

Modelos para Sistemas Comunicantes

Paulo Maciel

prmm@cin.ufpe.br

www.modcs.org

Centro de Informática

Universidade Federal de Pernambuco

Objetivo

- Apresentar formalismos para modelar e avaliar sistemas concorrentes.
- Descrever as principais características destes modelos.
- Modelar e avaliar problemas.
- Destacar as pontencialidades e restrições destes modelos.

Conteúdo

- Conceitos sobre Sistemas e Modelos
- Autômatos concorrentes
- Introdução as álgebras de processos
- Redes de Petri

Conteúdo

- Redes de Petri
 - Classes das redes de Petri
 - Conceitos básicos
 - Propriedades estruturais e comportamentais
 - Métodos de análise
 - *Coloured Petri nets*
 - Redes de Petri temporizadas

Metodologia

- Aulas expositivas
- Aulas prácticas.

Avaliação

- Listas
- Trabalho Final (*draft* de artigo)

Bibliografia Básica

- Introduction to Discrete Event Systems, Cassandras and Lafortune, Kluwer, 2008.
- Concurrency: State Models & Java Programs, 2nd Edition by Jeff Magee and Jeff Kramer John Wiley & Sons 2006
- Uma Introdução às Redes de Petri. Paulo Maciel, Rafael Lins, Paulo Cunha, Escola de Computação, 1996.
- Lectures Notes on Petri Nets I, Basic Models. Springer Verlag, 1998.
- Lectures Notes on Petri Nets II, Applications. Springer Verlag, 1998.

Classificação dos Modelos

- O que é um sistema?
- O que é um modelo?

Classificação dos Modelos



Classificação dos Modelos

Estáticos

Dinâmicos

Não-Temporais

Invariantes no Tempo

Variantes no Tempo

Eventos Discretos

Contínuos

Estado Contínuo

Estado Discreto

Tempo Discreto

Tempo Contínuo

Determinísticos

Probabilístico

Classificação dos Modelos

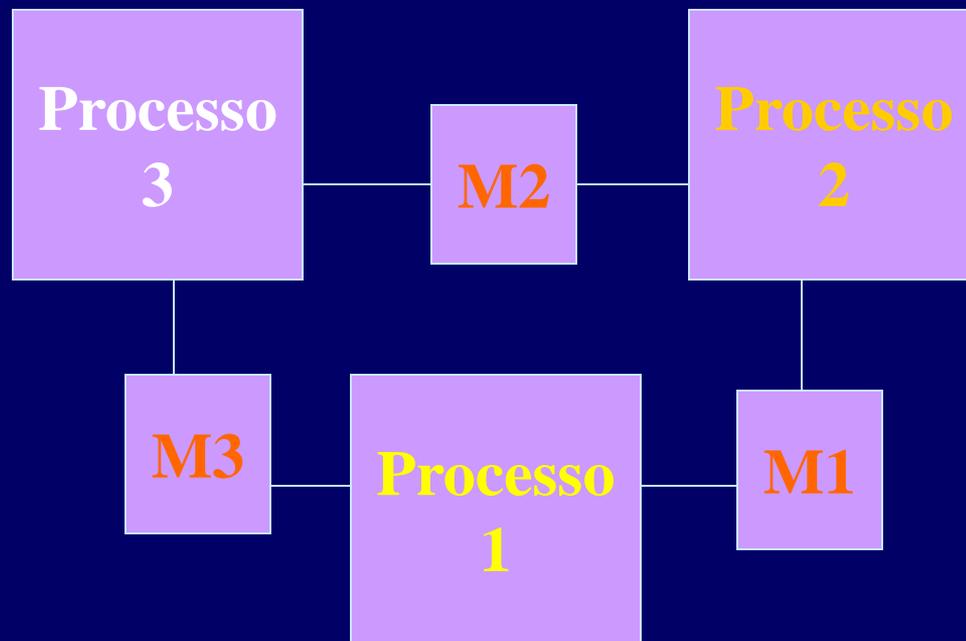
- **Modelos Baseados em Estado**
 - Consideram apenas os estados para modelar e se referir as propriedades do sistema.
 - Maioria das lógicas temporais, autômatos
- **Modelos Baseados em Ações**
 - Consideram apenas as ações para modelar e se referir as propriedades dos sistemas.
 - As álgebras de processos: CCS, CSP, COSY, FSP
- **Modelos Heterogêneos**
 - Consideram ações e estados.
 - **Redes de Petri**

Motivação

- Considere uma situação onde se deseja representar de forma precisa o comportamento de um **sistema de manufatura**, responsável pela **fabricação de três tipos de produtos** diferentes.
- A realização das atividades de manufatura de cada produto é denominada um processo. Estes **processos podem ser executado paralelamente**.
- O ambiente de manufatura disponibiliza **três máquinas** (recursos) para realização das atividades dos processos.
- **Cada par de processos compartilha entre si uma máquina**.
- **E cada processo precisa simultaneamente de duas máquinas** para realização de uma determinada atividade.

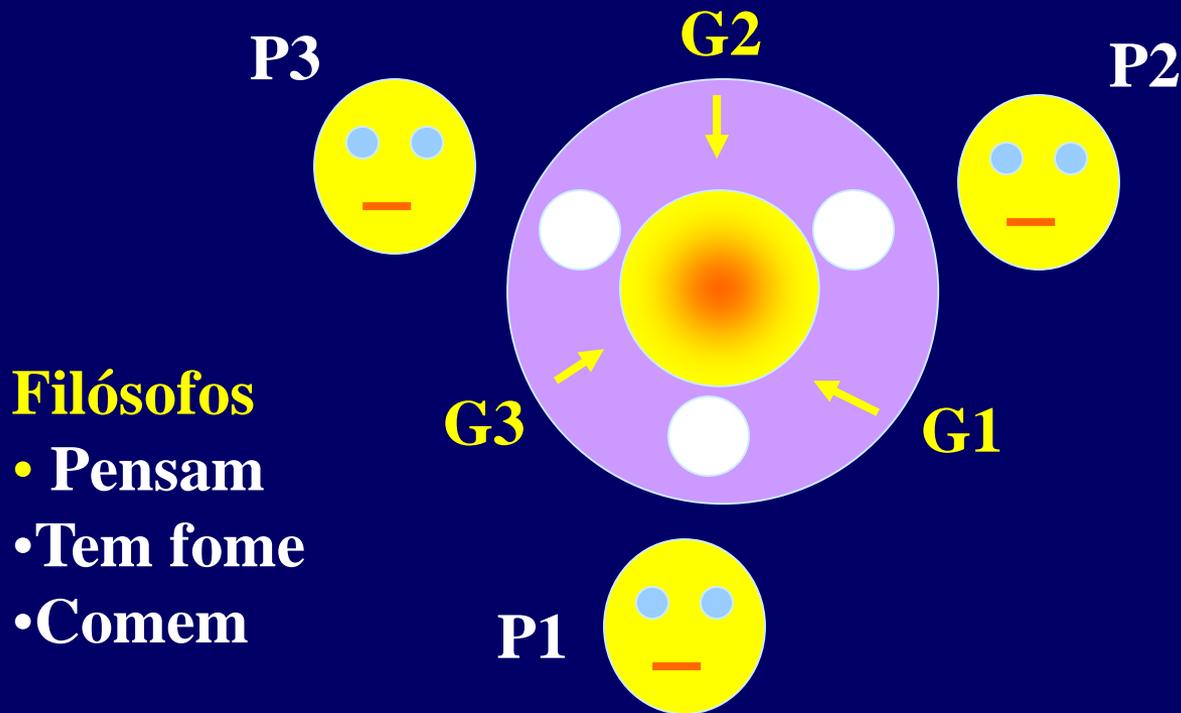
Motivação

- Estrutura do Problema



Motivação

■ O Problema Jantar dos Filósofos



Filósofos

- Pensam
- Tem fome
- Comem

Como especificar adequadamente este problema de forma que o modelo obtido não trave (*deadlock*) e que todos os filósofos tenham oportunidade de comer ?

Apresentação

- **LTS** – Sistema de Transição Rotulado, Máquinas ou Autômatos (*Labeled Transitions Systems*)
- **FSP** – *Finite Sequential Process*
- **Redes de Petri**

Máquinas de Estados,
Autômatos ou
Sistemas de Transição
Rotulados

Máquinas de Estados

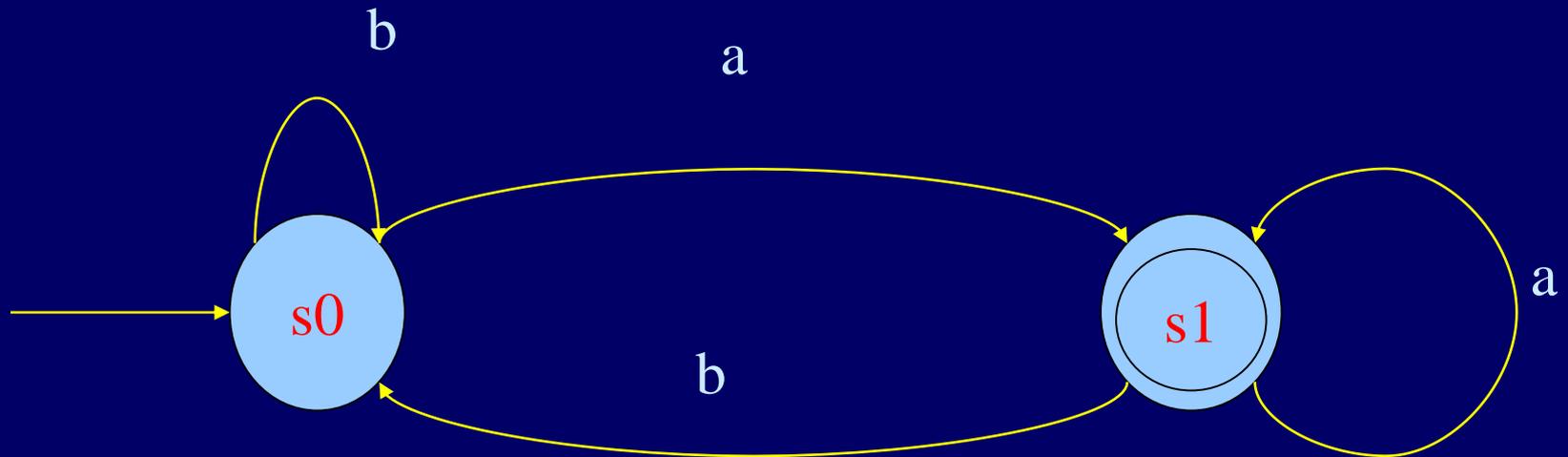
- Máquina de Estados Determinística
- Máquina de Estados Não-Determinística
- Máquina de Estados Finitos Não-Determinística
- Máquinas de Estados Finitos Determinística
 - Máquina de Estados Finitos Determinística com Entradas e Saídas

Máquina de Estados Determinística

- $SM = (S, E, f, \Gamma, s_0, S_m)$
 - S – Conjunto de estados
 - $s_0 \in S$ – Estado inicial
 - E – Alfabeto (conjunto de eventos)
 - $f : S \times E \rightarrow S$ – Função de próximo estado
 - $\Gamma : S \rightarrow 2^E$ – Função dos eventos factíveis
 - $S_m \subseteq S$ – Conjunto de estados marcados

Máquina de Estados Determinística

$S = \{s_0, s_1\}$, $E = \{a, b\}$, $f(s_0, a) = s_1$,
 $f(s_0, b) = s_0$, $f(s_1, a) = s_1$, $f(s_1, b) = s_0$,
 $\Gamma(s_0) = \{a, b\}$, $\Gamma(s_1) = \{a, b\}$, $S_m = \{s_1\}$



Máquina de Estados Determinística

E^* denota o conjunto de todas as “strings” (sequências) finitas de elementos de E , incluindo a “string” vazia ε .

E^* é denominado *Kleene-closure*.

Suponha $E = \{a, b, c\}$, portanto

$E^* = \{ \varepsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, \dots \}$.

Por conveniência, estendemos f do domínio $X \times E$ para

$X \times E^*$, da seguinte maneira:

$$f(x, \varepsilon) = x$$

$$f(x, se) = f(f(x, s), e)$$

para $s \in E^*$ e $e \in E$

Máquina de Estados Determinística

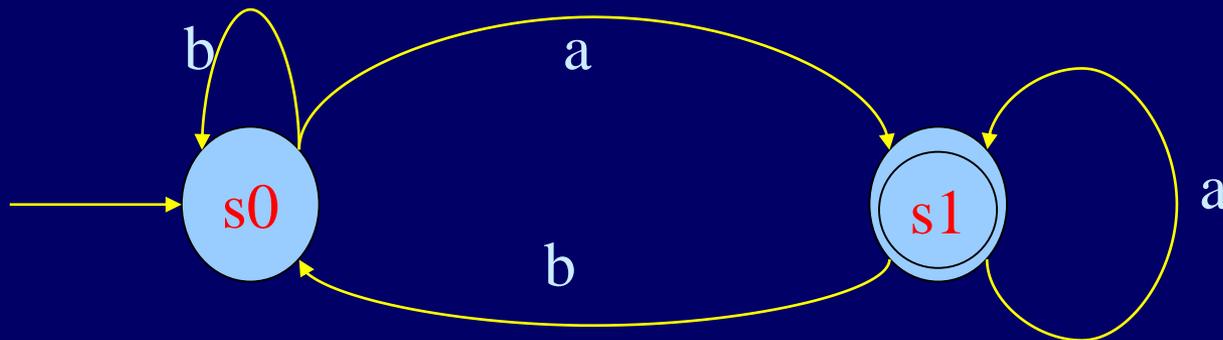
■ Linguagem Gerada

$$L(SM) = \{st \in E^* \mid f(s_0, st) \text{ é definida}\}$$

se f for uma função total então $L(SM) = E^*$

■ Linguagem Marcada

$$L_m(SM) = \{st \in L(SM) \mid f(s_0, st) \in S_m\}$$



$$L_m(SM) = \{a, aa, ba, aaa, aba, \dots\}$$

$$L(SM) = E^*$$

Máquina de Estados Determinística

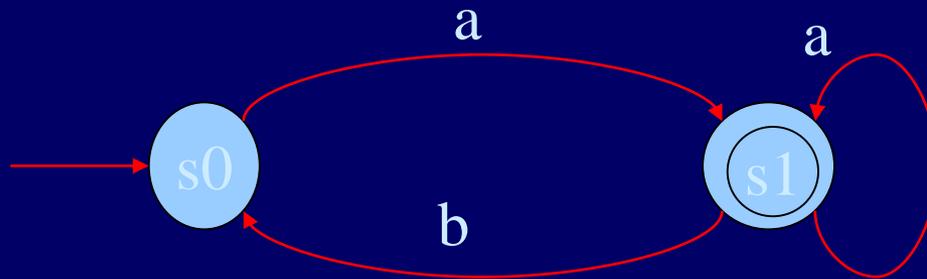
- Duas Máquinas de Estados SM1 e SM2 são ditas equivalentes se

