methods: Overview

Categorization

- Aplicabilidade;
- Questões computacionais: requisitos de dados e complexidade;
- Capacidade de representação.
- Uso específico.





Methods: Overview

Mathematical Method

- Involve calculating the output for a few values of an input that represent the possible range of the input;
- These methods do not address the variance in the output due to the variance in the inputs;
- Verification, validation and identification of inputs that require further data acquisition or research.



Methods: Overview

Mathematical Method

- Nominal Range Sensitivity Analysis (NRSA).
- Difference in Log Odd Ratio.
- Breakeven Analysis.
- Differential Sensitivity Analysis.



Methods: Overview

Statistical Method

- Involve running simulations in which inputs are assigned probability distributions and assessing the effect of variance in inputs on the output distribution;
- Depending on the method, one or more inputs are varied at a time;
- Sensitivity of the model results to individual inputs or groups of inputs can be evaluated by a variety of techniques.



Methods: Overview

Statistical Method

- Sample and Rank Correlation Coefficients.
- Regression Analysis.
- Rank Regression.
- Analysis of Variance (ANOVA).
- Classification and Regression Tree.
- Sobol's Indices.
- Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST).



Methods: Overview

Graphical Method

- Representation of sensitivity in the form charts or surfaces;
- Used to give visual indication of how an output is affected by variation in inputs;
- Can be used to complement the results of mathematical and statistical methods for better representation.



Methods: Overview

Graphical Method

- Scatter Plots.
- Conditional Sensitivity Analysis.



Methods: Comparison

Table II. Overview of Comparison of the Methods

| Methods | Applicability | Computational Issues | Representation of Sensitivity | Best Use of Methods |
|------------------------------------|---|---|--|--|
| Nominal Range Sensitivity Analysis | Deterministic model. | Need nominal range for each input, potentially time consuming. | Ratios, percentages. Does not include effect of interactions or correlated inputs. Easy to understand. | Key inputs for linear models, verification and validation. |
| Δ LOR | Deterministic model with output as a probability. | Need nominal range for each input, potentially time consuming. | Ratios, percentages. Does not include effect of interactions or correlated inputs. Easy to understand. | Key inputs for linear models, verification and validation. |
| Break-Even Analysis | Models used to choose among alternatives. | Complex for model with many decision options and/or more than two inputs, potentially time consuming. | Graphical representation. | Robustness of solution. |
| AD | Locally differentiable models. | Requires specific software (e.g., ADIFOR). | Local sensitivity measures, such as sensitivity coefficients. | Potential key inputs, verification. |
| Regression | To results from probabilistic simulation. | Must specify functional form, computation time and value of solution depends on specific techniques used. | R^2 , t-ratios for regression coefficients, standard regression coefficients, and others. | Key inputs, joint effect of multiple inputs, verification. |



Methods: Comparison

| | | | | |
|-------------------------|--------------------------|---|---|--|
| ANOVA (MF) ^a | Probabilistic models. | Time consuming for a large number of inputs with interactions. | F-value, Tukey test coefficients, and others that are calculated at different stages of ANOVA. | Key inputs, joint effect of multiple inputs, verification. |
| RSM | Any deterministic model. | Developed using a variety of techniques, some require functional forms, others do not; may require extensive runs to generate a calibration data set. | Graphical, evaluation of functional form, method-dependent measures. | Model of models, used with other SA methods to save time. |
| FAST (MF) | Probabilistic models. | Better with no interactions/higher-order input. Caution against discrete inputs. | Portion of output variance attributable to each input. | Key inputs, including combined effect, verification. |
| MII (MF) | Probabilistic model. | Complex, no computer code available, time consuming. | Amount of "mutual information" about the output provided by each input, also graphs of intermediate stages. | Key inputs, including combined effect. |
| Scatter Plots (MF) | Probabilistic model. | Easy, time requirement depends on the number of input/outputs. | Graphical, no quantitative sensitivity. | Verification and validation. |

^a MF = denotes a model-independent approach.



Methods: Overview

- “A diversity of **sensitivity analysis** approaches can now be found in the literature and an **effort** will be made here to group these methods into **seven** distinct families.”

1. Differential Methods

2. Approximate reliability algorithms

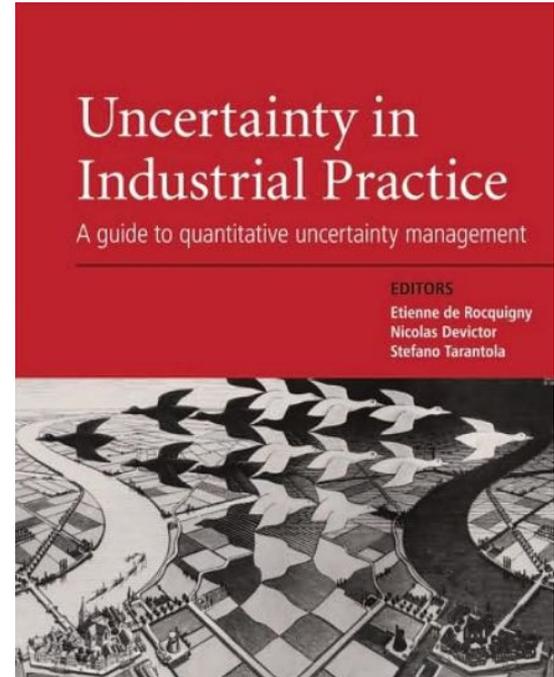
3. Regression/correlation

4. Screening methods

5. Variance analysis of Monte Carlo simulations

6. Non-Variance analysis of Monte Carlo simulations

7. Graphical methods



(2008)



