



# ***Fórmula Fechada - Mathematica***

Para modelos Markov



**Maria Clara Bezerra ([mccb@cin.ufpe.br](mailto:mccb@cin.ufpe.br))**

**Rosângela Melo ([rmm3@cin.ufpe.br](mailto:rmm3@cin.ufpe.br))**

Recife, novembro de 2013.

## Finalidade do Tutorial

Este tutorial tem por finalidade conceber uma fórmula fechada de modelos de cadeia de Markov, possibilitando calcular a disponibilidade de um componente através da equação alcançada.

A ferramenta Mathematica pode ser adquirida no formato *trial*, através do link: <http://www.wolfram.com/mathematica/trial/>

Pode também ser comprada: <http://www.wolfram.com/mathematica/how-to-buy/?b=1>

Ou, caso você seja estudante da UFPE, pode baixar a ferramenta de forma gratuita, se cadastrando no link a seguir: <https://user.wolfram.com/portal/login.html;jsessionid=D152E230EDCC79ECDC929033C5BB0B2>

Tendo a ferramenta instalada na sua máquina, é necessário fazer uma análise do modelo de Markov a ser trabalhado, como será ensinado neste tutorial.

O link a seguir contém o pacote para inserir no Mathematica, e o modelo para gerar a fórmula fechada, baixe e extraia em alguma pasta: <http://bit.ly/1hjuFUc>

“StateDiagrams.m” é o pacote a ser inserido no Mathematica.

“Formula\_Fechada.nb” é o modelo a ser utilizado para gerar a fórmula fechada.

## Análise do Modelo de Markov

Vamos considerar o exemplo do modelo de Markov abaixo para entender o processo de aquisição da fórmula fechada:

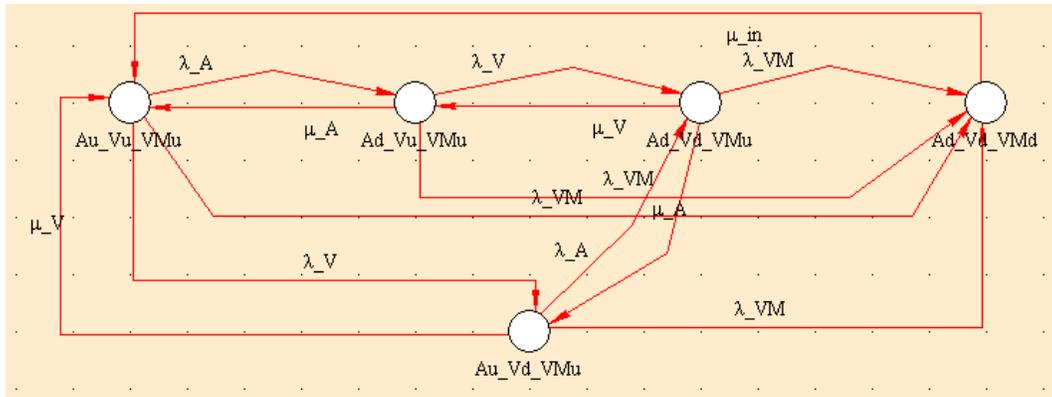


Figure 1. Modelo de Markov

Este modelo representa os estados de um sistema que provê vídeos como serviço, e que possui duas aplicações primordiais ao serviço: Apache e VLC. Estas aplicações são executadas em uma única VM. Ou seja, este modelo possui quatro estados, são eles:

$Au\_Vu\_VMu$ : Apache UP, VLC UP, VM UP (Estado UP do Sistema).

$Ad\_Vu\_VMu$ : Apache Down, VLC UP, VM UP (Estado Down do Sistema).

$Ad\_Vd\_VMu$ : Apache Down, VLC Down, VM UP (Estado Down do Sistema).

$Ad\_Vd\_VMd$ : Apache Down, VLC Down, VM Down (Estado Down do Sistema).

$Au\_Vd\_VMu$ : Apache UP, VLC Down, VM UP (Estado Down do Sistema).

É necessário estabelecer uma ordem para analisar os estados. A ordem escolhida neste exemplo é a dada pela sequência acima. Observe o primeiro estado ( $Au\_Vu\_VMu$ ) e veja se ele alcança o estado 2, o estado 3, e assim por diante. Da mesma forma, observe o estado 2 ( $Ad\_Vu\_VMu$ ) e observe se ele alcança o estado 1, estado 3, etc. No estado 3 ( $Ad\_Vd\_VMu$ ), observe se ele alcança o estado 1, estado 2, estado 3 e assim sucessivamente. Lembre-se de sempre manter a mesma ordem de conferência.