$$L(\text{SM1}) = L(\text{SM2})$$

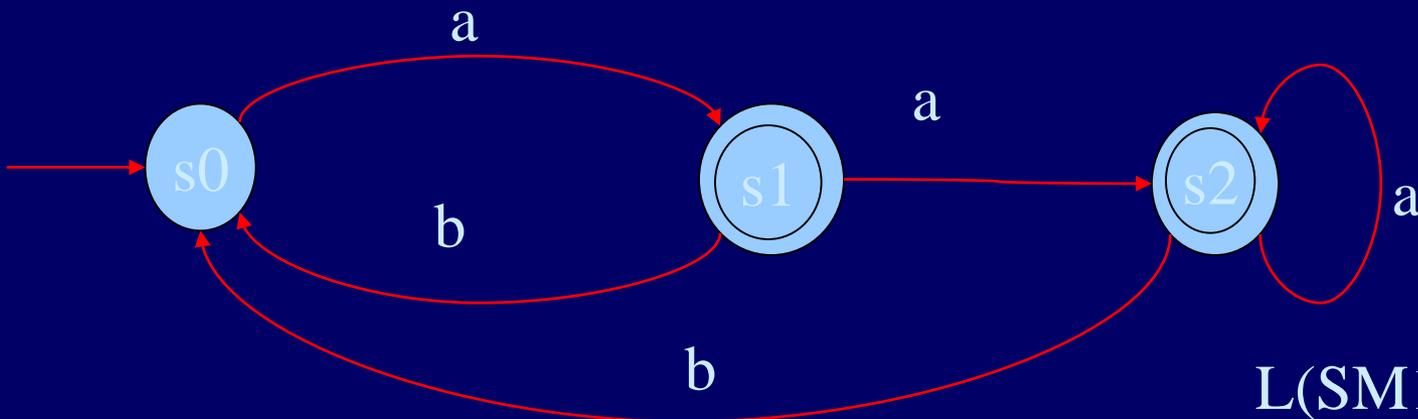
$$L_m(\text{SM1}) = L_m(\text{SM2})$$

Máquina de Estados Determinística

SM1



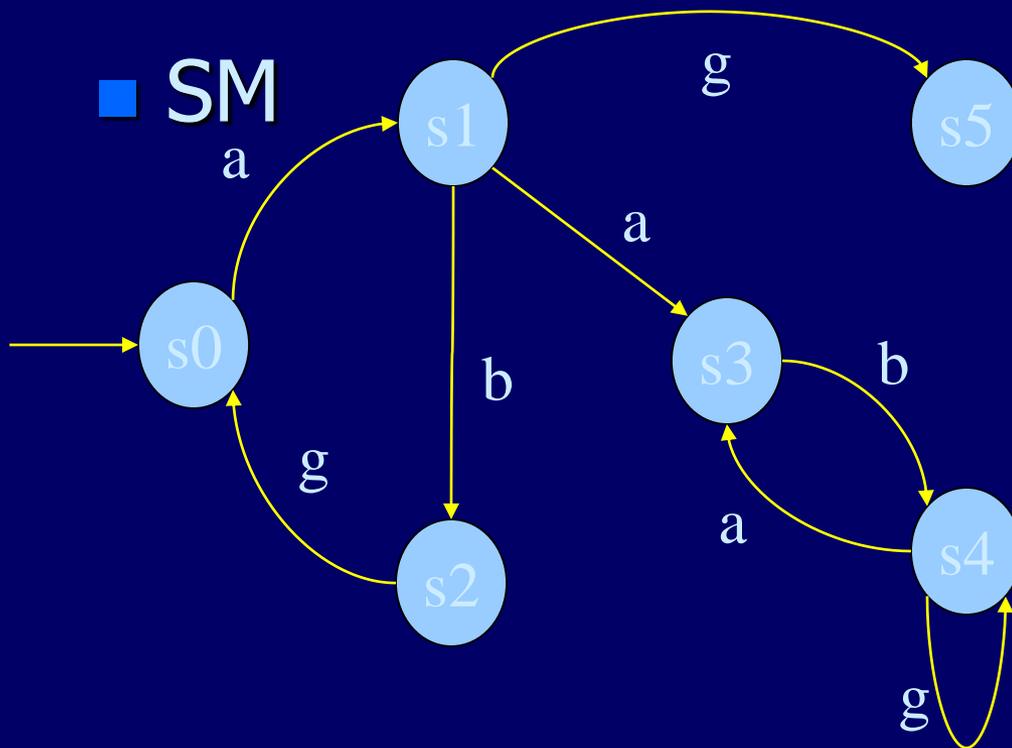
SM2



$L(\text{SM1}) = L(\text{SM2})$

$L_m(\text{SM1}) = L_m(\text{SM2})$

Máquina de Estados Determinística



- Deadlock - Estado s5

- Livelock - Estados s3, s4

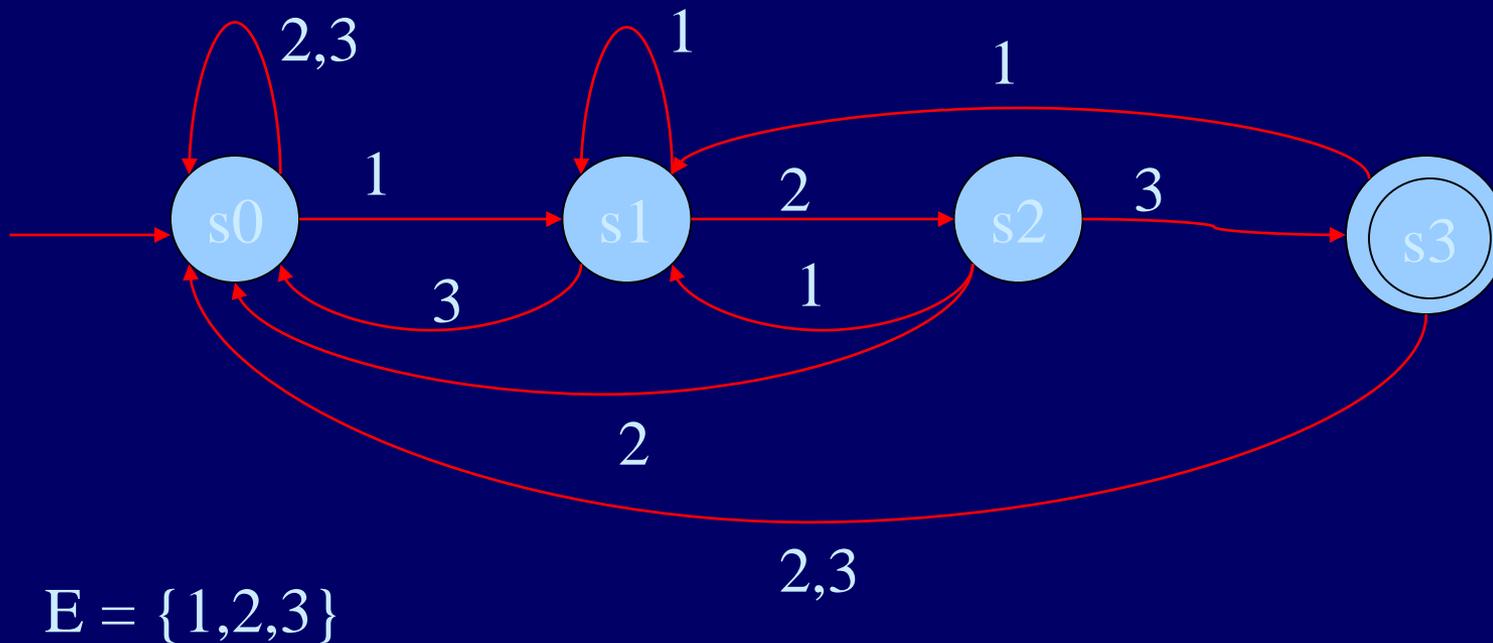
- Alcançabilidade - Um estado **sn** é alcançável de **s0** se existe um conjunto de eventos que realizados a partir de **s0** levam a **sn**.

$s4 \in R(s0)$

$s0 \notin R(s4)$

Máquina de Estados Determinística

- Detector de Seqüência 123



Máquina de Estados Determinística

Sistema de Fila

Neste ambiente, os usuários chegam e solicitam acesso a um servidor. Caso o servidor esteja ocupado, os usuários devem aguardar na fila. Quando o usuário completa a operação solicitada, ele sai do sistema e o próximo usuário da fila é servido imediatamente.

Podemos modelar este problema com um automata (máquina) de estados infinitos.

Os eventos que dirigem o sistema são:

a : chegada de um usuário

d: saída de um usuário

Portanto,

$$E = \{a, d\}$$

$$S = \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$f(s, a) = s + 1, \quad \forall s \geq 0$$

$$f(s, d) = s - 1, \quad \text{se } s > 0$$

$$\Gamma(s) = \{a, d\}, \quad \forall s > 0$$

$$\Gamma(0) = \{a\}$$

Máquina de Estados Determinística

Sistema de Fila

$E = \{a, d\}$

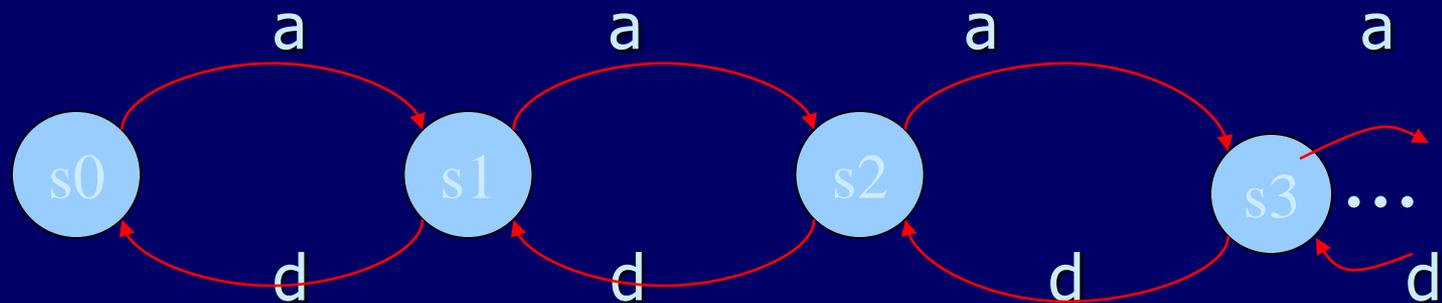
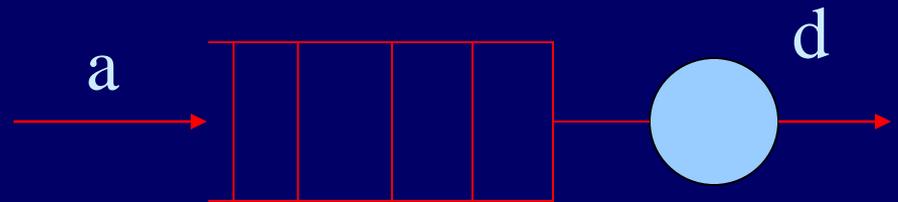
$S = \{0, 1, 2, \dots\}$

$f(s, a) = s + 1, \forall s \geq 0$

$f(s, d) = s - 1, \text{ se } s > 0$

$\Gamma(s) = \{a, d\}, \forall s > 0$

$\Gamma(0) = \{a\}$



Máquina de Estados Determinística

Sistema de Fila

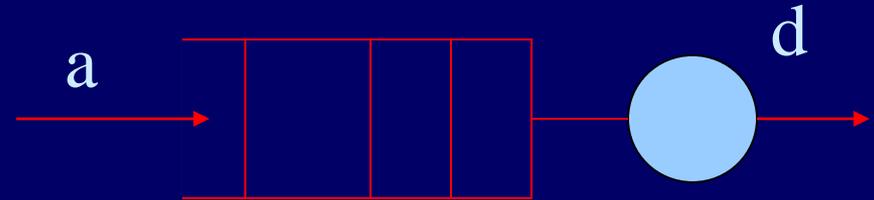
Para este mesmo sistema, vamos focar o estado do servidor.

Vamos assumir que o servidor pode estar desocupado (**I**), ocupado (**B**) ou quebrado (**D**).

Assumi-se que quando o servidor está quebrado, o usuário em serviço é perdido.

Portanto, após o reparo, o servidor está desocupado. Os eventos são: serviço começa

(**a**), serviço finaliza (**b**), servidor quebra (**l**) e servidor é reparado (**n**).



$$E = \{a, b, l, n\}$$

$$S = \{I, B, D\}$$

$$f(I, a) = B, f(B, b) = I,$$

$$f(D, n) = I, f(B, l) = D,$$

$$\Gamma(I) = \{a\}, \Gamma(B) = \{b, l\},$$

$$\Gamma(D) = \{n\}$$

Máquina de Estados Determinística

Sistema de Fila

$E = \{a, b, l, n\}$

$S = \{I, B, D\}$

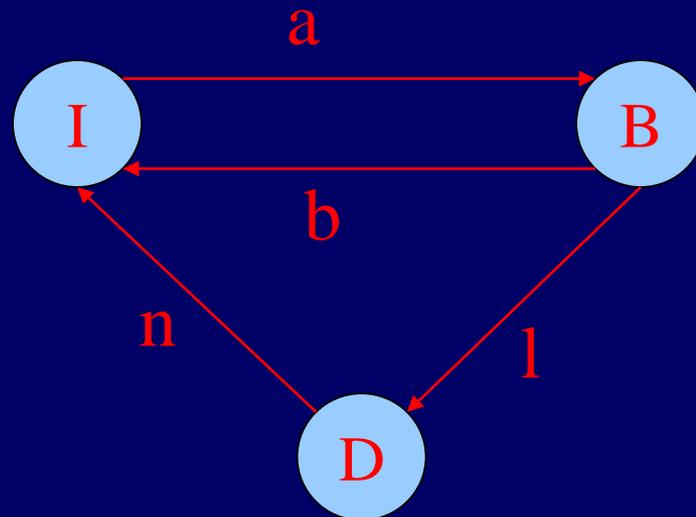
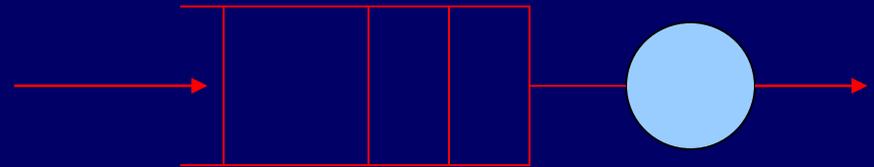
$f(I, a) = B, f(B, b) = I,$

$f(D, n) = I, f(B, l) = D,$

$\Gamma(I) = \{a\}, \Gamma(B) = \{b, l\},$

$\Gamma(D) = \{n\}$

.



Máquina de Estados Não-Determinística

- $SM_{nd} = (S, E \cup \{\varepsilon\}, F, \Gamma, s_0, S_m)$
 - S – Conjunto de estados
 - $s_0 \in S$ – Estado inicial
 - E – Alfabeto (conjunto de eventos)
 - $F : S \times E \times S$ – Relação de próximos estados
 - $\Gamma : S \rightarrow 2^E$ - Função dos eventos factíveis
 - $S_m \subseteq S$ - Conjunto de estados marcados

Por quê utilizar?

1. Desconhecimento sobre determinadas atividades ou necessidade de abstração
2. É possível obter um automata de menor número de estados.

Máquina de Estados Não-Determinística

■ $SM_{nd} = (S, E \cup \{\varepsilon\}, F, \Gamma, s_0, S_m)$

$S = \{0, 1\}$

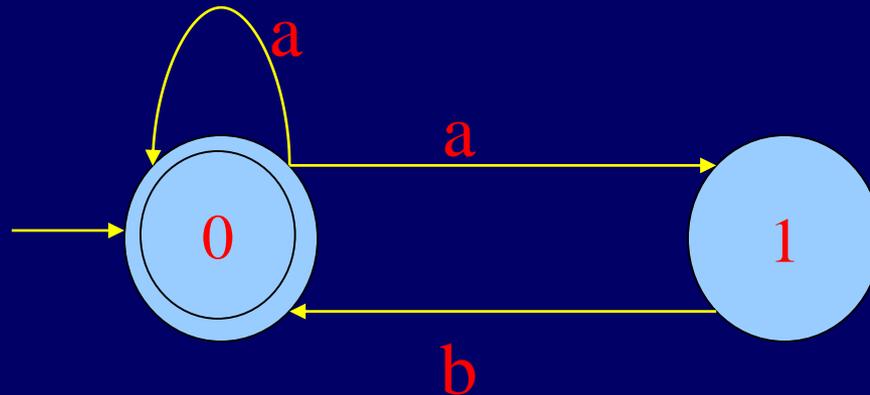
$E = \{a, b\}$

$F(0, a) = \{0, 1\}$

$F(1, b) = \{0\}$

$\Gamma(0) = \{a\}$

$\Gamma(1) = \{b\}$



Máquina de Estados Não-Determinística

- Máquina determinística equivalente

$$SM_{nd} = (S, E, f, \Gamma, s_0, S_m)$$

$$S = \{A, B\}$$

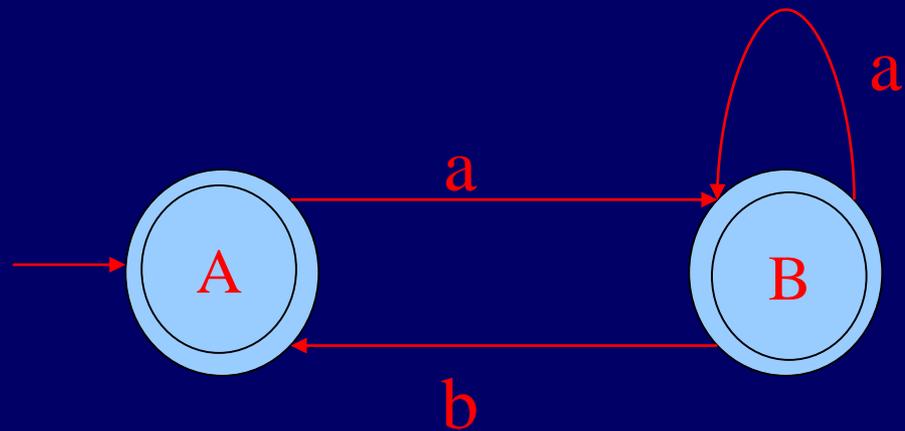
$$E = \{a, b\}$$

$$f(A, a) = B$$

$$f(B, a) = A, f(B, b) = A$$

$$\Gamma(A) = \{a\}$$

$$\Gamma(B) = \{a, b\}$$



Máquinas não-determinísticas podem ser convertidas em máquinas determinísticas.

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

■ Partes Acessíveis (*Reachable*)

$$SM = (S, E, f, s_0, S_m)$$

$$Rc(SM) = (S_{rc}, E, f_{rc}, s_0, S_m^{rc})$$

$$S_{rc} = \{s \in S \mid \exists st \in E^* \text{ que } f(s_0, st) \text{ esteja definida}\}$$

$$S_m^{rc} = S_m \cap S_{rc}$$

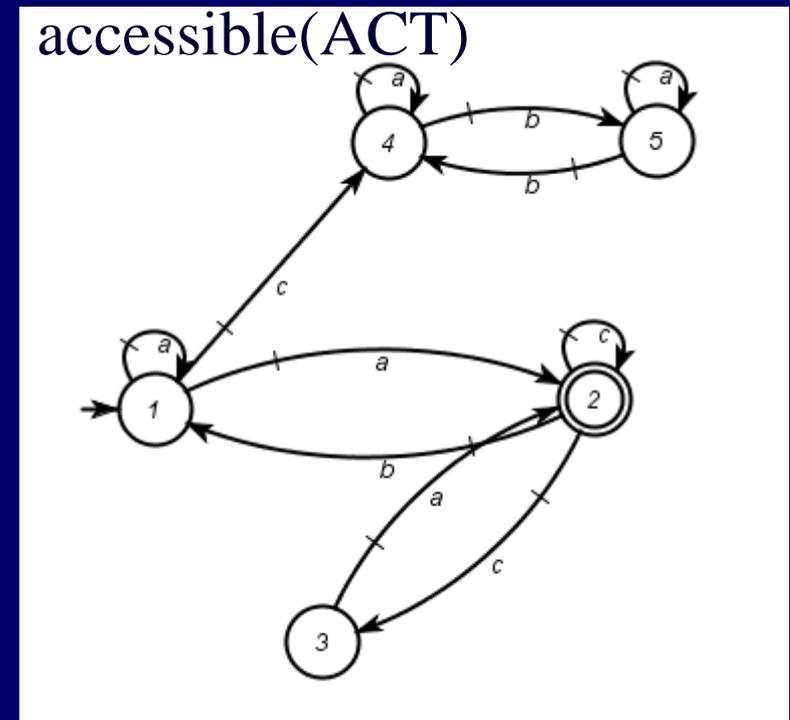
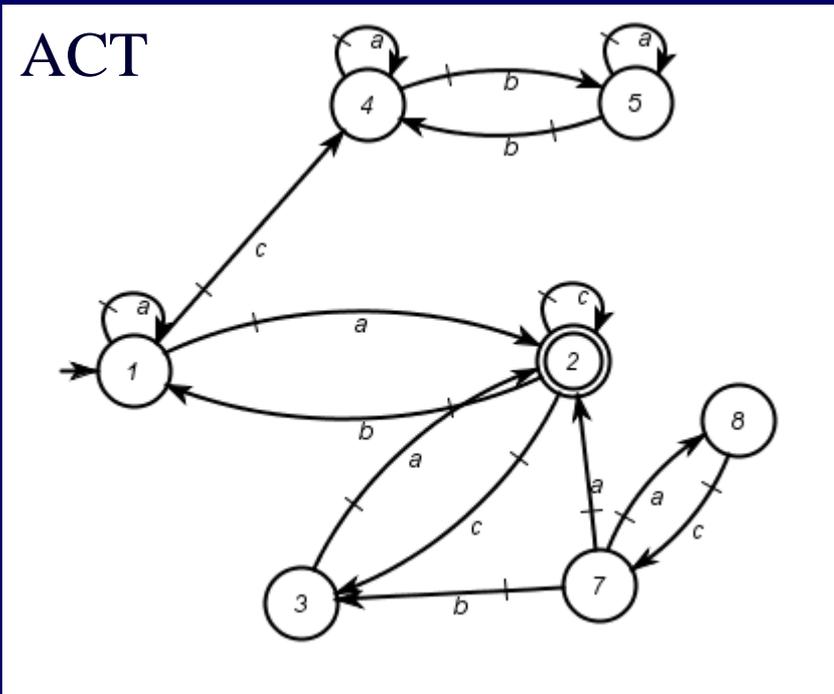
$$f_{rc} = f|_{S_{rc} \times E \rightarrow S_{rc}} \text{ é a função } f \text{ com o domínio restrito a } (S_{rc}, E)$$

Nós vamos assumir que as máquinas tratadas aqui são acessíveis.