Methods: Overview

Local Techniques X Global Techniques

Local Techniques

limited to nominal values for the uncertain model inputs

Global Techniques

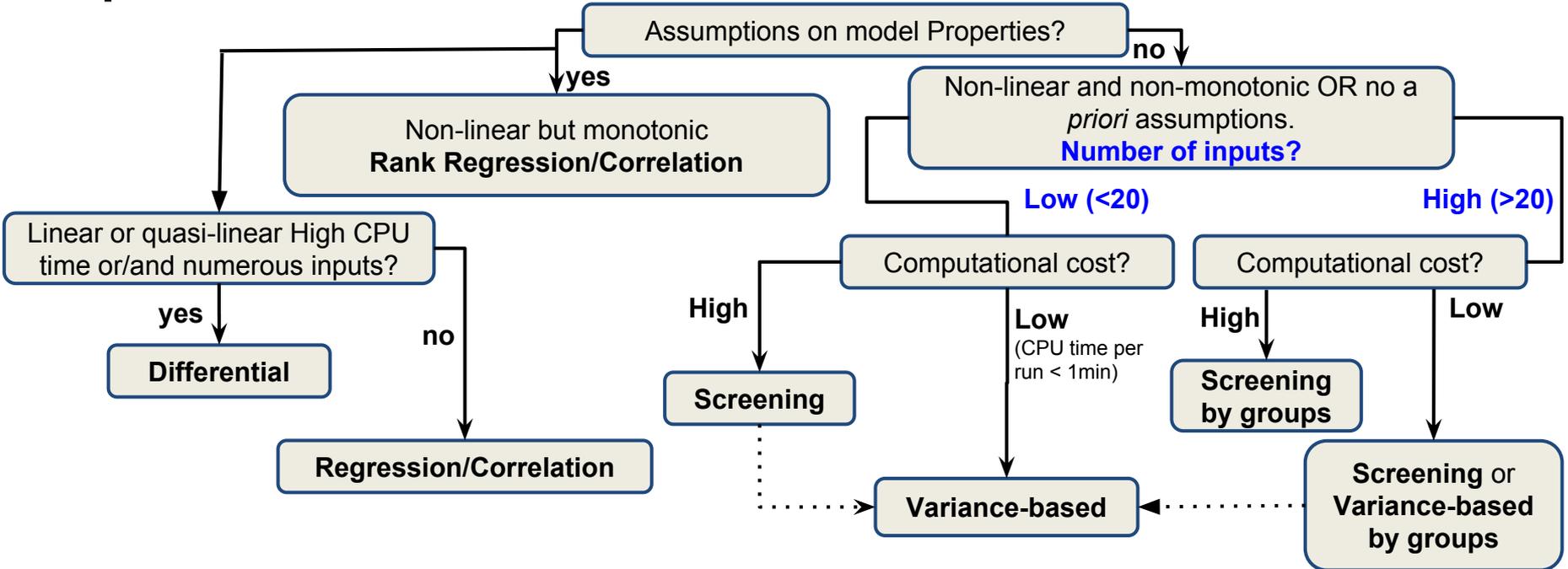
aim to explore the full space of model inputs

- How to choose an appropriate family of sensitivity analysis methods?
 - Features of the pre-existing system model
 - Final goal of the study
 - Quantity of interest} **more critical**



Methods: Overview

Does the quantity of interest refers to central dispersion quantities?





Method: NRSA

- Também conhecido como análise de sensibilidade local ou análise limite;
- Pode ser usado para dar prioridade às necessidades ao levantamento de dados;
- A sensibilidade pode também ser representada como uma variação percentual positiva ou negativa em comparação com a solução nominal.



Method: NRSA

- A análise de sensibilidade pode ser repetida para qualquer valor de entradas de modelo individuais;

$$Sensitivity = \frac{Output_{max\ input} - Output_{min\ input}}{Output_{nominal\ input}}$$

- Os resultados NRSA são mais precisos quando aplicados a um modelo linear. Pois permite a classificação por ordem de importância de cada entrada.



Method: NRSA

- NRSA trata apenas de uma pequena porção do espaço, potencialmente possíveis valores de entrada, porque as **interações** entre as entradas são difíceis de capturar;
- Efeitos combinados potencialmente importantes sobre a decisão (saída), devido a alterações simultâneas em algumas ou todas as entradas juntas não são mostrados pela análise de sensibilidade nominal.



Method: Differential Sensitivity Analysis (DSA)

- É um método de análise de sensibilidade local. É mais aplicável para o cálculo da sensibilidade de saída para pequenos desvios no ponto estimado para uma entrada;
- A sensibilidade local é calculada em um ou mais pontos no espaço dos parâmetros de uma entrada mantendo outras entradas fixas.

$$\text{Sensitivity} = \frac{\text{Output}_{x+\Delta x} - \text{Output}_{x-\Delta x}}{\text{Output}_x}$$



Method: Differential Sensitivity Analysis (DSA)

Advantages

- Por ser um método com facilidade de aplicação, é usado para o cálculo da sensibilidade em pontos específicos, podendo ser testado para pequenas variações ao redor do ponto estimado;



Method: Differential Sensitivity Analysis (DSA)

Disadvantages

- Para os modelos não lineares, DSA não leva em conta a interação entre as entradas. Por isso, a importância das diferenças de sensibilidade entre as entradas é de difícil determinação tornando a ordenação potencialmente difícil;



Method: Differential Method

- Para um dado de saída Y , de um sistema de equações definido de forma geral $cY = f(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n)$ $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n$ são os dados de entrada e possuem distribuições de probabilidade conhecidas.
- É baseado no produto das derivadas parciais de primeiro grau das saídas em relação à entrada com seus respectivos desvios. O desvio Y é dado por;

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i} \right)^2 * u_i^2$$



Method: Differential Method

- O índice de importância é uma forma de se indicar a sensibilidade através do valor da derivada parcial dimensionada pelo valor médio de x e y .
- Este índice indica a proporção entre os desvios.

$$I_i = \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right) * \frac{\bar{x}_i}{\bar{Y}}$$



Method: Differential Analysis

- Trata-se da derivada parcial de uma determinada métrica com relação a cada parâmetro λ_i .

$$S_{\lambda}(Y) = \frac{\partial Y}{\partial \lambda}$$
$$SS_{\lambda}(Y) = \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \left(\frac{\lambda}{Y} \right)$$



Method: Sample and Rank Correlation Coefficients

- É uma estatística que é calculada a partir de dados da amostra e é utilizada para estimar o correspondente parâmetro populacional
- Existem 2 tipos:
 - Parametric ou Pearson
 - Non-parametric ou Spearman

$$r = \frac{\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)(Y_j - \bar{Y})}{\left[\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \sum_{j=1}^n (Y_j - \bar{Y})^2 \right]^{1/2}}$$



Method: Sample and Rank Correlation Coefficients

- Pearson
 - Captura relações lineares.
 - São imprecisos para modelos não lineares.
 - Supõe a linearidade.
- Spearman
 - Também chamado de Grau Correlação.
 - Responde a reações não-lineares monótonas.