O Sharp tem a função de retornar os estados alcançáveis de cada estado. Com o modelo pronto e salvo, clique em "Rate Matrix" e será exibida uma matriz com o relacionamento dos estados do modelo, através da opção ilustrada abaixo:

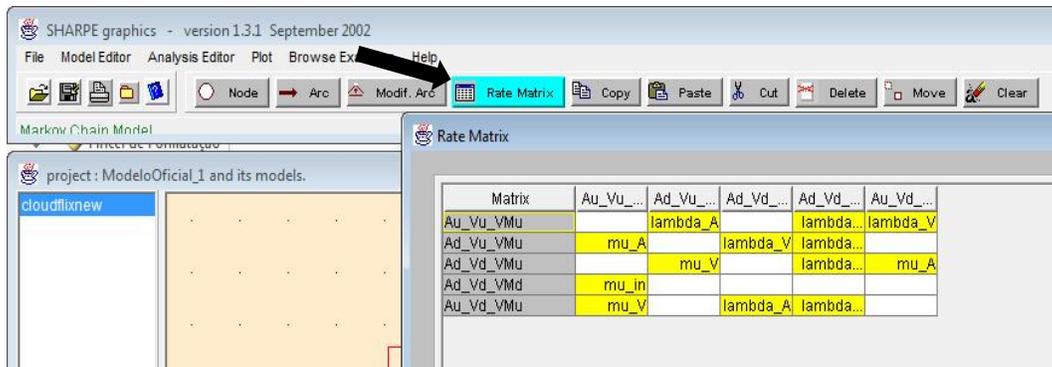


Figure 2. Matriz dos Estados

Faça a análise comparando linha por coluna, lembrando que se um estado não alcança o próximo estado, seu valor é considerado 0 (zero). Se for comparar um estado com ele mesmo, não atribua nenhum valor (deixe em branco).

O resultado deste exemplo de markov é o descrito abaixo:

$$(\lambda_A, \lambda_V, \lambda_{Vc}), (\mu_A, \mu_V, \mu_{Vc}), (\lambda_{Vc}, \mu_{Vc}, \lambda_{Vc}), (\mu_A, \mu_V, \mu_{Vc}), (\lambda_{Vc}, \mu_{Vc}, \lambda_{Vc})$$

Estes valores serão inseridos no Mathematica para que a Fórmula Fechada seja alcançada.

## Fórmula Fechada

Depois dos estados alcançáveis anotados, agora é hora de abrir o software Mathematica. Quando a ferramenta iniciar, abra o pacote da fórmula fechada, através dos passos: File>Open> StateDiagrams.m

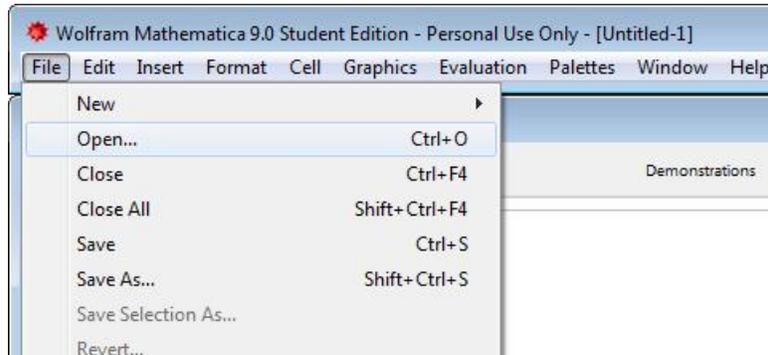


Figure 3. Abrir Pacote no Mathematica

Abra o pacote selecionado e clique em “run package”, como a imagem abaixo demonstra:

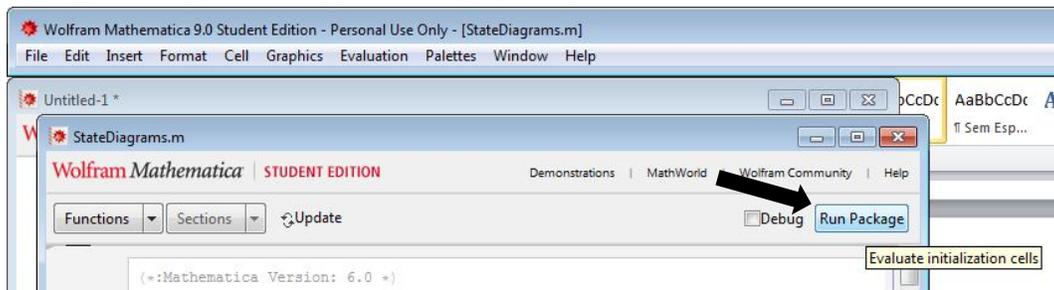


Figure 4. Executar Pacote da Fórmula Fechada

Uma vez executado o pacote, você pode fechar esta janela do “StateDiagram.m”, mas caso feche o Mathematica, será necessário executar este pacote novamente.