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

- Partes Acessíveis (*Reachable*)



Máquina de Estados

-Algumas Operações-

- Partes Co-Acessíveis (*Co-Reachable*)

É um autômata em que todos os estados marcados são alcançáveis, ou seja:

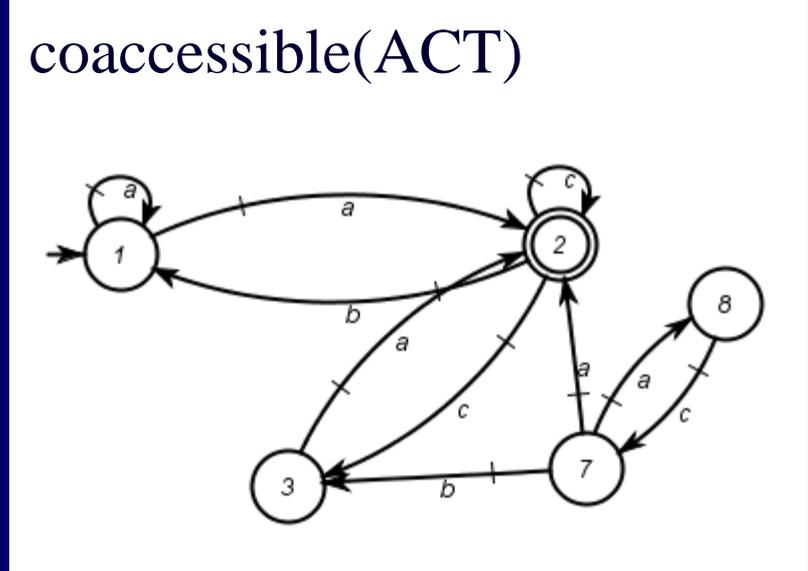
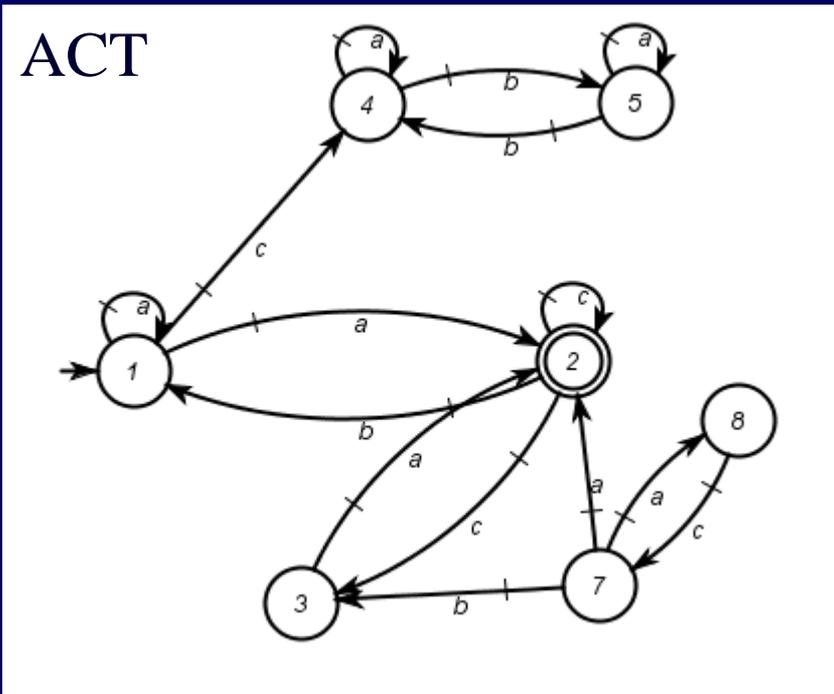
$f_{rc}(s_0, s) = s_m$ está definida para $\forall st \in E^*$, onde

$$S_m \in S_m$$

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

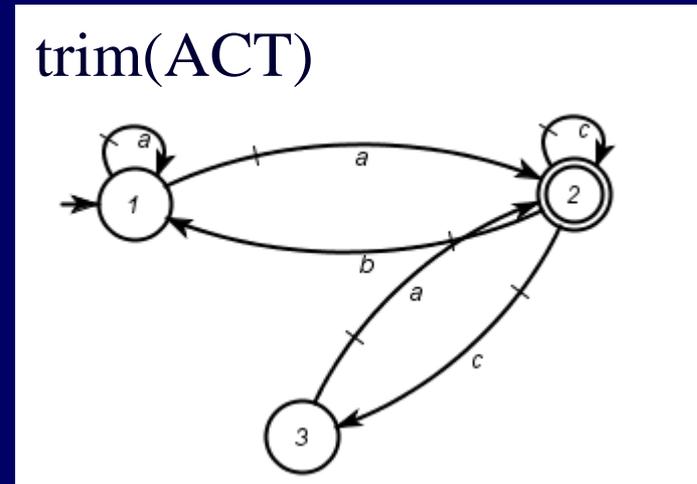
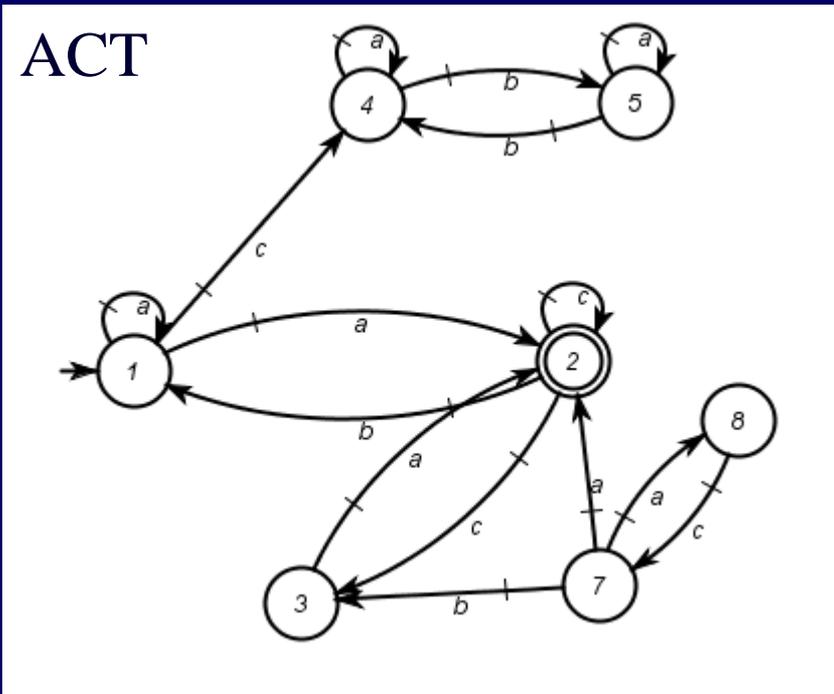
- Partes Co-Acessíveis (*Co-Reachable*)



Máquina de Estados

-Algumas Operações-

- Operador Trim remove todos os estados que não são alcançáveis ou co-alcançáveis.



Máquina de Estados

-Algumas Operações-

■ Composição Paralela

$$SM_1 = (S_1, E_1, f_1, \Gamma_1, s_0^1, S_m^1)$$

$$SM_2 = (S_2, E_2, f_2, \Gamma_2, s_0^2, S_m^2)$$

$$SM_1 || SM_2 = Rc(S_1 \times S_2, E_1 \cup E_2, f_{1||2}, \Gamma_{1||2}, (s_0^1, s_0^2), S_m^1 \times S_m^2)$$

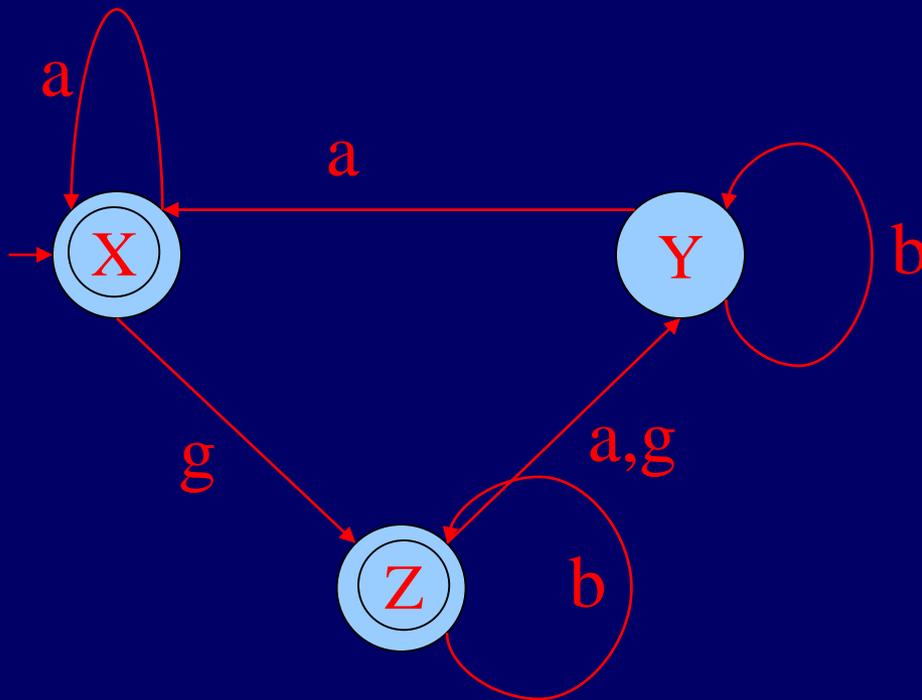
$$f_{1||2}((s_1, s_2), e) = \begin{cases} (f_1(s_1, e), f_2(s_2, e)) & \text{se } e \in \Gamma_1(s_1) \cap \Gamma_2(s_2) \\ (f_1(s_1, e), s_2) & \text{se } e \in \Gamma_1(s_1) \setminus E_2 \\ (s_1, f_2(s_2, e)) & \text{se } e \in \Gamma_2(s_2) \setminus E_1 \\ \text{indefinido} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\Gamma_{1||2}(s_1, s_2) = \{\Gamma_1(s_1) \cap \Gamma_2(s_2)\} \cup \{\Gamma_1(s_1) \setminus E_2\} \cup \{\Gamma_2(s_2) \setminus E_1\}$$

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

■ Composição Paralela



$S = \{X, Y, Z\}$, $E = \{a, b, g\}$,
 $f(X, a) = X$, $f(X, g) = Z$,
 $f(Y, a) = X$, $f(Y, b) = Y$,

$f(Z, b) = Z$,

$f(Z, a) = f(Z, g) = Y$

$\Gamma(X) = \{a, g\}$, $\Gamma(Y) = \{a, b\}$,

$\Gamma(Z) = \{a, b, g\}$

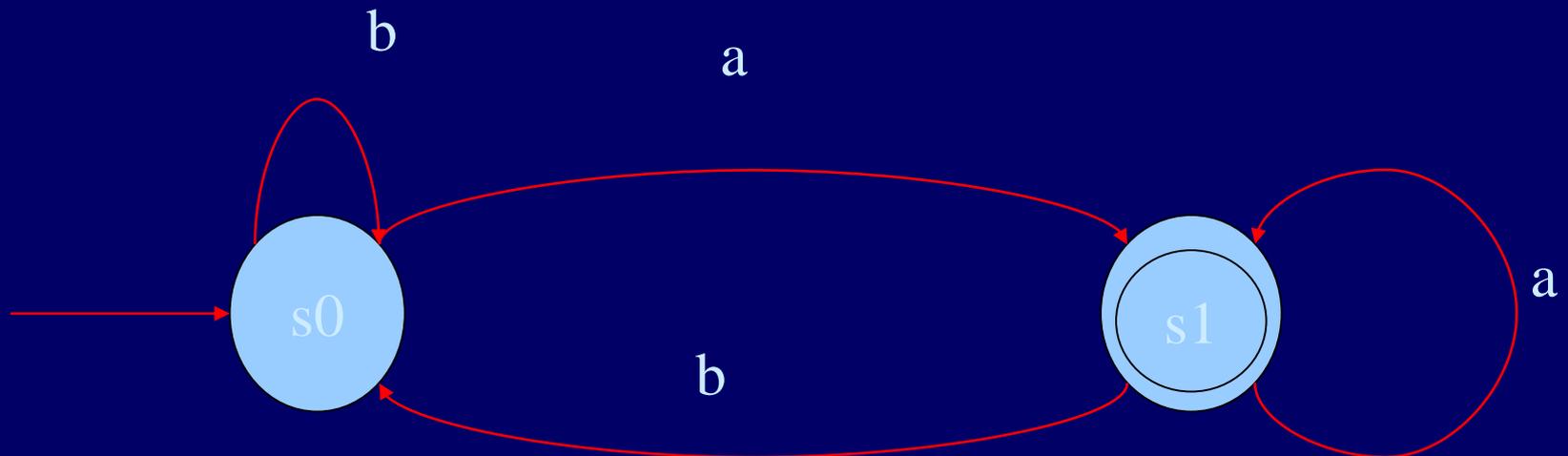
$S_m = \{X, Z\}$

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

■ Composição Paralela

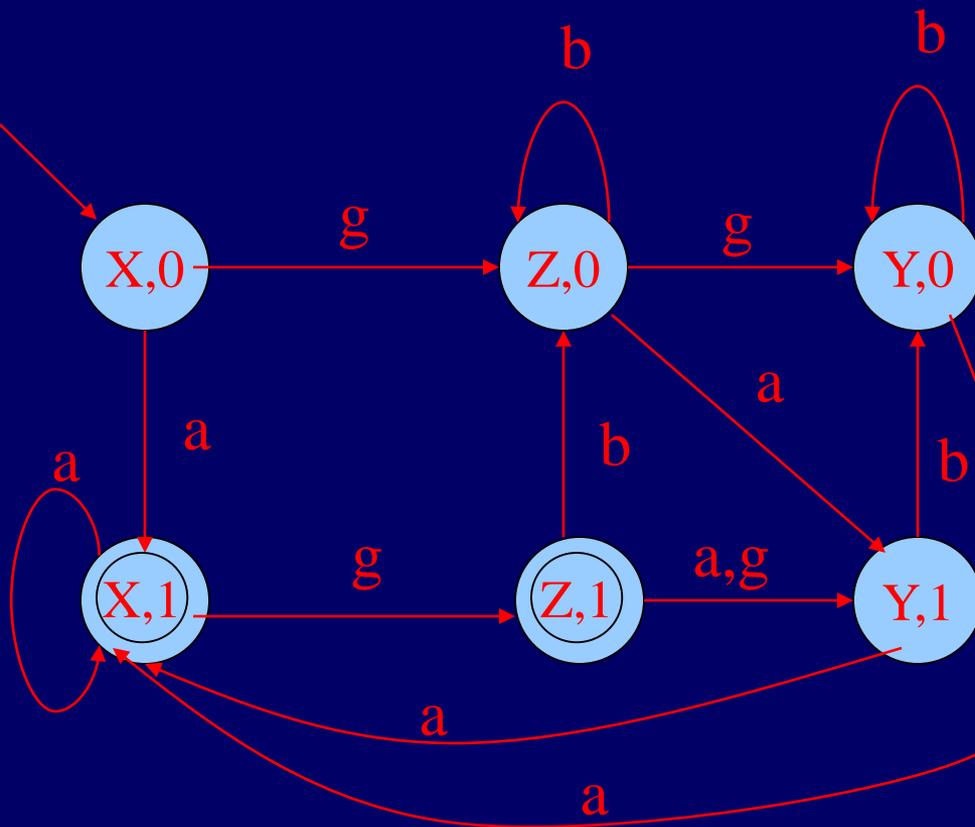
$S = \{s_0, s_1\}$, $E = \{a, b\}$, $f(s_0, a) = s_1$,
 $f(s_0, b) = s_0$, $f(s_1, a) = s_1$, $f(s_1, b) = s_0$,
 $\Gamma(s_0) = \{a, b\}$, $\Gamma(s_1) = \{a, b\}$, $S_m = \{s_1\}$



Máquina de Estados

-Algumas Operações-

■ Composição Paralela



$S = \{(X,0), (X,1), (Y,0), (Y,1), (Z,0), (Z,1)\},$
 $E = \{a, b, g\},$

$f((X,0), a) = (X,1), f((X,0), g) = (Z,0),$

$f((X,1), a) = (X,1), f((X,1), g) = (Z,1),$

$f((Y,0), a) = (X,1), f((Y,0), b) = (Y,0),$

$f((Y,1), a) = (X,1), f((Y,1), b) = (Y,0),$

$f((Z,0), b) = (Z,0),$

$f((Z,0), a) = f((Z,1), g) = f((Z,1), a) =$
 $(Y,1)$

$f((Z,1), b) = (Z,0)$

$\Gamma(X,0) = \Gamma(X,1) = \{a, g\},$

$\Gamma(Y,0) = \Gamma(Y,1) = \{a, b\},$

$\Gamma(Z,0) = \Gamma(Z,1) = \{a, b, g\}$

$S_m = \{(X,1), (Z,1)\}$

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

- Composição Paralela

Se $E_1 = E_2$, todos os eventos de $SM_1 || SM_2$ serão sincronizados

Se $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, não se tem eventos sincronizados. Tem-se a concorrência, com nenhum sincronismo (*interleaving* dos eventos de SM_1 e SM_2)

Máquina de Estados

-Algumas Operações-

■ Produto

$$SM_1 = (S_1, E_1, f_1, \Gamma_1, s_0^1, S_m^1)$$

$$SM_2 = (S_2, E_2, f_2, \Gamma_2, s_0^2, S_m^2)$$

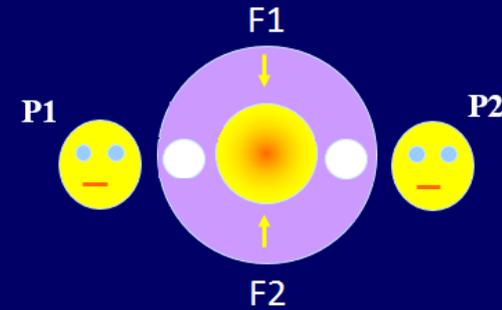
$$SM_1 \times SM_2 = Rc(S_1 \times S_2, E_1 \cap E_2, f_{1 \times 2}, \Gamma_{1 \times 2}, (s_0^1, s_0^2), S_m^1 \times S_m^2)$$

$$f_{1 \times 2}((s_1, s_2), e) = \begin{cases} (f_1(s_1, e), f_2(s_2, e)) & \text{se } e \in \Gamma_1(s_1) \cap \Gamma_2(s_2) \\ \text{indefinido} & \text{caso contrário} \end{cases}$$

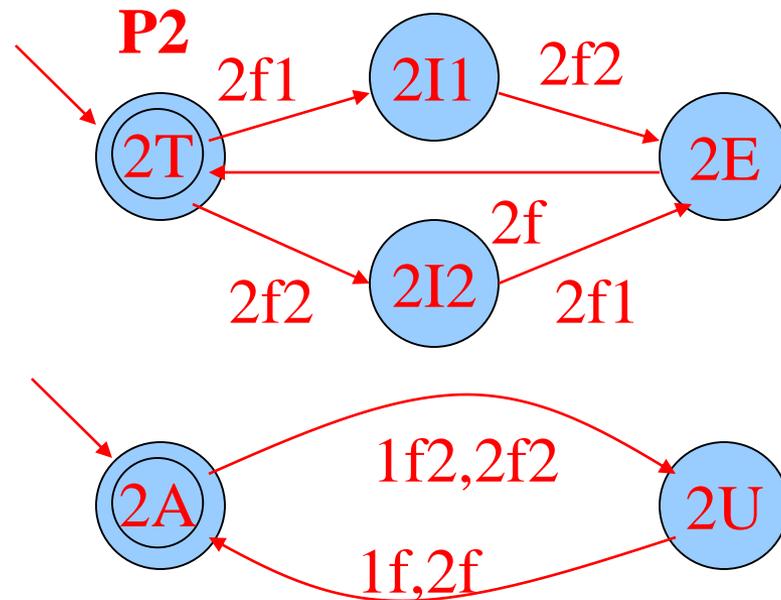
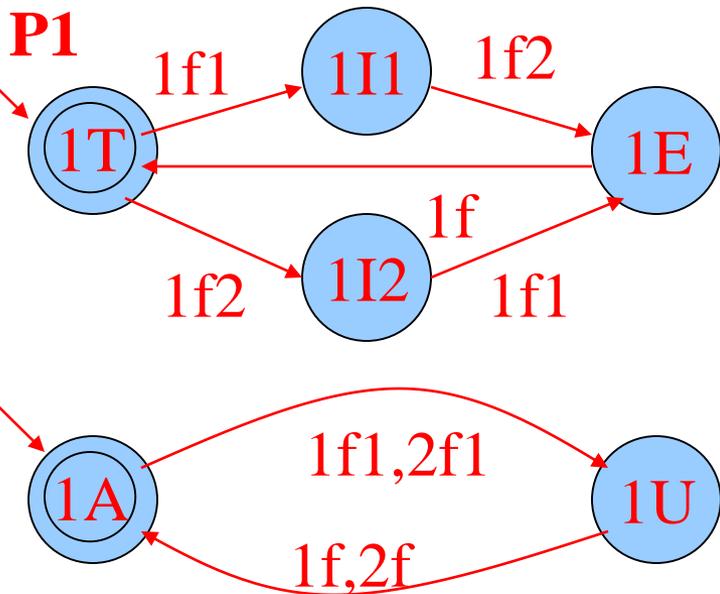
$$\Gamma_{1 \times 2}(s_1, s_2) = \Gamma_1(s_1) \cap \Gamma_2(s_2)$$