Method: Regression Analysis

- Técnica probabilística da análise de sensibilidade.
- Descrição da relação entre as variáveis de entrada e saída.
- Previsão de uma saída com base em variáveis de entrada.
- Avaliação da sensibilidade de entradas tendo em conta o impacto simultâneo de outro modelo de entradas no resultado.



Method: Regression Analysis

Disadvantages

- Possível falta de robustez se os principais dados de regressão não são satisfeitos.
- A análise de regressão funciona melhor se cada entrada é estatisticamente independente de qualquer outra entrada.



Method: Rank Regression

- Método de regressão onde os valores de entrada e saída são classificados de forma ordenada.
- A associação linear entre a classificação dos valores de entrada e saída é estimada em termos da classificação dos coeficientes de regressão.
- Semelhante à regressão linear, com relação a ordem de classificação, exceto que para o rank é usado a classificação ao invés dos valores das amostras.



Method: Rank Regression

Advantages

- Especialmente útil quando há alta quantidade de variação ou de ruído nos dados.
- Pode ser computacionalmente mais eficiente.



Method: Rank Regression

Disadvantages

- Assume um modelo monótono, portanto não é aplicável para os modelos com funções não-parametrizadas.
- Não-linearidade na resposta não pode ser diretamente inferida a partir dos seus resultados.



Method: Analysis of Variance (ANOVA)

- É um método de análise de sensibilidade probabilística utilizado para determinar se existe uma associação estatística entre uma saída e uma ou mais entradas.
- Pode ser utilizado para testar a hipótese de que o meio entre dois ou mais grupos são iguais, sob a hipótese de que a média dos resultados para cada um dos grupos é normalmente distribuído com a mesma variância.



Method: Analysis of Variance (ANOVA)

Advantages

- Pode ser utilizado para analisar os fatores discretos e contínuos.
- Pode ser utilizado para avaliar o efeito entre fatores.
- Permite avaliação do "efeito principal" entre os fatores.



Method: Analysis of Variance (ANOVA)

Disadvantages

- Pode tornar-se computacionalmente intensiva, se houver um grande número de entradas.
- Neste caso, a sugestão é o uso de um método menos intensivo computacionalmente, como NRSA.



Method: Regression Tree

- Método iterativo, de seleção variável.
- Qual variável de todas as variáveis independentes no modelo deve ser selecionado para produzir a redução na variabilidade da variável dependente?
- Qual valor da variável selecionada resulta na máxima redução na variabilidade da resposta?

$$D_a = \sum_{l=1}^L (y_{l,a} - \bar{y}_a)^2$$

D_a = desvio total a um nó, ou a soma dos erros ao quadrado no nó
 $y_{l,a}$ = 1ª observação depende da variável y e do nó a
 \bar{y}_a = estimativa média de observações L em um nó



Method: Regression Tree

Advantages

- É mais resistente aos efeitos dos valores extremos que ocorrem geralmente em valores não lineares.
- A árvore seleciona apenas as variáveis independentes mais importantes.
- Aplicação de variáveis explicativas discretas e contínuas, além de variáveis qualitativas.



Method: Regression Tree

Disadvantages

- As vezes dificuldades em dar prioridade às variáveis explanatórias com base nos resultados.
- A variável de entrada é muitas vezes a variável mais importante, entretanto, nos "galhos" mais baixos, nem sempre é possível comparar facilmente as variáveis no que diz respeito a importância.



Method: Sobol's Indices

- Método baseado em "análise de sensibilidade global" que leva em conta os efeitos de interação.
- O TIS (Total de Índices de Sensibilidade) de uma entrada é definido como a soma de todos os índices de sensibilidade, envolvendo essa entrada.



Method: Sobol's Indices

Exemplo:

- 3 entradas: A, B e C
- $TIS(A) = S(A) + S(AB) + S(ABC)$
- Onde $S(x)$ é o índice de sensibilidade em x .



Method: Sobol's Indices

Advantages

- Vêm sendo utilizado no campo de risco financeiro para identificar as principais fontes de erro.
- Lida com ambos os modelos: não-lineares e não-parametrizados.
- Fornece uma classificação verdadeiramente quantitativa e não apenas uma medida qualitativa.



Method: Sobol's Indices

Disadvantages

- Computacionalmente complexo.
- Difícil de ser aplicado a modelos com grande número de entradas.



Method: Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)

- Procedimento que pode ser utilizado tanto para a análise da incerteza, quanto para a sensibilidade.
- Utilizado para estimar o valor esperado e a variância da saída, além de contribuições individuais para a variância da saída.
- A função de transformação é utilizada para converter os valores de cada uma das entradas em um modelo de valores ao longo de uma curva de pesquisa.



Method: Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)

Advantages

- Superior aos métodos de análise de sensibilidade local, porque pode repartir a variância de saída para a variação nas entradas.
- Trabalha com modelos paramétricos e não paramétricos.
- Pode ser usado para a análise de sensibilidade local com pouca modificação.



Method: Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)

Disadvantages

- Complexidade computacional para um grande número de entradas.
- A princípio, apresenta bons resultados em modelos sem interações importantes ou significativas..



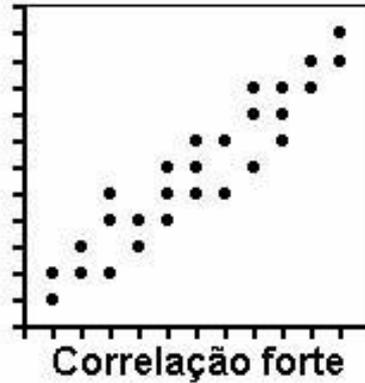
Method: Scatter Plots

- Utilizados para a avaliação visual da influência de entradas individuais em uma saída.
- Frequentemente utilizado depois de uma simulação do modelo probabilístico.
- Cada realização de uma simulação probabilística gera pares de entrada e saída correspondentes.
- Estes pares podem ser plotados como pontos em um gráfico.