Repita o procedimento da imagem 3 para abrir o modelo da fórmula fechada. A tela a ser vista será essa:

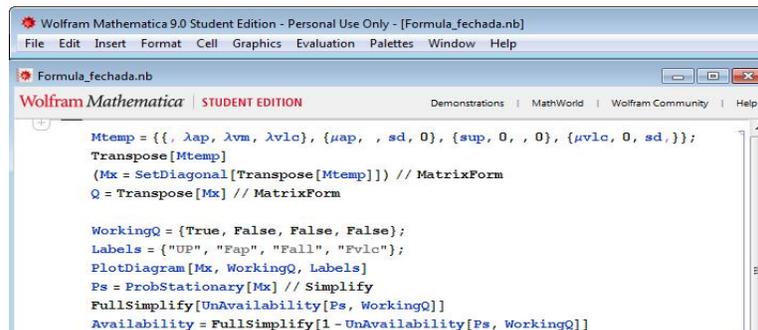
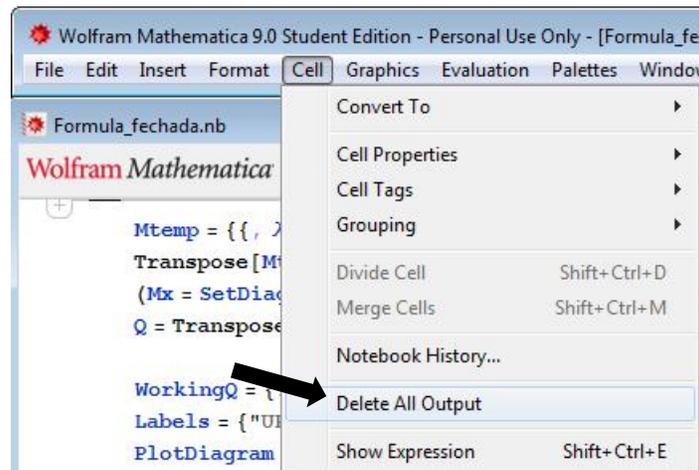


Figure 5. Modelo da Fórmula Fechada

Caso você abra este modelo e ele já retorne algum tipo de resultado, siga o procedimento de apagar as saídas do modelo, como sugere a imagem a seguir:



Você só irá se preocupar em alterar a primeira linha Mtemp, a linha WorkingQ e a linha Labels. A linha Mtemp representa os estados alcançáveis de cada estado, é aí que você irá preencher os valores obtidos na análise inicial do Sharp. Ressaltando que, quando for comparar um estado com ele mesmo, seu valor será um espaço em branco; e quando o estado não for alcançado, o valor será 0 (zero).

A linha WorkingQ é reservada para indicar os estados que são UP (true) e DOWN (false). Considere a mesma ordem dos estados adotada na análise inicial do Sharp.

A linha seguinte, a Labels, é a linha que vai rotular os estados do modelo. Então dê um nome para cada estado, que represente bem cada estado.

Na primeira linha (Mtemp), você irá inserir os valores alcançados na análise do modelo de Markov, que no exemplo utilizado, chegamos nos seguintes valores:

$$( , \lambda p, \lambda v m, \lambda v l c), (\mu a p, , s d, 0), (s u p, 0, , 0), (\mu v l c, 0, s d, )$$

A segunda linha a ser alterada (WorkingQ) é a linha que indica os estados que estão UP (True) e os que estão DOWN (False). No exemplo utilizado, os estados ficaram na seguinte sequência: True, False, False, False.

A última linha a ser editada (Labels) é a linha que irá expressar o nome dado a cada estado do seu modelo. No modelo de Markov utilizado como exemplo, foram escolhidos os seguintes rótulos: **Up** (todos os componentes UP e o sistema funcionando perfeitamente), **Fap** (falha no Apache), **Fall** (falha em todos os componentes do sistema, deixando o serviço fora do ar por completo), **Fvlc** (falha da aplicação do VLC). Lembre-se de utilizar rótulos que deixem o seu modelo intuitivo.