Máquina de Estados

- Problema dos Filósofos -

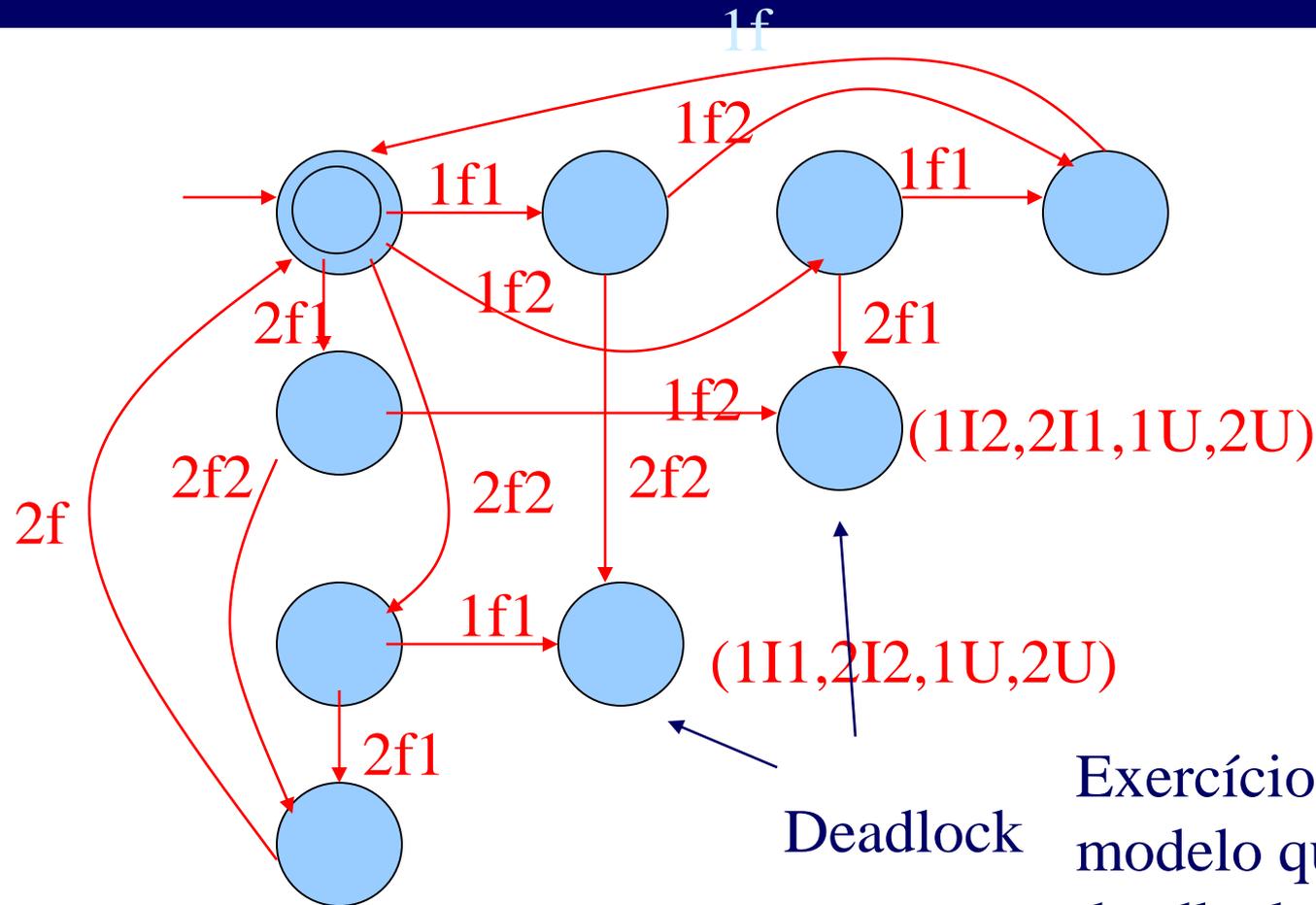


■ Suponhamos dois Filósofos P1 e P2. Cada filósofo ou está pensando ou comendo. Os eventos ifj significam o filósofo i pega o garfo j e os evento jf significam o filósofo j libera os garfos.



Máquina de Estados

- Problema dos Filósofos -



Deadlock

Exercício: construir um modelo que não tenha deadlock

Finite State Machine

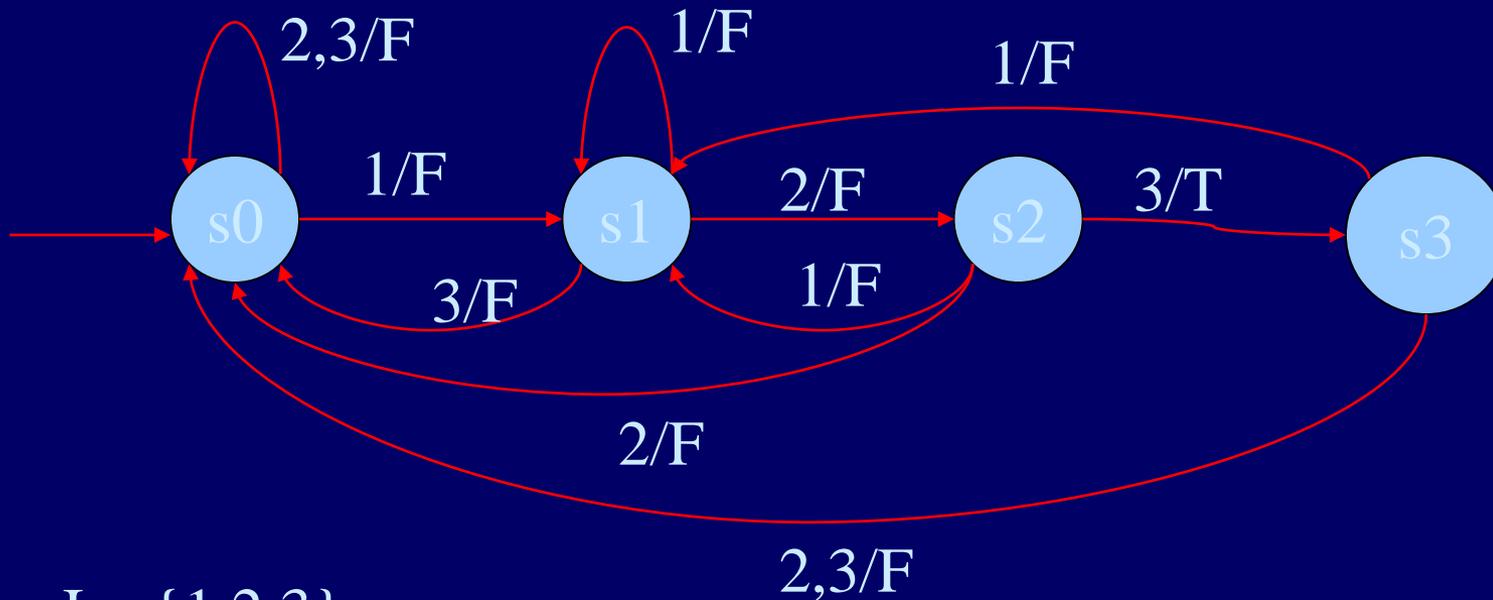
Modelo Mealy

■ $SM = (S, I, O, f, h)$

- S – Conjunto de Estados
- $s_0 \in S$ – Estado inicial
- I – Alfabeto de entrada
- O – Alfabeto de saída
- $f : S \times I \rightarrow S$ – Função de próximo estado
- $h : S \times I \rightarrow O$ – Função de saída

Finite State Machine Modelo Mealy

■ Detector de Seqüência 123



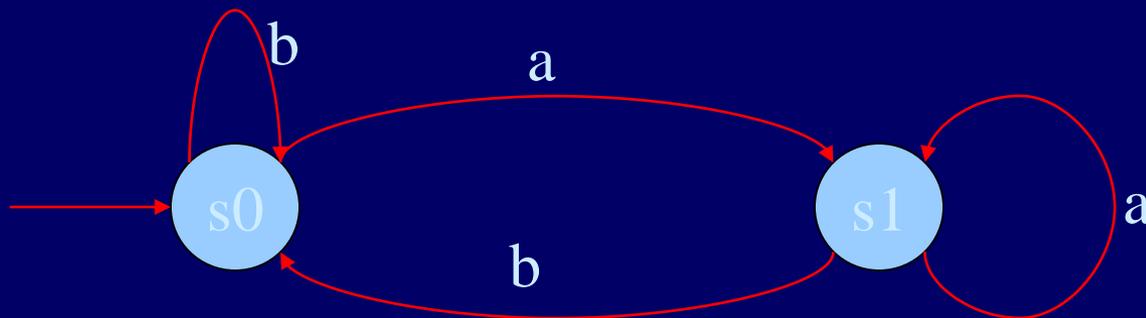
$I = \{1,2,3\}$

$O = \{F,T\}$

Finite State Machine

- Linguagem Gerada

$$L(SM) = \{i_k \in I \mid f \text{ é definida}\}$$

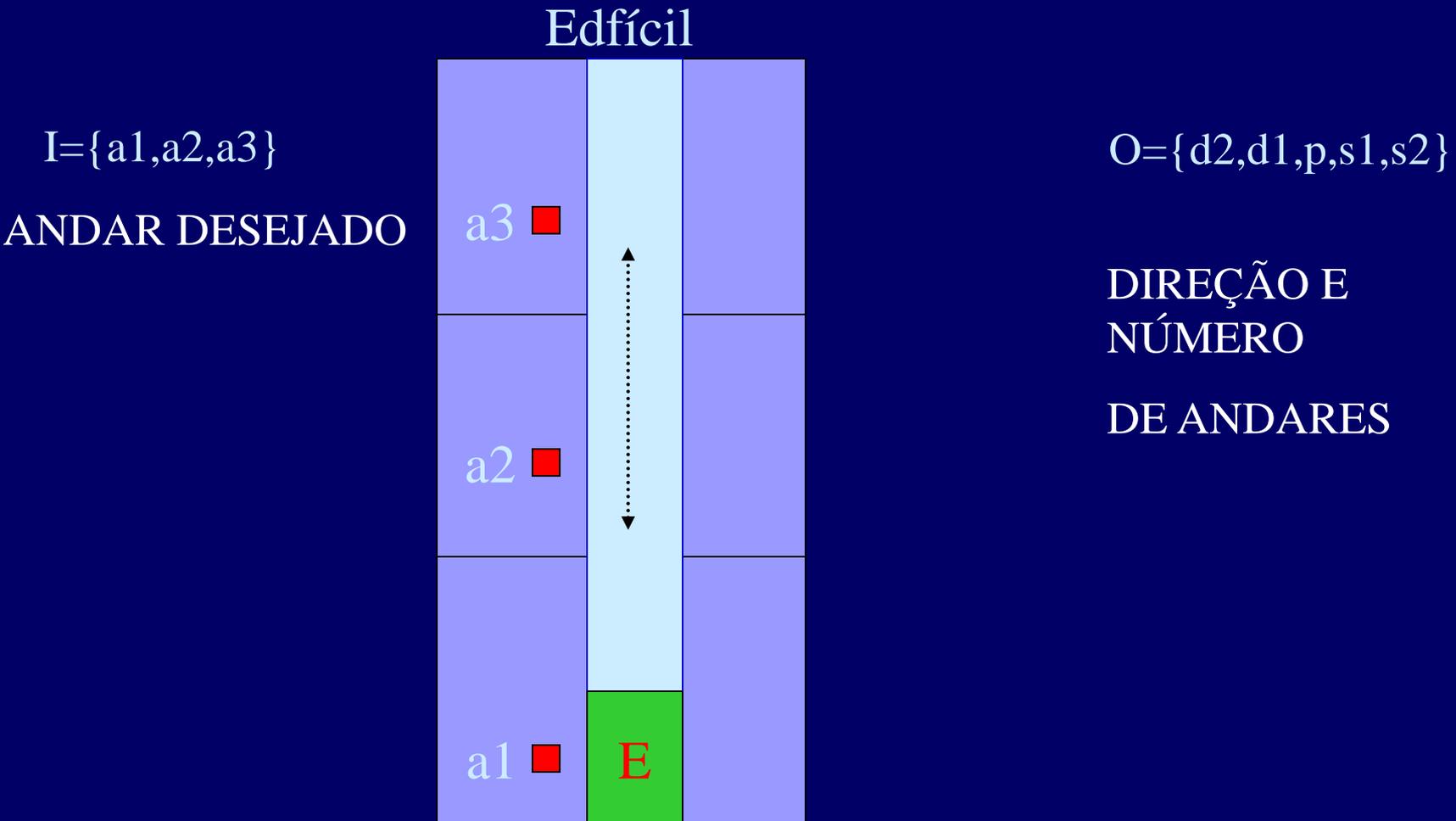


$$L(SM) = \{a, aa, ba, aaa, aba, \dots\}$$

Duas Máquinas de Estados SM1 e SM2 são ditas equivalentes se
 $L(SM1) = L(SM2)$

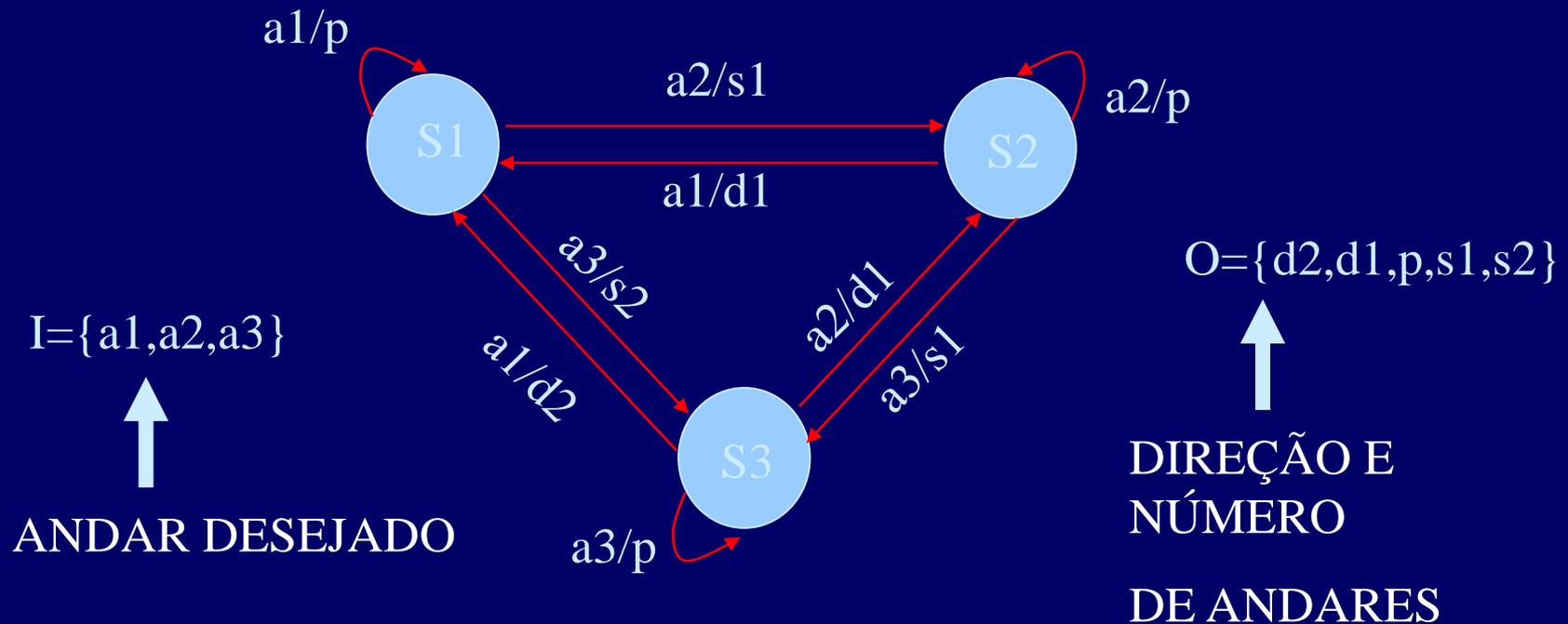
Máquinas de Estados Finitos

Modelo Mealy



Máquinas de Estados Finitos

Modelo Mealy



Máquinas de Estados Finitos

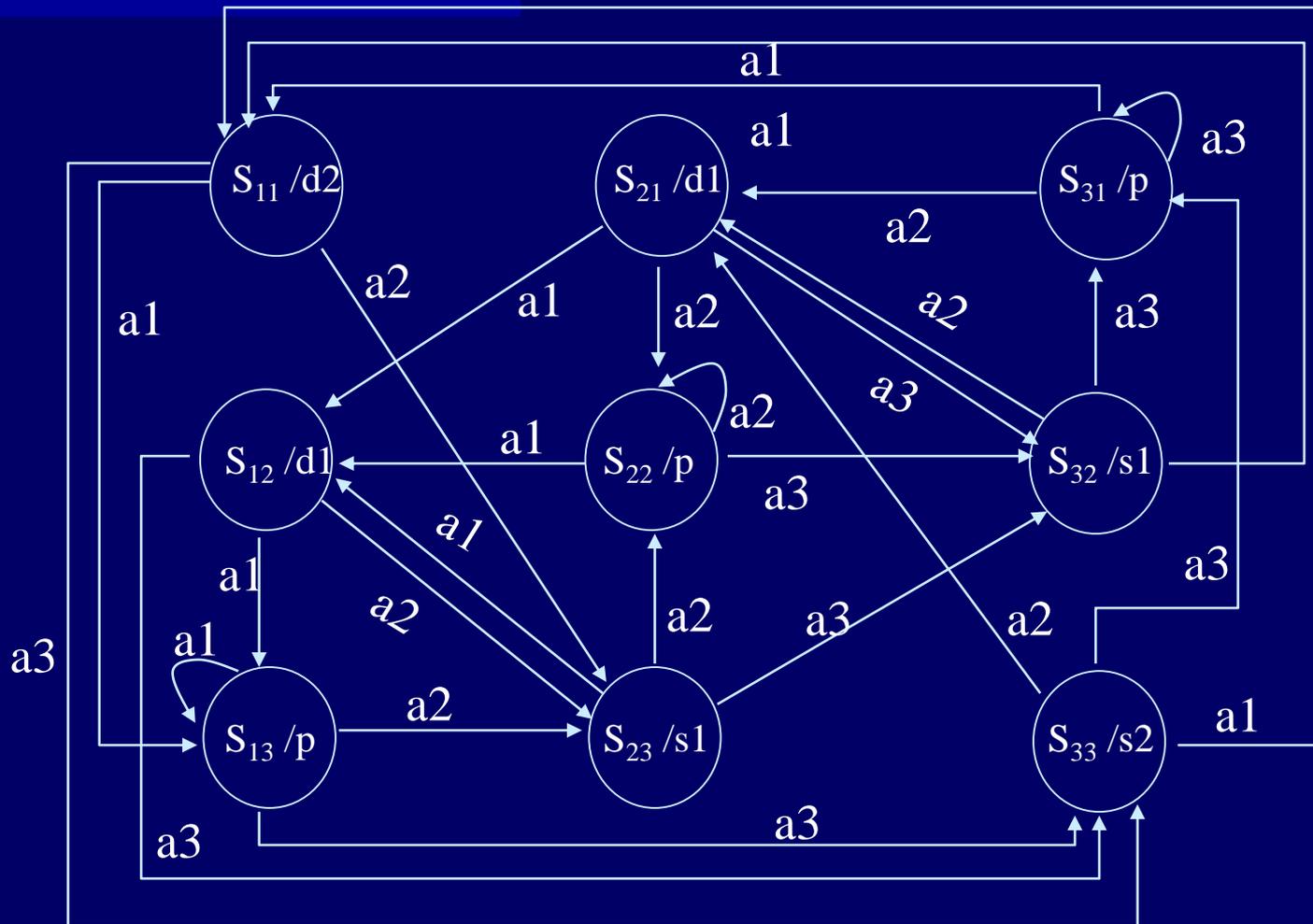
Modelo Moore

■ FSM = (S, I, O, f, h)

- S – Conjunto de Estados
- $s_0 \in S$ – Estado inicial
- I – Alfabeto de entrada
- O – Alfabeto de saída
- $f : S \times I \rightarrow S$ – Função de próximo estado
- $h : S \rightarrow O$ – Função de saída

Máquinas de Estados Finitos

Modelo Moore



Máquinas de Estados Finitos

- Dificuldades na modelagem direta da concorrência.
 - Criação de processos
 - sincronização
- Impossibilidade de representação de sistemas com número infinito de estados.
- A análise de propriedades interessantes são decidíveis

Sistema de Transição Rotulado

(Labeled Transition System)

Sistema de Transição Rotulado

- $TS = (S, s_0, L, tran)$
 - S – Conjunto de Estados
 - s_0 – Estado inicial
 - L – Conjunto de rótulos
 - $tran \subseteq S \times L \times S$, normalmente indicada por $s \xrightarrow{a} s'$

Finite State Process
(FSP)

Modelando Processos

Modelos serão descritos por *Labelled Transition Systems* LTS.