Method: Scatter Plots

Diagramas de dispersão que mostram correlação positiva entre as variáveis





Method: Scatter Plots

- Utilizados para avaliar possíveis tendências nos dados e para ajudar na seleção de uma forma funcional em um modelo de regressão.
- A compreensão da natureza das dependências entre entradas e saídas pode orientar a seleção de outros métodos de análise de sensibilidade adequada.
- Se as sensibilidades de duas entradas diferem significativamente entre si nem sempre pode ser julgada a partir de seus gráficos de dispersão.



Methods: Examples

- **Tools**





Médidas de Importância



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO



Reliability Importance - RI

- O RI de um componente i de um sistema representa a quantidade de melhoria na confiabilidade do sistema quando a confiabilidade desse componente é aumentada.
- RI pode ser entendido como o impacto que um componente representa na confiabilidade de um sistema.



Reliability Importance - RI

- O valor da métrica RI é feita obtendo-se a derivada parcial da confiabilidade do sistema em relação à taxa de falha de cada componente individualmente.

• Onde:

- I_i^B é RI de i ;
- p_i é a confiabilid

$$I_i^B = \frac{\partial R_{sys}(t)}{\partial p_i(t)}$$

- R_{SYS} é confiabilidade do sistema e;
- t é o tempo considerado para obtenção da confiabilidade.



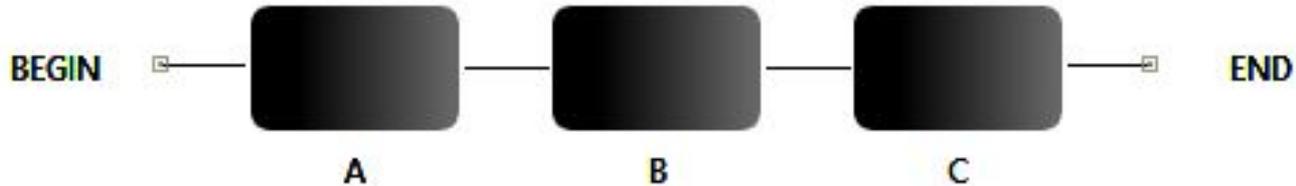
Reliability Importance - RI

- Essa equação pode ser transformada em $I_i^B = R_s(1_i, p^i) - R_s(0_i, p^i)$
- Onde:
 - p^i é o vetor de confiabilidade dos componentes sem o i -ésimo componente;
 - 0_i representa a condição quando o componente i é falho e;
 - 1_i é a condição quando o componente i está operacional.
- É calculado o valor para a confiabilidade do sistema quando o componente está funcionando e em seguida é calculado este valor quando o componente está falho.
- O valor da importância é dado pela diferente entre o valor quando o componente funcionando e falho.



Reliability Importance - RI

- Em estruturas em série, o componente menos confiável tem maior RI;
- Um sistema em série é tão forte quanto o seu componente mais fraco.



MTTF_A = 100

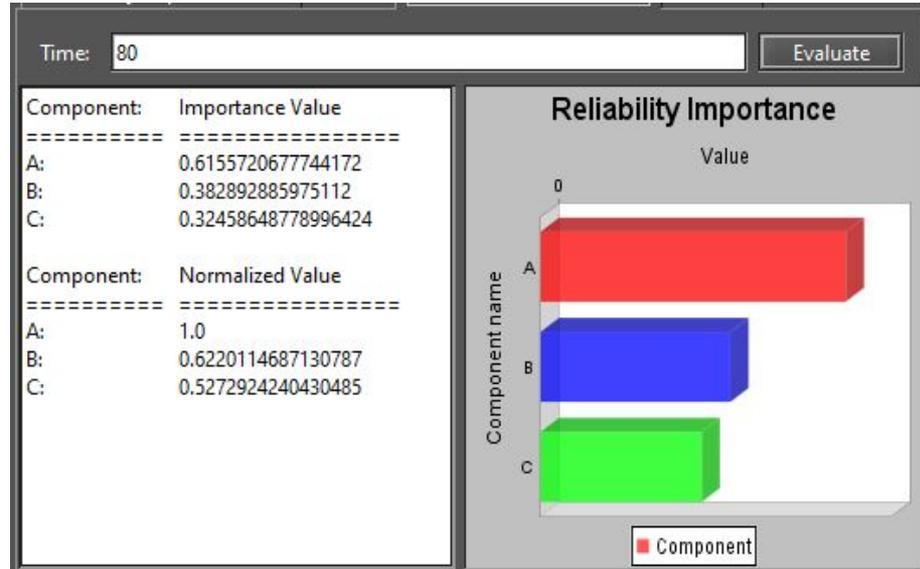
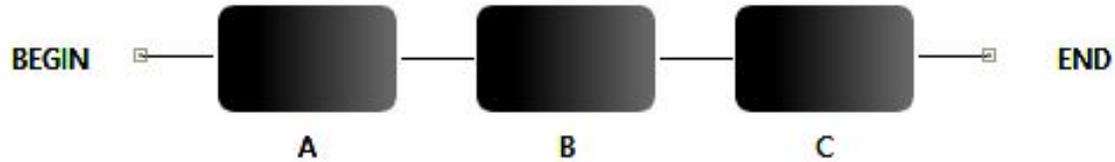
MTTF_B = 246

MTTF_C = 500

MTTR_A = MTTR_B = MTTR_C = 2



Reliability Importance - RI





Reliability Importance - RI

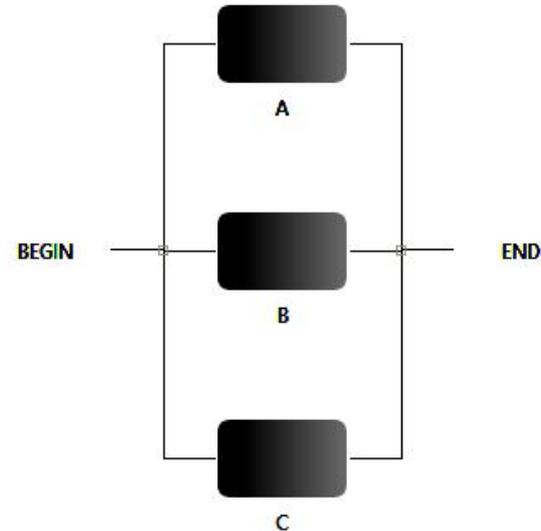
- Em estruturas em paralelo, o componente mais confiável tem maior RI.
- Um sistema paralelo é tão fraco quanto seu componente mais forte.

MTTF_A = 100

MTTF_B = 246

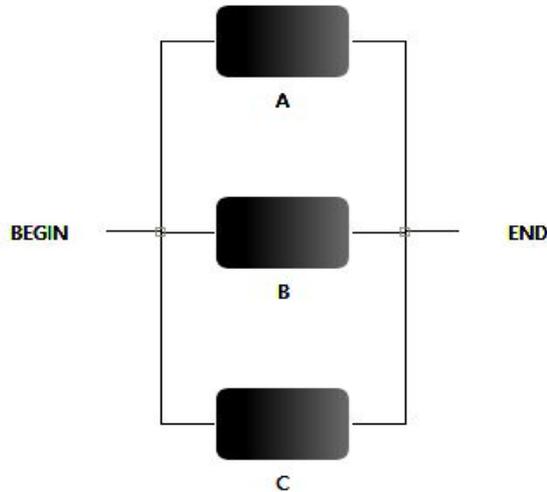
MTTF_C = 500

MTTR_A = MTTR_B = MTTR_C = 2





Reliability Importance - RI

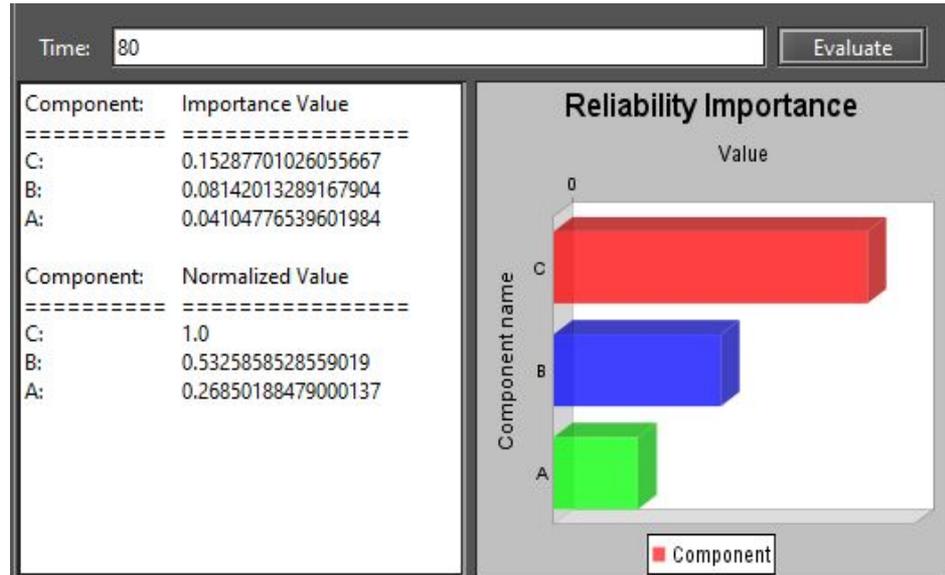


MTTF_A = 400

MTTF_B = 246

MTTF_C = 500

MTTR_A = MTTR_B = MTTR_C = 2





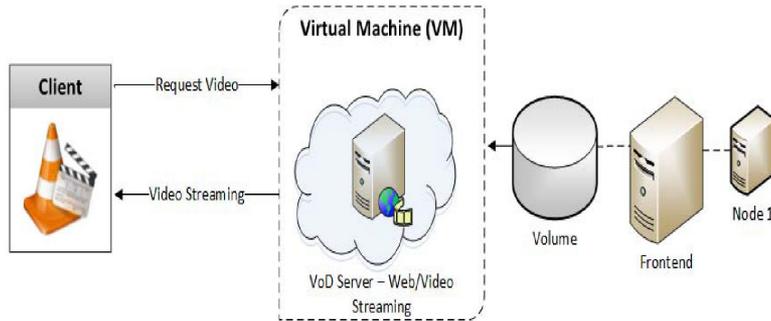
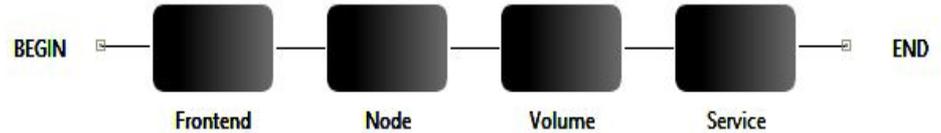
Reliability Importance - RI

- Do ponto de vista exclusivamente da importância da confiabilidade, o componente com maior índice deve ser melhorado a fim de aumentar a confiabilidade do sistema como um todo.



Reliability Importance - RI

- Exemplo1:



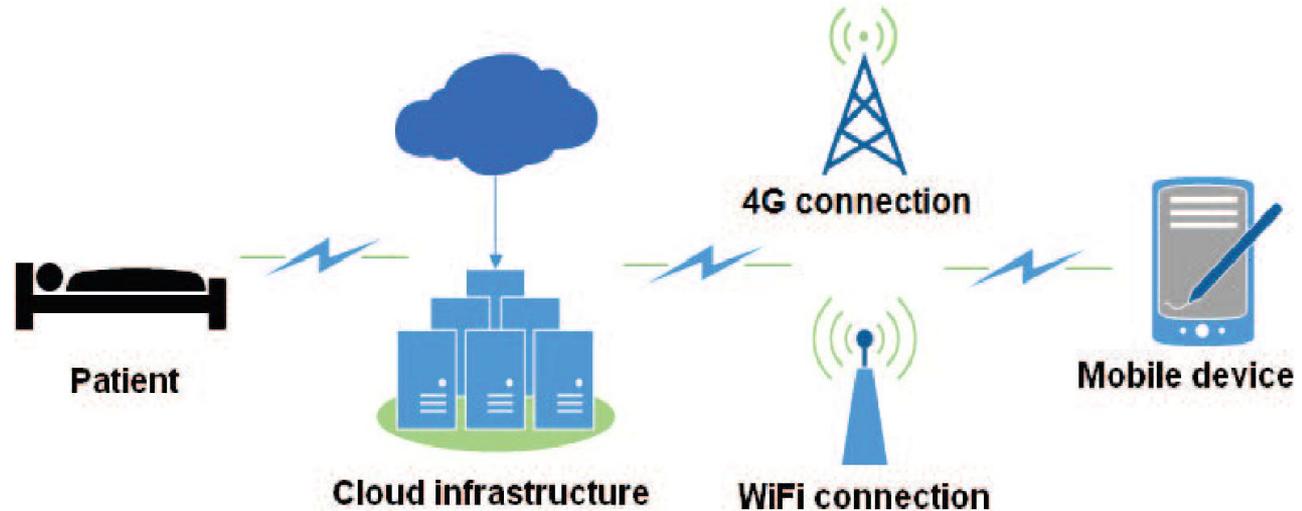
| Component | MTTF | MTTR |
|-----------|----------|-----------|
| Frontend | 180.72 h | 0.96999 h |
| Node | 481.83 h | 0.91000 h |
| Volume | 100000 h | 1 h |
| Service | 217.77 h | 0.92633 h |