Serão descritos textualmente através *finite state processes* (FSP)

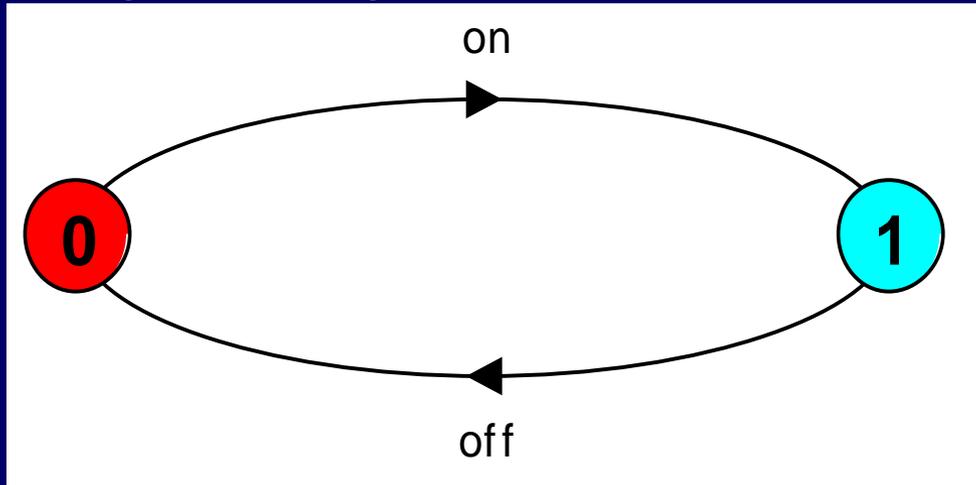
Ferramenta *LTSA* .

- ◆ LTS - forma gráfica
- ◆ FSP - forma algébrica

modelando processos

Um processo é a execução de programa sequencial.

Modelaremos utilizando LTS que muda de estado pela execução de ações atômicas.



a light
switch LTS

on → off → on → off → on → off →

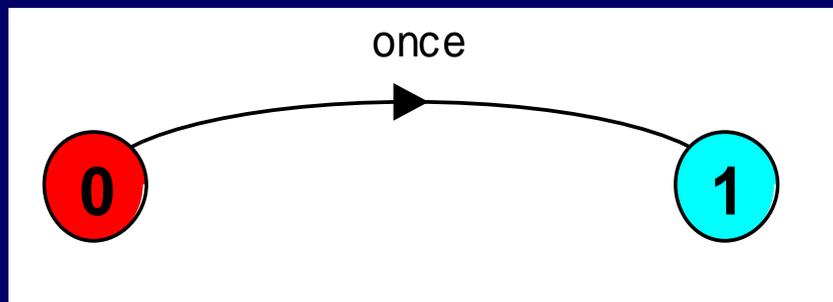
.....

a sequência de
ações ou *trace*

FSP - Prefixação

Se x é uma ação e P um processo então $(x \rightarrow P)$ descreve um processo que inicialmente executa a ação x e comporta-se exatamente como descrito pelo processo P .

ONESHOT = (once \rightarrow STOP) .



ONESHOT state machine

Convenção: ações começam com letras minúsculas e PROCESSOS com letras maiúsculas

FSP - Prefixação & Recursão

Comportamento Repetitivo - Usas-se recursão:

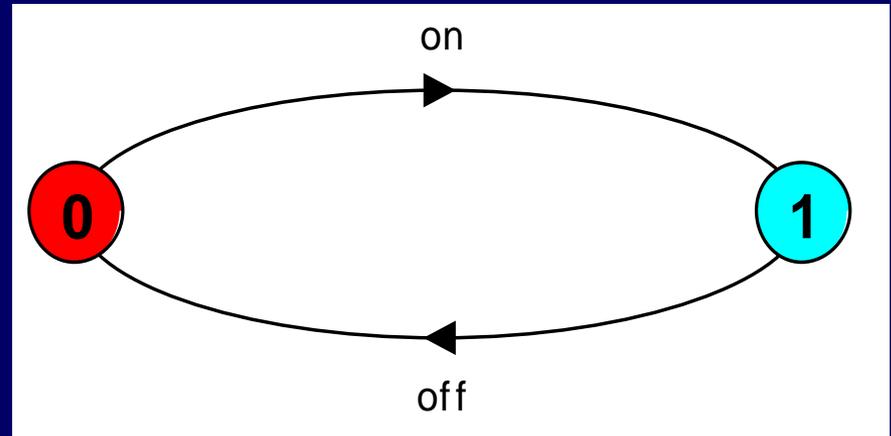
```
SWITCH = OFF,  
OFF     = (on -> ON) ,  
ON      = (off-> OFF) .
```

Forma mais sucinta:

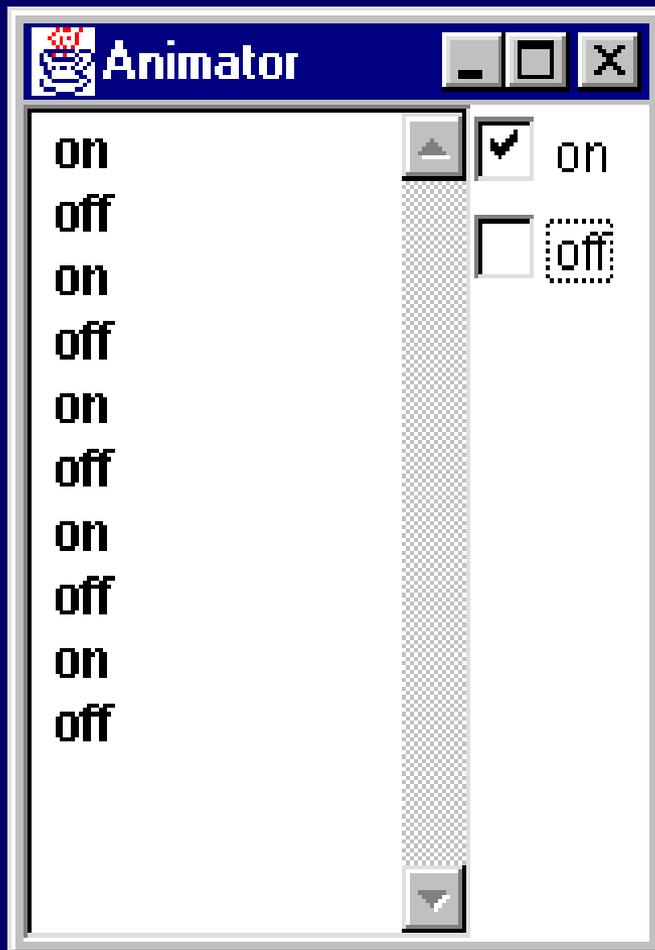
```
SWITCH = OFF,  
OFF     = (on -> (off->OFF)) .
```

Outra vez:

```
SWITCH = (on->off->SWITCH) .
```

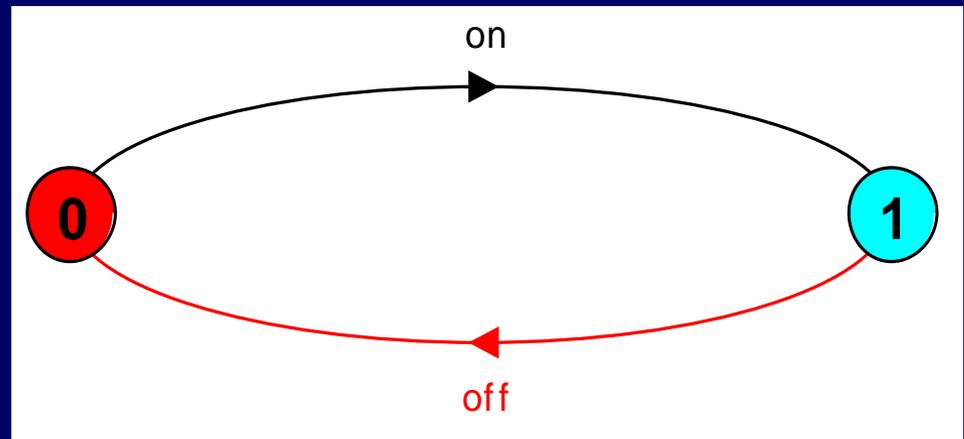


animação usando LTSA



O animador *LTSA* pode ser usado para produzir um *trace*.

Escolha das ações elegíveis.

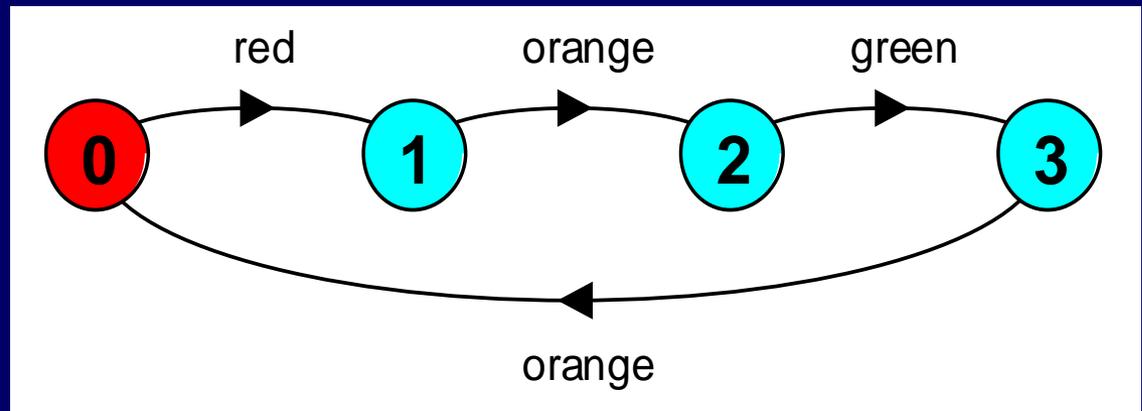


FSP - Prefixação

Modelo FSP de um semáforo :

TRAFFICLIGHT = (red->orange->green->orange -> TRAFFICLIGHT) .

LTS gerado utilizando *LTSA*:



Trace:

red->orange->green->orange->red->orange->green

...

FSP - Escolha

Se x e y são ações então $(x \rightarrow P \mid y \rightarrow Q)$ descreve um processo que inicialmente executa x or y . Após a primeira ação ter ocorrido, o comportamento subsequente é descrito por P se a primeira ação foi x e Q se foi y .

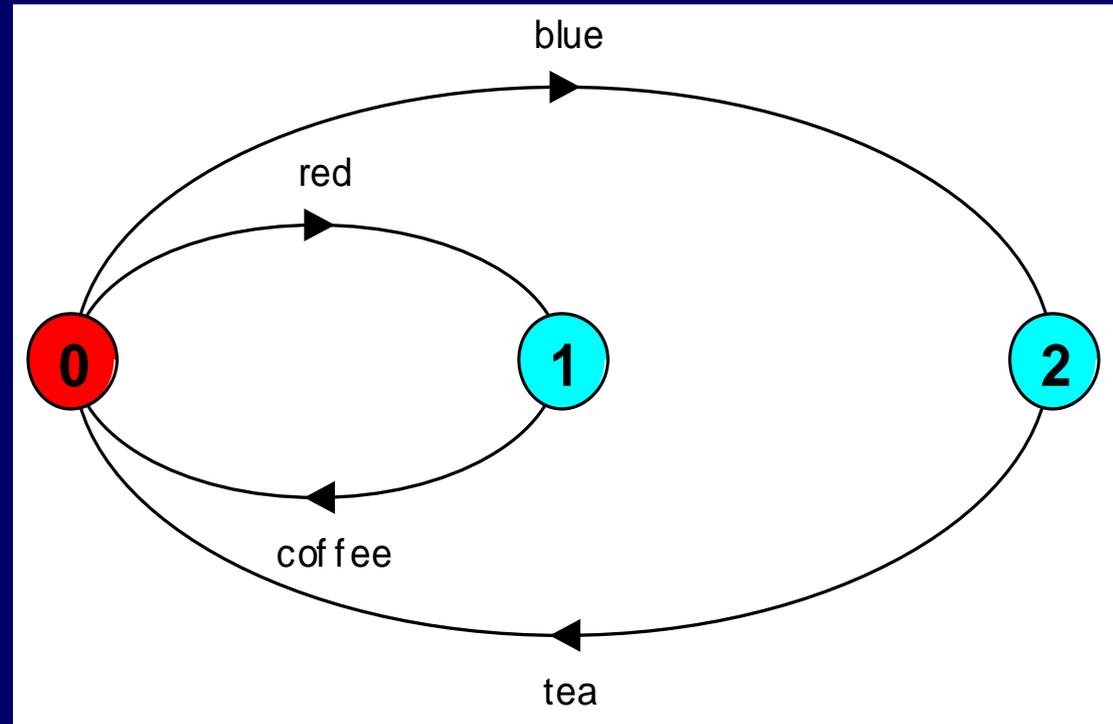
Quem o que fez a escolha ?

FSP - choice

Modelo FSP of uma máquina de venda :

```
DRINKS = (red->coffee->DRINKS  
|blue->tea->DRINKS  
).
```

LTS gerado usando-se
LTSA:



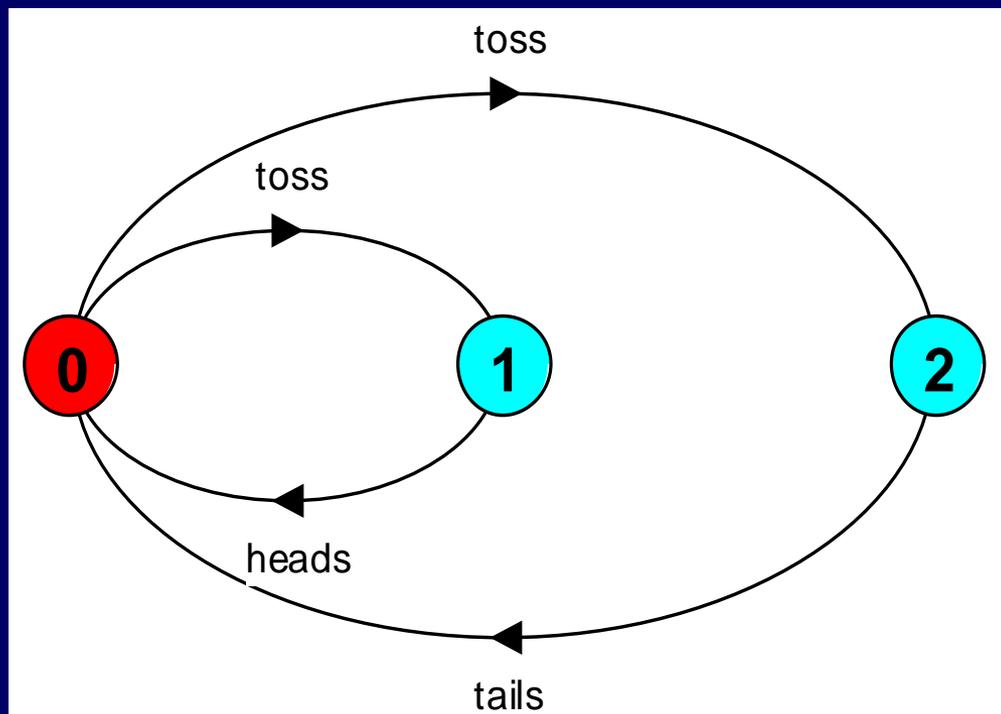
Quais são os *traces*
possíveis?

Escolha Não-Determinística

Processo $(x \rightarrow P \mid x \rightarrow Q)$ descreve um processo que executa x e então comporta-se como P ou Q .

COIN = $(\text{toss} \rightarrow \text{HEADS} \mid \text{toss} \rightarrow \text{TAILS})$,
HEADS = $(\text{heads} \rightarrow \text{COIN})$,
TAILS = $(\text{tails} \rightarrow \text{COIN})$.

Quais são os possíveis
traces?



FSP - Processos e Ações Indexadas

Considere um buffer que recebe como entrada valores entre 0 e 3 e em seguida os fornece como saída:

$$\text{BUFF} = (\text{in}[i:0..3] \rightarrow \text{out}[i] \rightarrow \text{BUFF}) .$$

Equivale a

$$\begin{aligned} \text{BUFF} = & (\text{in}[0] \rightarrow \text{out}[0] \rightarrow \text{BUFF} \\ & | \text{in}[1] \rightarrow \text{out}[1] \rightarrow \text{BUFF} \\ & | \text{in}[2] \rightarrow \text{out}[2] \rightarrow \text{BUFF} \\ & | \text{in}[3] \rightarrow \text{out}[3] \rightarrow \text{BUFF} \\ &) . \end{aligned}$$

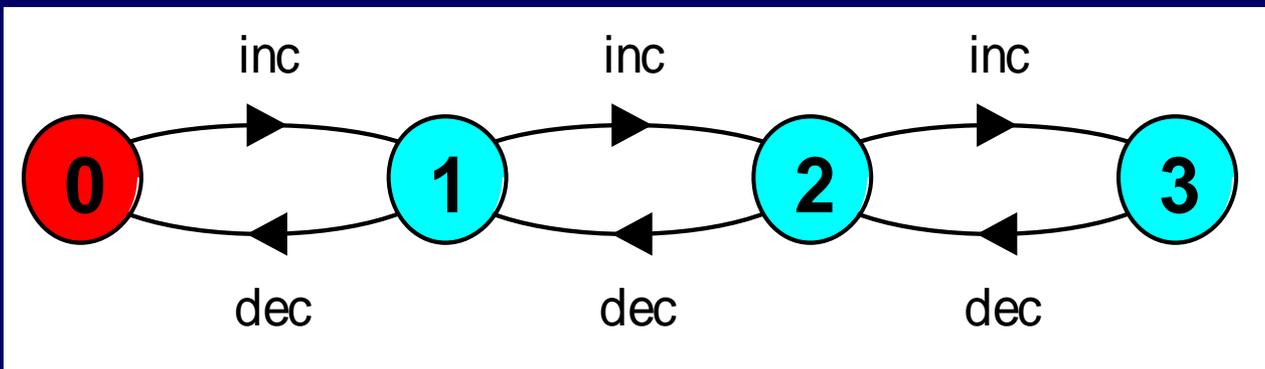
Ou através de parâmetros de processos com valor default:

$$\text{BUFF}(N=3) = (\text{in}[i:0..N] \rightarrow \text{out}[i] \rightarrow \text{BUFF}) .$$

FSP - Ações Guardadas

A escolha ($\text{when } B \ x \rightarrow P \mid y \rightarrow Q$) significa que quando a guarda B é verdadeira então as ações x e y são ambas elegíveis, caso contrário, se B is falso, então a ação x não pode ser escolhida.