Tempo: 4380h.



Reliability Importance - RI

- Exercício em laboratório:





Reliability Importance - RI

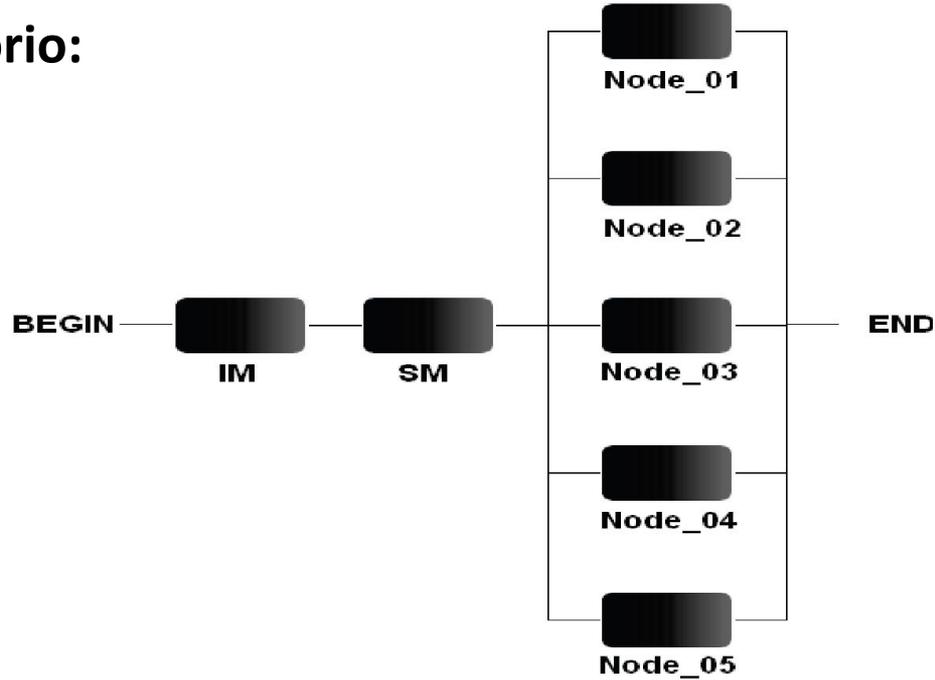
- **Exercício em laboratório:**

Modelar, utilizando reliability block diagram (RBD), disponível na Mercury, a infraestrutura de cloud apresentada por Araujo, 2014. Esta infraestrutura é composta pelos blocos IM (Infrastructure Manager), SM (Storage Manager), ligados em série a cinco nodes em paralelo (Node_01, Node_02, Node_03 e Node_04).



Reliability Importance - RI

- Exercício em laboratório:



RBD model for the cloud infrastructure



Reliability Importance - RI

- **Exercício em laboratório:**

Há submodelos para representar cada componente do modelo anterior.

- O IM é uma estrutura em série com quatro blocos: HW, OS, CLC e CC.
- O SM é uma estrutura em série composta por cinco blocos: HW, OS, FSC, BSC e NAS.
- Cada Node é composta por oito componentes distribuídos em estruturas em série e paralelo.
- O tempo de análise é de 4380h.



Reliability Importance - RI

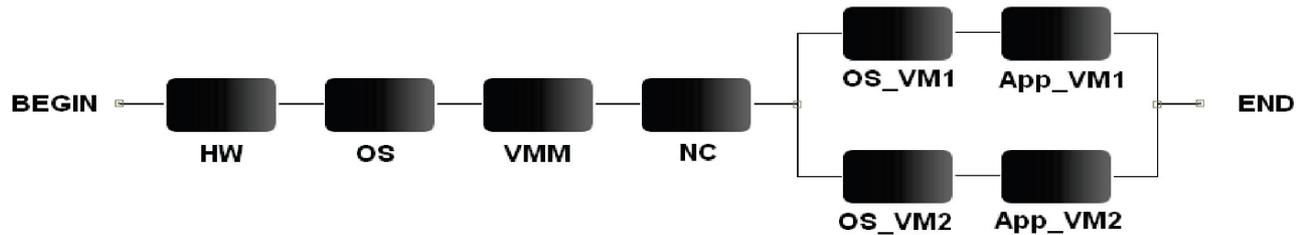
- **Exercício em laboratório:**



RBD model for the Infrastructure Manager (IM) subsystem



RBD model for the Storage Manager (SM) subsystem



RBD model for each node in the Nodes subsystem



Reliability Importance - RI

- Exercício em laboratório:

| Component | MTTF (hours) | MTTR (hours) | Subsystem |
|-----------|--------------|--------------|-----------|
| HW | 8760 | 1.6666 | All |
| OS | 2893 | 0.25 | All |
| CLC/CC | 788 | 1 | IM |
| FSC/BSC | 788 | 1 | SM |
| NAS | 1000 | 1.66666 | SM |
| NC | 788 | 1 | NM |
| OS_VM | 2893 | 0.25 | NM |
| App_VM | 788 | 1 | NM |



Availability Importance – AI

- A análise do índice de importância para a disponibilidade, denotada por I_i^A destaca quais componentes tem maior impacto na disponibilidade do sistema.
- Executa-se cálculos baseados nas métricas de disponibilidade, como MTTF e MTTR.
- $I_i^A = A_S(\mathbf{1}_i, \mathbf{p}^i) - A_S(\mathbf{0}_i, \mathbf{p}^i)$.
- Onde:
 - \mathbf{p}^i é o vetor de disponibilidade dos componentes sem o i-ésimo componente;
 - $\mathbf{0}_i$ representa a disponibilidade do sistema quando i é falho e;
 - $\mathbf{1}_i$ representa a disponibilidade do Sistema quando i está operacional.