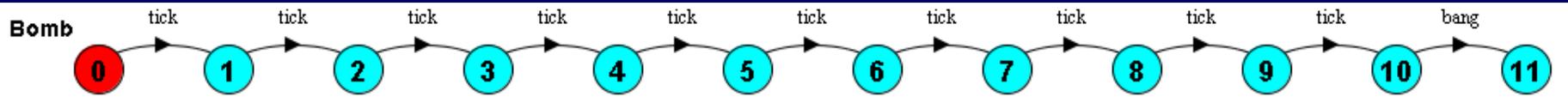
```
COUNT (N=3) = COUNT [0],  
COUNT [i:0..N] = (when (i<N) inc->COUNT [i+1]  
                    | when (i>0) dec->COUNT [i-1]  
                    ).
```



Finalização de Processos

O processo *deadlock* pode ser usado para finalizar um processo.

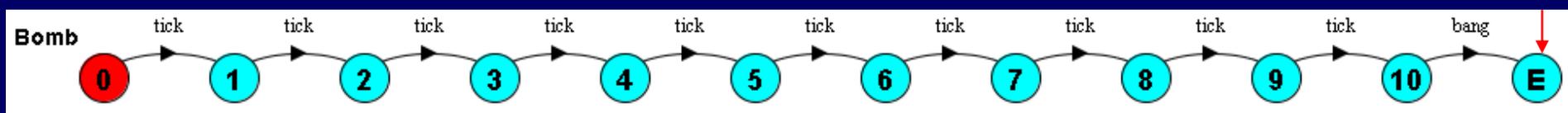
```
Bomb = (tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->bang->STOP).
```



Finalização de Processos

Um processo END é um *deadlock* com nome especial E. Deve/pode ser usado para se especificar a finalização (adequada) de um processo.

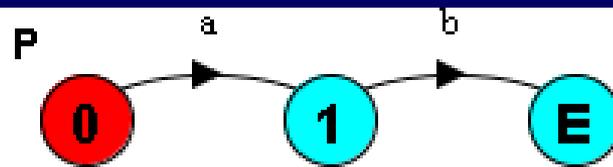
```
Bomb = (tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->tick->bang->END).
```



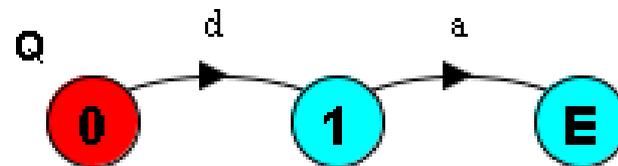
Composição Sequencial de Processos

Se P e Q são processos sequenciais, $P;Q$ é a composição sequencial de P e Q .

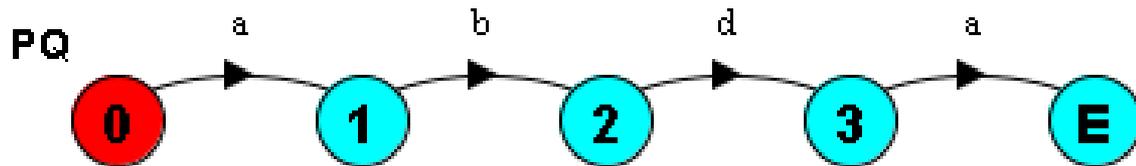
$P = (a \rightarrow b \rightarrow \text{END})$.



$Q = (d \rightarrow a \rightarrow \text{END})$.



$PQ = P;Q; \text{END}$.



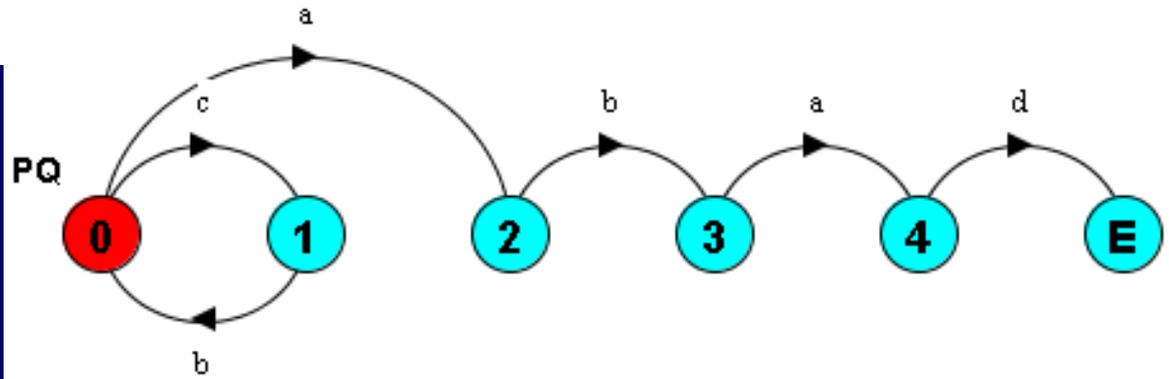
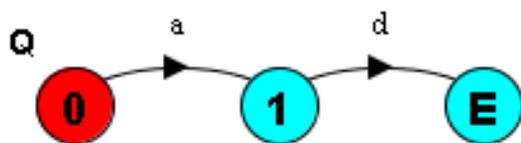
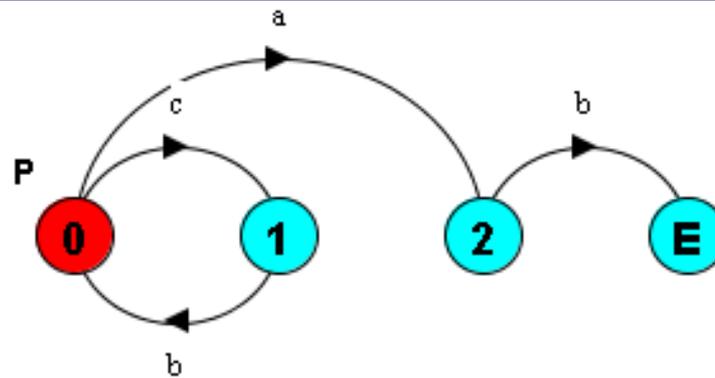
Composição Sequencial de Processos

Outro exemplo:

$P = (a \rightarrow b \rightarrow \text{END} \mid c \rightarrow b \rightarrow P)$.

$Q = (a \rightarrow d \rightarrow \text{END})$.

$PQ = P ; Q ; \text{END}$.



Composição Paralela

Interleaving de Ações

Se P e Q são processos, então $(P||Q)$ representa a execução concorrente de P e Q . O operador $||$ é o operador de composição paralela.

`ITCH = (scratch->STOP) .`

`CONVERSE = (think->talk->STOP) .`

`||CONVERSE_ITCH = (ITCH || CONVERSE) .`

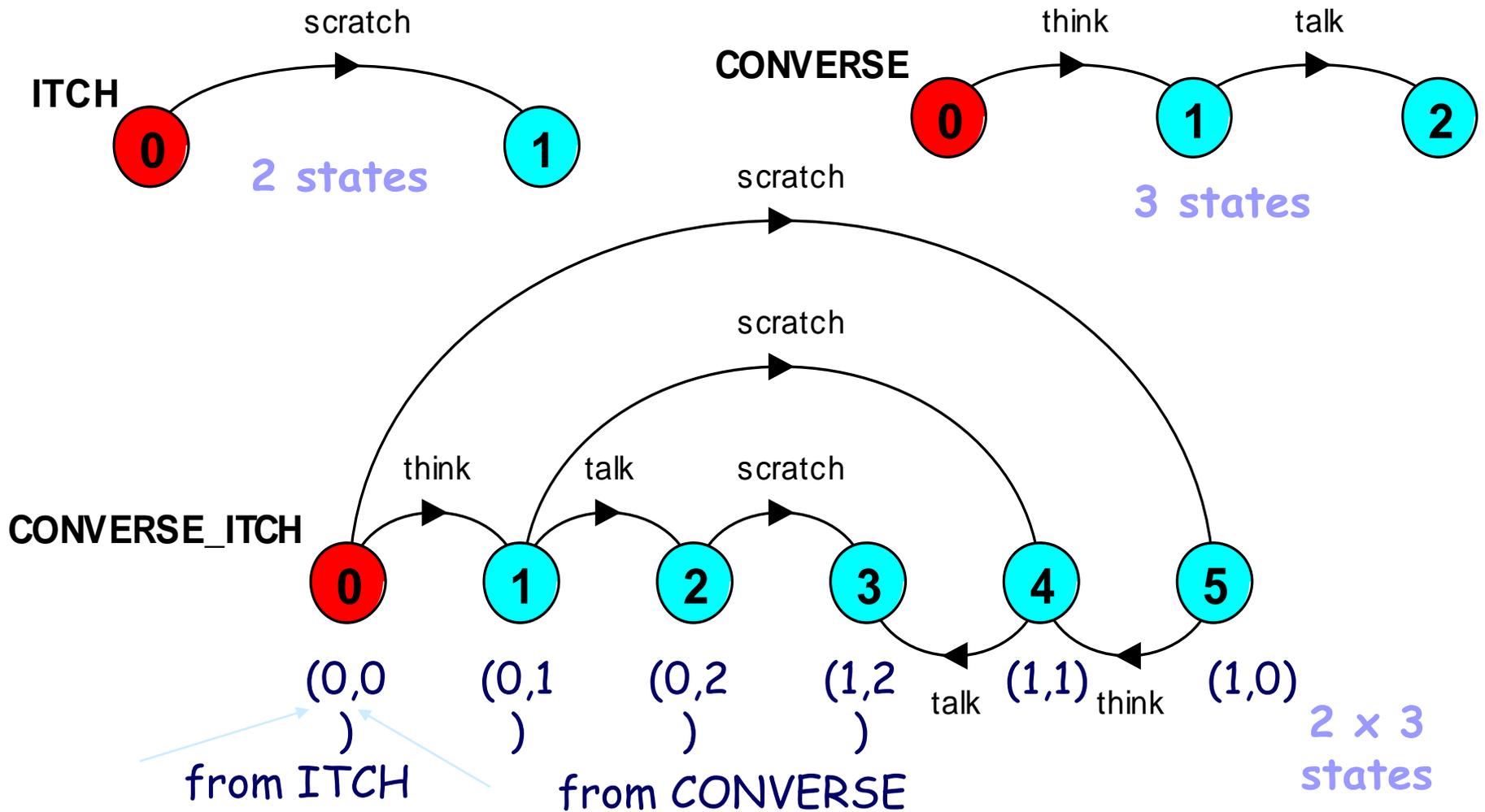
Alfabeto
disjunto

`think->talk->scratch`
`think->scratch->talk`
`scratch->think->talk`

*Possíveis traces
resultantes do
interleaving de
ações.*

Composição Paralela

Interleaving de Ações



Composição Paralela – Leis Algébricas

Comutativa: $(P \parallel Q) = (Q \parallel P)$

Associativa: $(P \parallel (Q \parallel R)) = ((P \parallel Q) \parallel R)$
 $= (P \parallel Q \parallel R) .$

Clock radio:

CLOCK = (tick->CLOCK) .

RADIO = (on->off->RADIO) .

||CLOCK_RADIO = (CLOCK || RADIO) .

LTS? Traces? Número de estados?

Composição Paralela

Interleaving de Ações

Se $VERTV$ e $CONVERSA$ são dois processos, então $(VERTV || CONVERSA)$ representa a execução concorrente de $VERTV$ e $CONVERSA$. O operador $||$ é o operador de composição paralela.

$VERTV = (ver \rightarrow STOP)$.

$CONVERSA = (pensa \rightarrow conversa \rightarrow STOP)$.

$|| CONVERSA_VERTV = (VERTV || CONVERSA)$.

$pensa \rightarrow conversa \rightarrow ver$

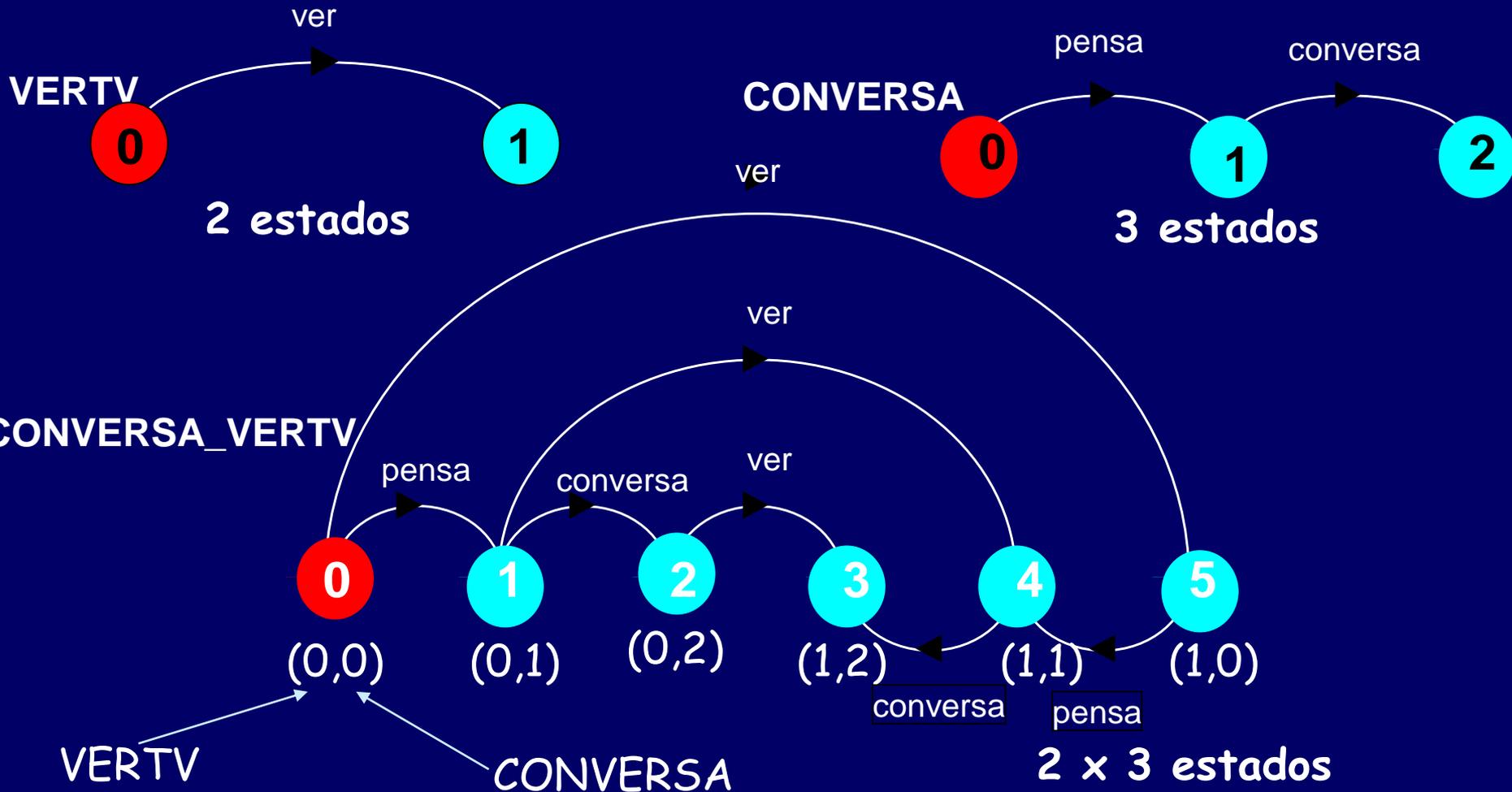
$pensa \rightarrow ver \rightarrow conversa$

$ver \rightarrow pensa \rightarrow conversa$

Os traces possíveis são resultados do interleaving de ações.

Composição Paralela

Interleaving de Ações



Modelando Interações

Ações Compartilhadas

Se processos em uma composição têm ações em comum, estas ações são ditas **compartilhadas**.

Ações compartilhadas modelam as interações entre processos.

Enquanto ações não compartilhadas podem ser arbitrariamente *interleaved*, ações compartilhadas devem ser executadas ao mesmo tempo por todos os processos.

```
MAKER = (make->ready->MAKER) .
```

```
USER = (ready->use->USER) .
```

```
||MAKER_USER = (MAKER || USER) .
```

MAKER

sincroniza-se
com USER

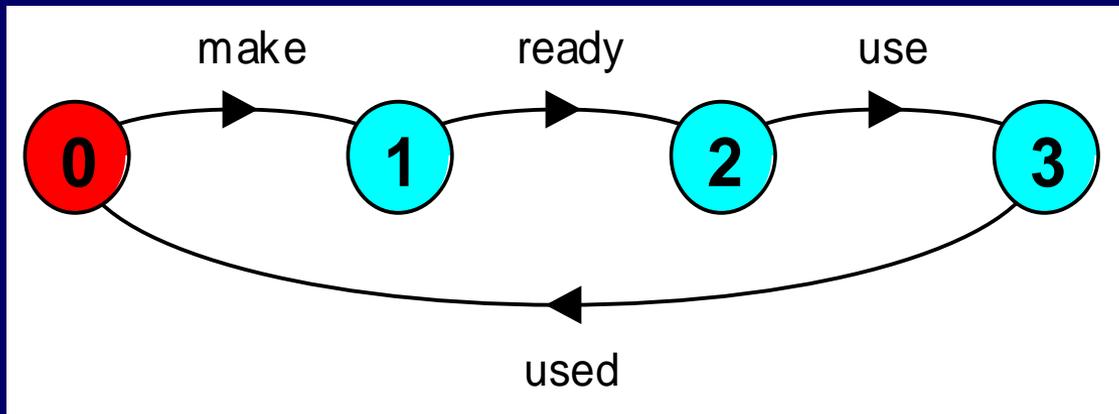
quando **ready**.

Modelando Interações

Ações Compartilhadas

MAKERv2 = (make->ready->used->MAKERv2) . 3 estados
USERv2 = (ready->use->used->USERv2) . 3 estados

||MAKER_USERv2 = (MAKERv2 || USERv2) . 3 x 3 estados?



4 estados

Interação restringe o comportamento global

Modelando Interações Múltiplos Processos

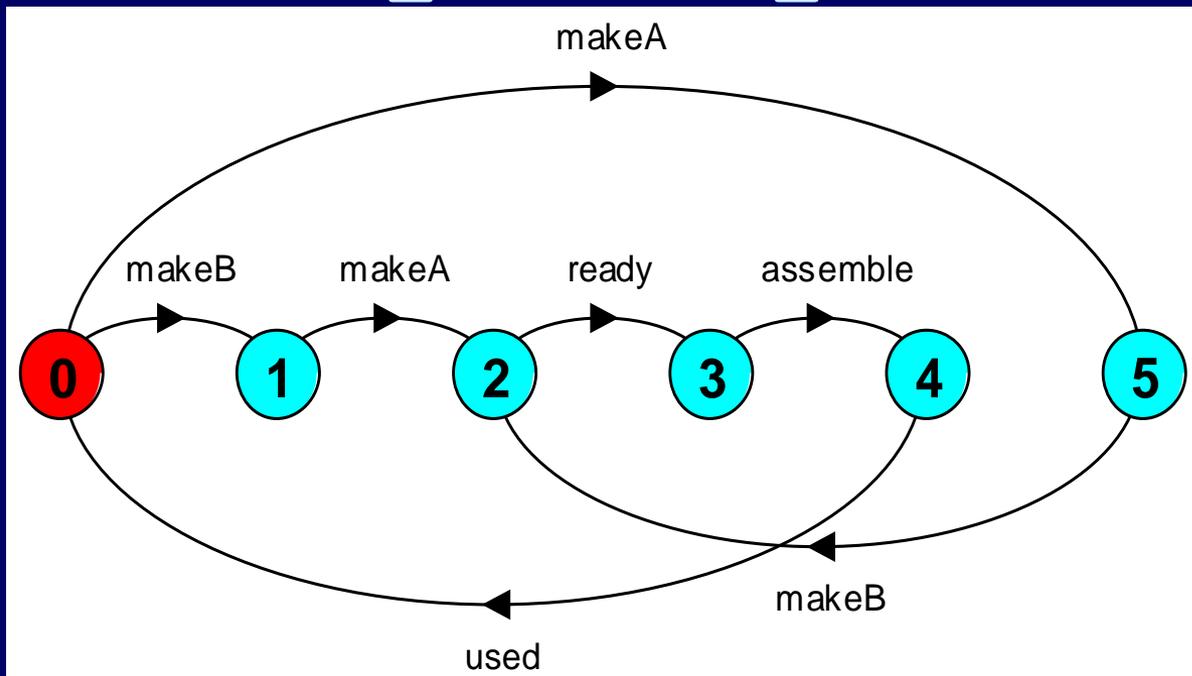
Sincronização Múltipla:

MAKE_A = (makeA->ready->used->MAKE_A) .

MAKE_B = (makeB->ready->used->MAKE_B) .

ASSEMBLE = (ready->assemble->used->ASSEMBLE) .

||FACTORY = (MAKE_A || MAKE_B || ASSEMBLE) .

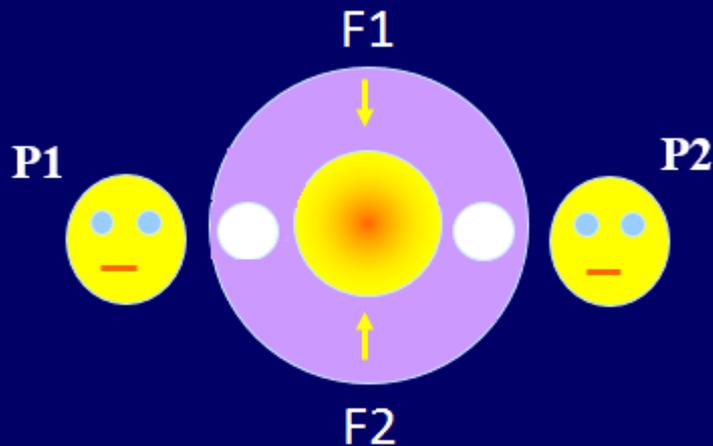


Modelando Interações

Múltiplos Processos

Sincronização Múltipla:

Jantar dos Filósofos



Trace to DEADLOCK:

lf1

sf2

Suponhamos dois Filósofos P1 e P2.

Cada filósofo ou está pensando ou comendo. Os eventos ifj significam o filósofo i pega o garfo j e os evento jf significam o filósofo j libera os garfos.

$P1 = \{lf1 \rightarrow lf2 \rightarrow lf \rightarrow P1\}.$

$P2 = \{sf2 \rightarrow sf1 \rightarrow sf \rightarrow P2\}.$

$F1 = \{lf1 \rightarrow lf \rightarrow F1$
 $| sf1 \rightarrow sf \rightarrow F1\}.$

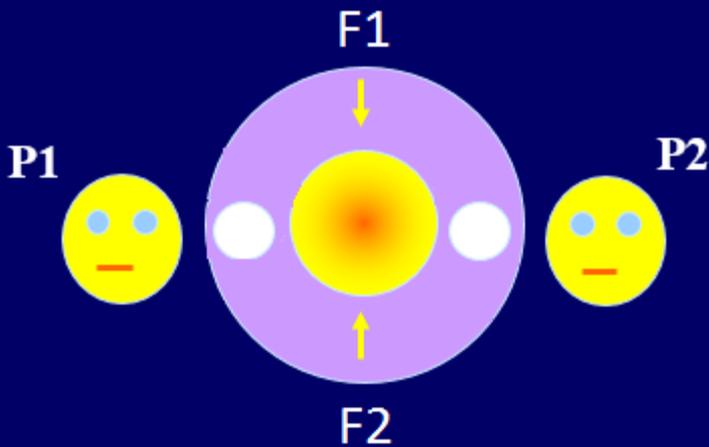
$F2 = \{lf2 \rightarrow lf \rightarrow F2$
 $| sf2 \rightarrow sf \rightarrow F2\}.$

$PD = \{P1 || P2 || F1 || F2\}.$

Modelando Interações Múltiplos Processos

Sincronização Múltipla:

Jantar dos Filósofos sem *deadlock*



No deadlocks/errors

Suponhamos dois Filósofos P1 e P2.

Cada filósofo ou está pensando ou comendo. Os eventos ifj significam o filósofo i pega o garfo j e os evento jf significam o filósofo j libera os garfos.

Solução obtida através da modificação do comportamento de P2.

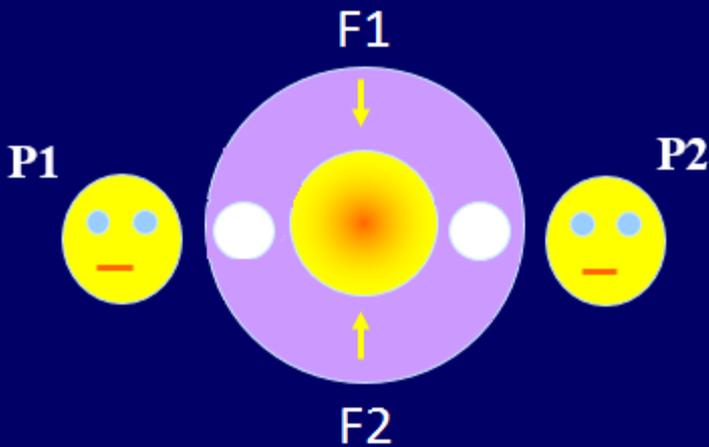
```

P1 = (1f1 -> 1f2 -> 1f -> P1) .
P2 = (sf1 -> sf2 -> sf -> P2) .
F1 = (1f1 -> 1f -> F1
      | sf1 -> sf -> F1) .
F2 = (1f2 -> 1f -> F2
      | sf2 -> sf -> F2) .
PD = (P1 || P2 || F1 || F2) .
    
```

Modelando Interações Múltiplos Processos

Sincronização Múltipla:

Jantar dos Filósofos sem *deadlock*



No deadlocks/errors

Suponhamos dois Filósofos P1 e P2.

Cada filósofo ou está pensando ou comendo. Os eventos ifj significam o filósofo i pega o garfo j e os evento jf significam o filósofo j libera os garfos.

Solução obtida pela inclusão de um controlador.

```

P1 = {1f1 -> 1f2 -> 1f -> P1}.
P2 = {sf2 -> sf1 -> sf -> P2}.
F1 = {1f1 -> 1f -> F1
      | sf1 -> sf -> F1}.
F2 = {1f2 -> 1f -> F2
      | sf2 -> sf -> F2}.
C = {1f1 -> 1f2 -> C
     | sf2 -> sf1 -> C}.
||DFPD = (C || P1 || P2 || F1 || F2).
    
```

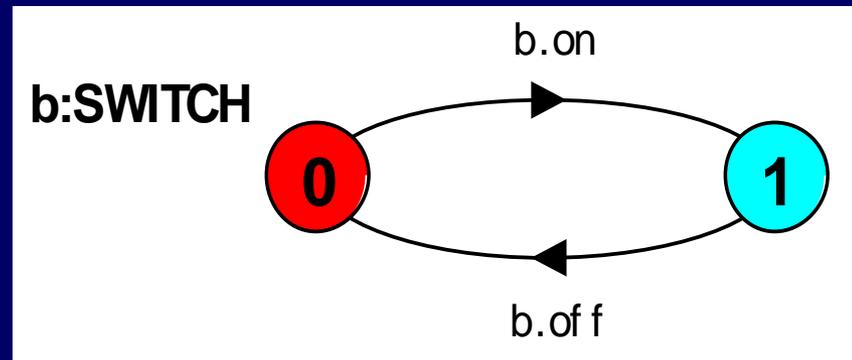
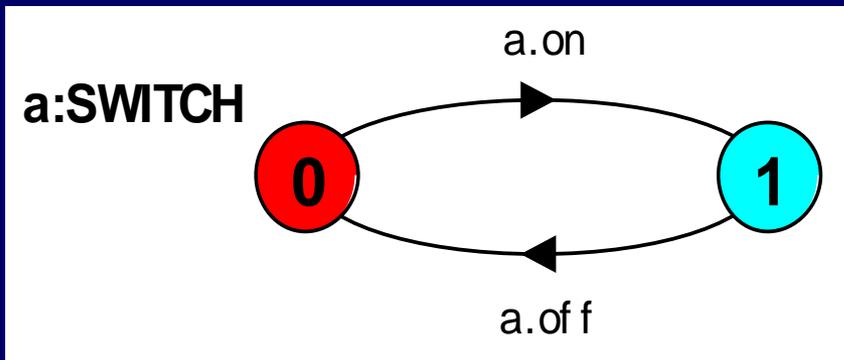
Nomeação de Processo

$a:P$ prefixa cada rótulo associado a uma ação do alfabeto P com a .

$\text{SWITCH} = (\text{on} \rightarrow \text{off} \rightarrow \text{SWITCH})$.

Duas **instâncias** de switch process:

$|| \text{TWO SWITCH} = (a:\text{SWITCH} || b:\text{SWITCH})$.



Um array de **instâncias** do processo switch:

$|| \text{SWITCHES (N=3)} = (\text{forall}[i:1..N] s[i]:\text{SWITCH})$.

Nomeação de processo por um conjunto de rótulos prefixos

$\{a_1, \dots, a_x\} :: P$ substitui todo rótulo associado a uma ação no alfabeto de P com os rótulos $a_1.n, \dots, a_x.n$.

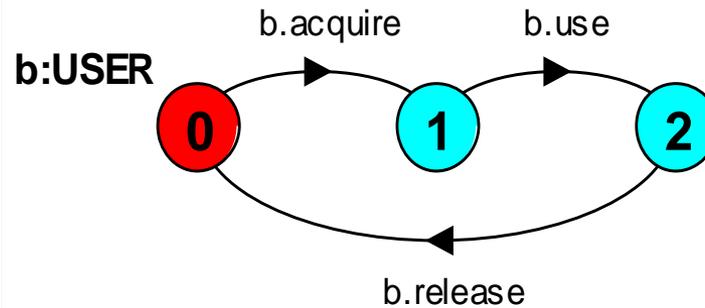
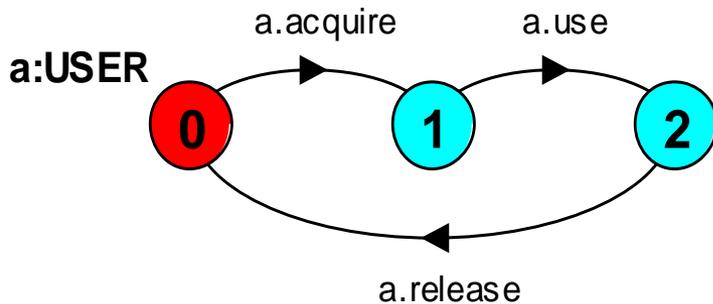
Posteriormente, toda ação $(n \rightarrow X)$ na definição de P será substituída pelas transições $(\{a_1.n, \dots, a_x.n\} \rightarrow X)$.

$\text{RESOURCE} = (\text{acquire} \rightarrow \text{release} \rightarrow \text{RESOURCE}) .$

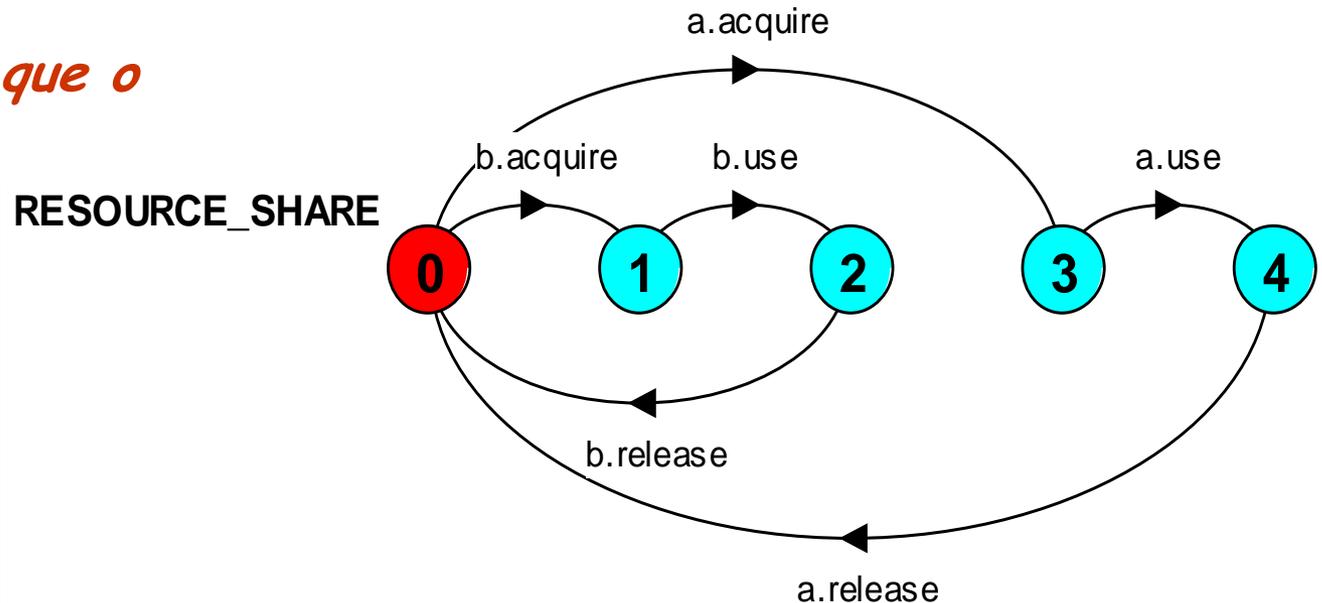
$\text{USER} = (\text{acquire} \rightarrow \text{use} \rightarrow \text{release} \rightarrow \text{USER}) .$

$|| \text{RESOURCE_SHARE} = (\text{a} : \text{USER} \ || \ \text{b} : \text{USER} \ || \ \{\text{a}, \text{b}\} :: \text{RESOURCE}) .$

Rótulos Prefixados a Processos

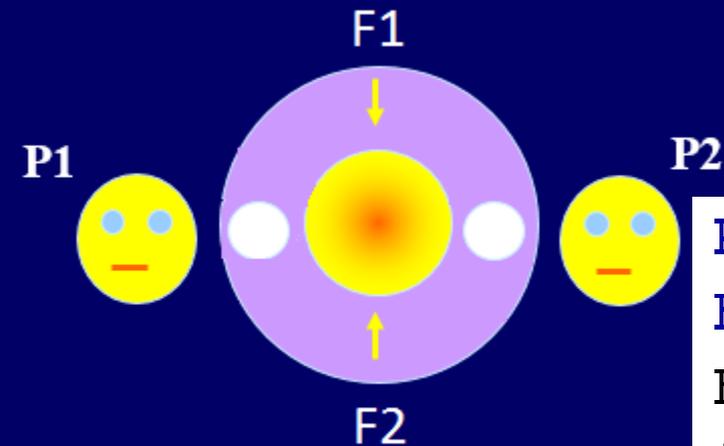


Como se garante que um usuário solicita um recurso é o mesmo que o libera ?



Rótulos Prefixados a Processos

Jantar dos Filósofos



```
P = (f1 -> f2 -> f -> P) .
```

```
F1 = (f1 -> f -> F1) .
```

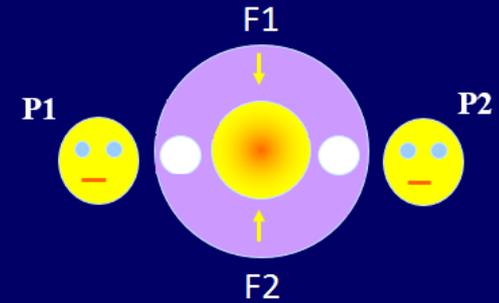
```
F2 = (f2 -> f -> F2) .
```

```
|| PD = (a : P || b : P || {a, b} :: F1 || {a, b} :: F2) .
```

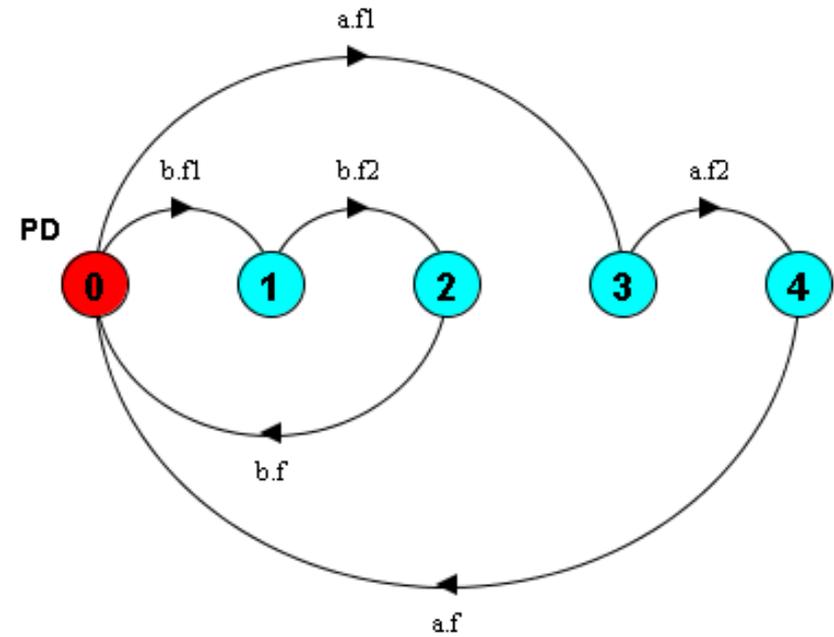
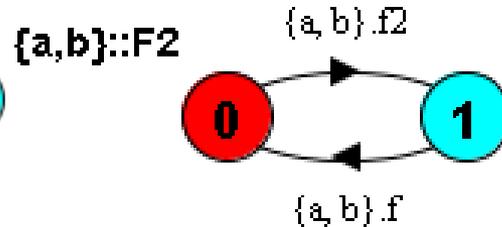
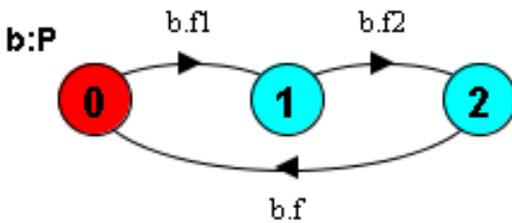
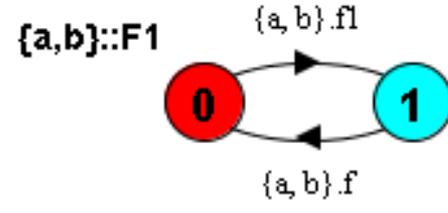
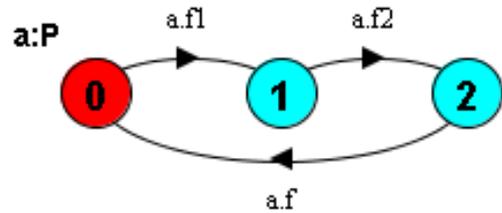
No deadlocks/errors