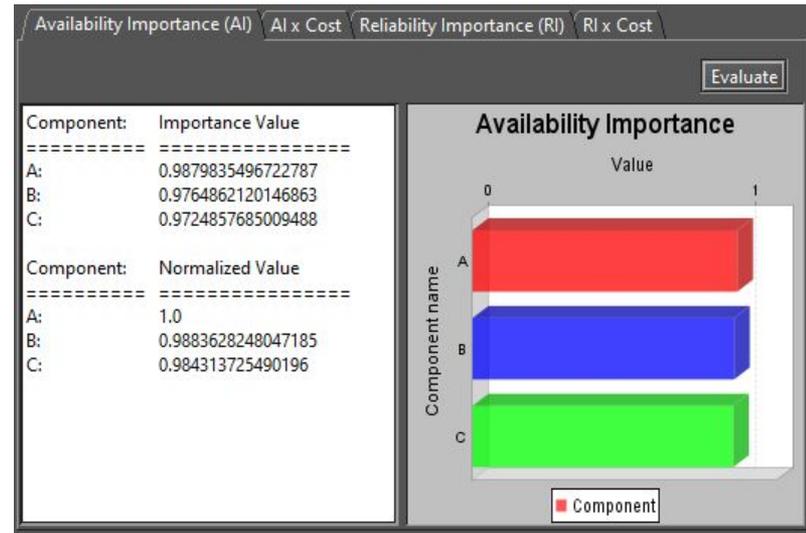
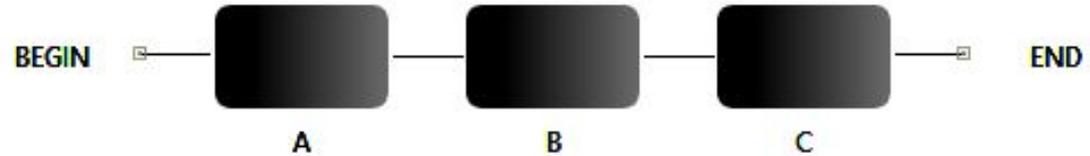
Availability Importance – AI

MTTF_A = 100

MTTF_B = 246

MTTF_C = 500

MTTR_A = MTTR_B = MTTR_C = 2





Availability Importance – AI

- **Exercício em laboratório:**

Exercício da seção Reliability Importance e aplicar o mesmo modelo para Availability Importance.



Reliability and Cost Importance – Rlc

- Não foca apenas em métricas de dependabilidade.
- Insere o custo de aquisição dos componentes do sistema à análise do índice de importância para confiabilidade.
- Avalia o impacto financeiro na aquisição de elementos do sistema.
- RI considera recursos ilimitados, o que foge à realidade.
- Rlc visa quantificar a importância do componente para a confiabilidade do sistema relacionando o custo de aquisição do equipamento.



Reliability and Cost Importance – RIc_i

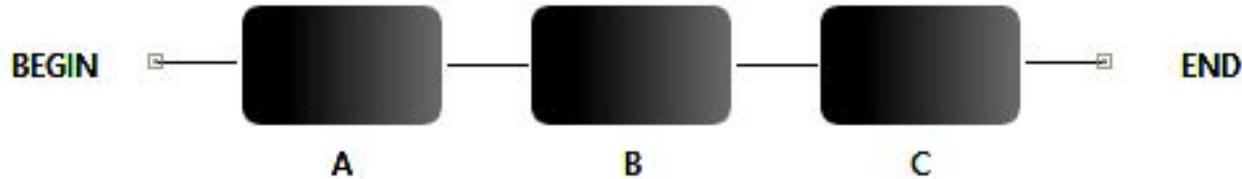
$$RIc_i = I_i^B * \left(1 - \frac{C_i}{C_{sys}}\right)$$

- Onde:

- RIc_i é o índice de importância;
- I_i^B é o valor da importância para a confiabilidade do sistema.
- C_i é o custo de aquisição do equipamento i .
- C_{sys} é o custo de aquisição do sistema.



Reliability and Cost Importance – Rlc



| | A | B | C – 4,515 |
|----------------------|-------------|-------------|-------------|
| Confiabilidade (80h) | 0.45 | 0.72 | 0.85 |
| Custo de aquisição | R\$ 2400,00 | R\$ 315,00 | R\$ 1800,00 |
| RI | 0.62 | 0.38 | 0.32 |
| Rlc | 0,29 | 0,35 | 0,19 |



Availability and Cost Importance – Rlc

- Índice que combina aspectos de disponibilidade com o custo de aquisição de cada componente e o custo total do sistema.
- Considera o estado estacionário.
- Não considera custo de manutenção, apenas de aquisição.

• Ond
$$AIC_i = I_i^A * \left(1 - \frac{C_i}{C_{sys}}\right)$$

- AIC_i é o índice de importância de disponibilidade e custo.
- I_i^A é o valor da importância para a disponibilidade do sistema
- C_i é o custo de aquisição do equipamento i.
- C_{sys} é o custo de aquisição do sistema.



Reliability and Cost Importance – Rlc

- **Exercício em laboratório:**

Exercício da seção Reliability Importance e aplicar o mesmo modelo para Reliability and Cost Importance e Availability and Cost Importance.



Análise de sensibilidade em problemas de Otimização

- Uma possibilidade do emprego de análise de sensibilidade é em modelos de Programação Linear (PL).
- Procura-se estabelecer quais as maneiras mais eficientes de utilizar os recursos disponíveis para atingir certos objetivos.
- Em geral, trata-se de recursos limitados e sua utilização criteriosa possibilita melhorar o rendimento ou produtividade do processo em estudo.
- PL visa encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares.