Rótulos Prefixados a Processos

Jantar dos Filósofos



No deadlocks/errors



Renomeação de Ações

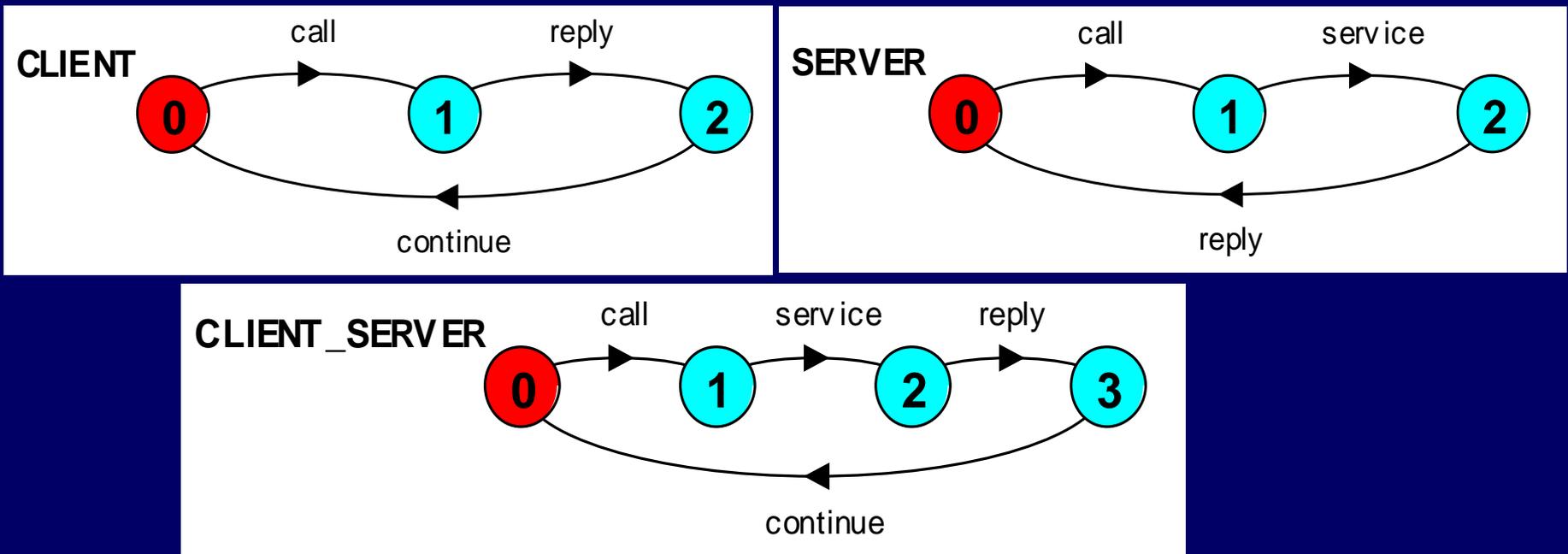
Funções de renomeação são usadas para mudar os nomes das ações. A forma geral é:
/ {newlabel_1 / oldlabel_1, ... newlabel_n / oldlabel_n}.

O renomeação garante que processos compostos se sincronizarão em uma ação em particular.

```
CLIENT = (call->wait->continue->CLIENT) .  
SERVER = (request->service->reply->SERVER) .
```

Renomeação de Ações

`|| CLIENT_SERVER = (CLIENT || SERVER)`
`/{call/request, reply/wait}.`



Tornando Internas (**hiding**) as Ações- Abstração para Redução de Complexidade

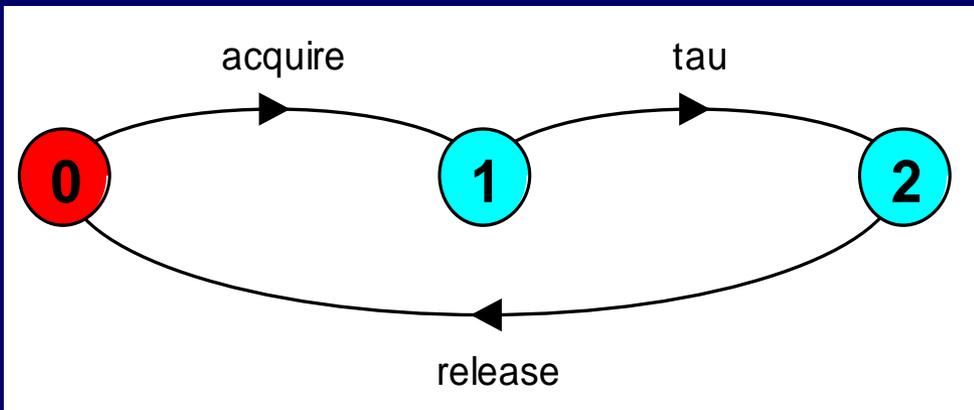
Quando aplicado a um processo P , o operador **hiding** $\{a_1..a_x\}$ remove os nomes das ações $a_1..a_x$ do alfabeto de P e torna estas ações "**silent**". Estas ações são rotuladas por **tau**. Ações **silent** em processos diferentes não são compartilhadas.

Algumas vezes é importante mostra as ações que não são **silents**.

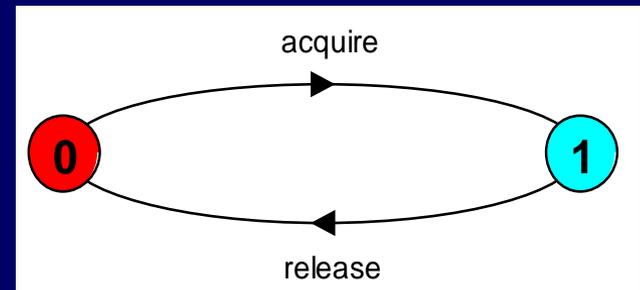
Quando aplicado ao processo P , o operador de interface $@\{a_1..a_x\}$ esconde todas as ações exceto as presentes no conjunto $a_1..a_x$.

Tornando Internas (**hiding**) as Ações

As seguintes definições são equivalentes:

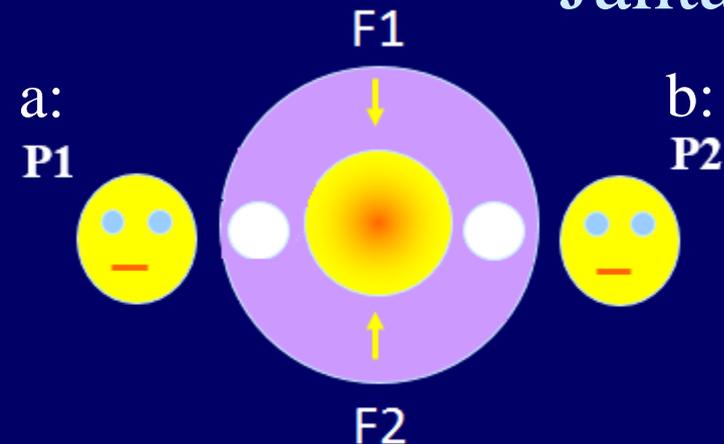
$$\text{USER} = (\text{acquire} \rightarrow \text{use} \rightarrow \text{release} \rightarrow \text{USER}) \setminus \{\text{use}\}.$$
$$\text{USER} = (\text{acquire} \rightarrow \text{use} \rightarrow \text{release} \rightarrow \text{USER}) @ \{\text{acquire}, \text{release}\}.$$


A minimização remove as ações *silents* produzindo um LTS com ações observáveis.



Tornando Internas (**hiding**) as Ações

Jantar dos Filósofos



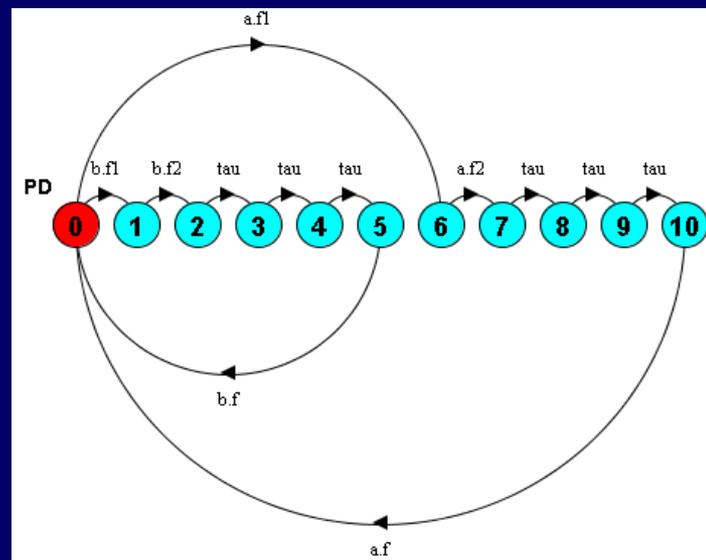
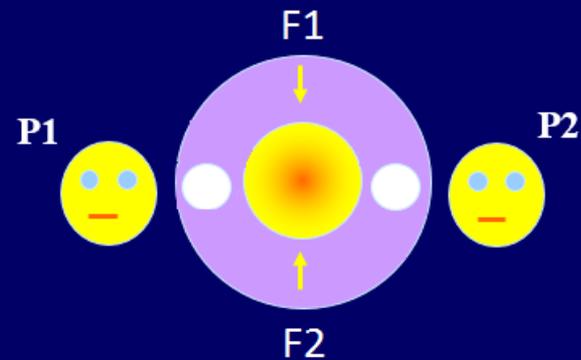
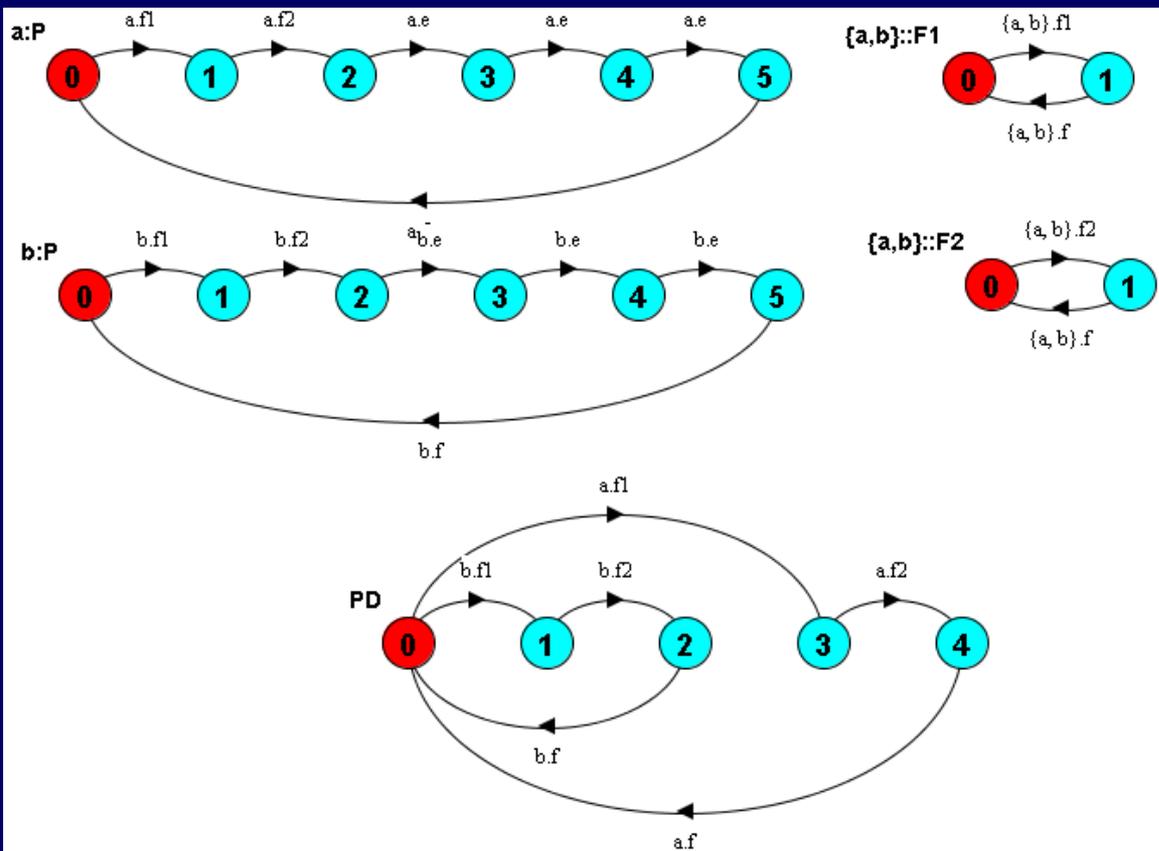
A especificação de P explicita as ações *eating* (de fato, três vezes!)

Contudo, se não se desejar gerar o LTS com essas ações, pode-se abstrair e torná-las “internas”/ “indistinguíveis”.

$$P = (f1 \rightarrow f2 \rightarrow e \rightarrow e \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow P).$$
$$F1 = (f1 \rightarrow f \rightarrow F1).$$
$$F2 = (f2 \rightarrow f \rightarrow F2).$$
$$|| PD = (a: P || b: P || \{a, b\} :: F1 || \{a, b\} :: F2) \setminus \{a.e, b.e\}.$$

Tornando Internas (**hiding**) as Ações

Jantar dos Filósofos



Safety

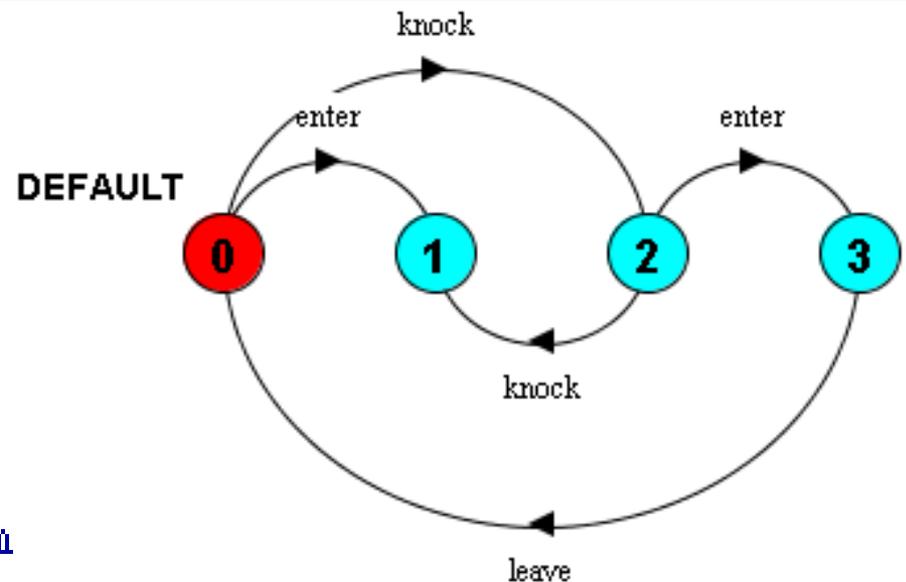
Alerta especificado explicitamente

Considere a situação em que uma pessoa para entrar numa sala (*room*), deve bater (*knock*) antes de entrar. Depois de entrar na sala, a pessoa pode sair (*leave*).

Considera-se inapropriado entrar na sala sem bater, tampouco bater duas vezes na porta.

Gostaríamos de modelar este processo e gerar “um alerta” quando um comportamento inapropriado ocorrer.

```
EnteringRoom = (knock->Enter  
               | enter->STOP),  
Enter = (enter->leave->EnteringRoom  
        | knock->STOP).
```

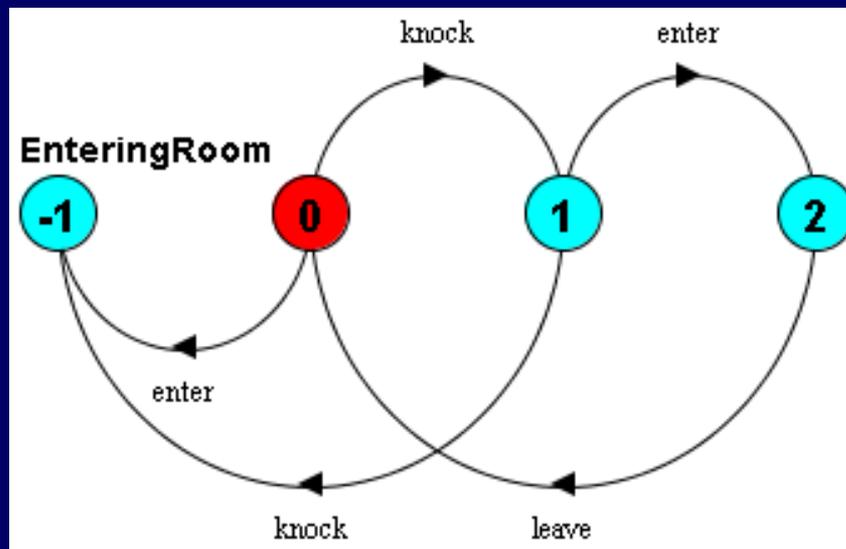


Safety

Alerta especificado explicitamente

Um processo ERROR é um *deadlock* com nome especial -1

```
EnteringRoom = (knock -> Enter  
               | enter -> ERROR) ,  
Enter = (enter -> leave -> EnteringRoom  
        | knock -> ERROR) .
```

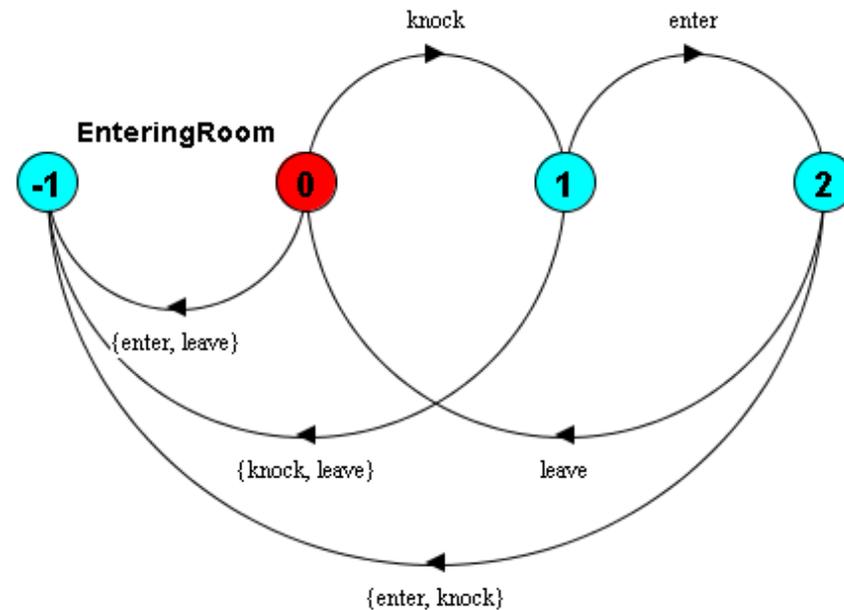


Safety

Alerta especificado implicitamente

Uma alternativa é se especificar (no processo) apenas o que se deseja realizar e prefixá-lo com a palavra-chave *property*. O compilador automaticamente gera uma transição para o estado -1 quando uma sequência inapropriada for executada.

```
property EnteringRoom = (knock->enter->leave->EnteringRoom) .
```



*Escolhas não determinísticas não são suportadas.