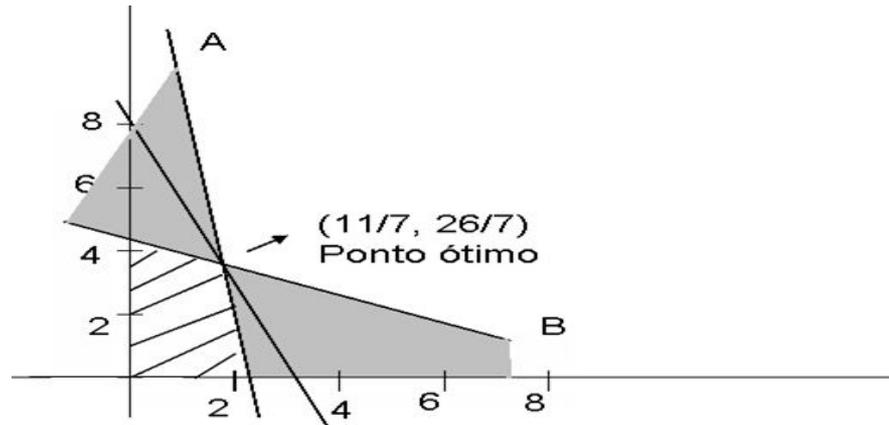
Análise de sensibilidade em problemas de Otimização

- Um modelo de programação linear envolve uma função-objetivo (OF) e um conjunto de restrições.
- A tarefa de PL é minimizar ou maximizar o valor da OF, obedecendo os limites lineares, presente nas funções de restrições.
- Os dados de entrada do modelo não são conhecidos com absoluta certeza:
 - Demandas futuras, custo de matéria-prima, etc.
- A solução ótima é encontrada variando-se os parâmetros dentro do conjunto de restrições e a função objetivo.



Análise de sensibilidade em problemas de Otimização

- As restrições determinam uma região viável, ou seja, onde a solução pode está.
- Maximizando ou minimizando o problema, pode-se encontrar a solução ótima.





Análise de sensibilidade em problemas de Otimização

- Cada variação dos parâmetros muda o problema de programação linear, que pode afetar a solução ótima.
- Entender como isso ocorre é importante.
- Para isso, utiliza-se a análise de sensibilidade ou pós-otimização.
- AS permite estudar quais alterações em dados controláveis são convenientes:
 - Ex: convém pagar horas-extras para um conjunto de profissionais na produção de um software?
- Quando os dados são obtidos por meio estatísticos (previsão de venda de um produto), AS permite detectar quais dados têm maior relevância e devem ser obtidos com maior acuracidade.



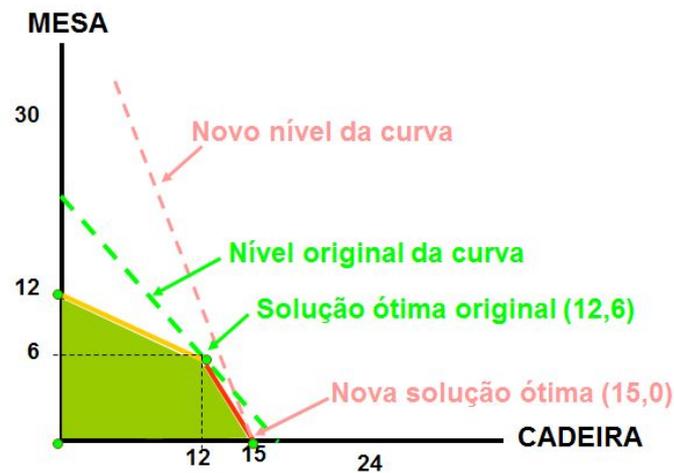
Relatório de Sensibilidade

- Proporciona informações sobre:
 - A faixa de valores que os coeficientes da função-objetivo podem assumir sem mudar a solução ótima
 - O impacto sobre o valor da função-objetivo ótima de aumentos ou decréscimos na disponibilidade dos vários recursos restritos
 - O impacto sobre o valor da função-objetivo ótima de se forcingem mudanças nos valores de determinadas variáveis de decisão para além dos seus valores ótimos
 - O impacto que mudanças nos coeficientes de restrição irão provocar na solução ótima do problema.



Relatório de Sensibilidade

- Proporciona informações sobre:
 - É útil para se avaliar quão sensível a solução ótima é a mudanças em vários coeficientes do modelo.
 - Variações nos Coeficientes (Margens de Contribuição Unitária) da Função Objetivo.
 - Variações nos limites (Lado Direito da Equação) das funções de restrições.
 - Variações nos Coeficientes das Restrições (Lado Esquerdo da Equação).





Exemplo

- Uma empresa de comida canina produz dois tipos de rações: Tobi e Rex. Para a manufatura das rações são utilizados cereais e carne. Sabe-se que:
 - a ração Tobi utiliza 5 kg de cereais e 1 kg de carne, e a ração Rex utiliza 4 kg de carne e 2 kg de cereais.
 - o pacote de ração Tobi custa \$ 20 e o pacote de ração Rex custa \$ 30.
 - o kg de carne custa \$ 4 e o kg de cereais custa \$ 1.
 - estão disponíveis por mês 10 000 kg de carne e 30 000 kg de cereais.

Deseja-se saber qual a quantidade de cada ração a produzir de modo a maximizar o lucro.



Practical Lesson





References

- FIGUEIRÊDO, J. J. C.; MACIEL, P. R. M. (Orientador). Análise de dependabilidade de sistemas data center baseada em índices de importância. (Dissertação de Mestrado). Centro de Informática – Universidade Federal de Pernambuco. Recife-PE, 2011.
- Eslami, Mansour. *Theory of sensitivity in dynamic systems: an introduction*. Springer Science & Business Media, 2013.
- Hamby, D. M. "A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models." *Environmental monitoring and assessment* 32.2 (1994): 135-154.
- Christopher Frey, H., and Sumeet R. Patil. "Identification and review of sensitivity analysis methods." *Risk analysis* 22.3 (2002): 553-578.
- de Rocquigny, Etienne, Nicolas Devictor, and Stefano Tarantola, eds. *Uncertainty in industrial practice: a guide to quantitative uncertainty management*. John Wiley & Sons, 2008.