Extensões Temporizadas de Redes de Petri

Prof. Eduardo Tavares

Prof. Paulo Maciel

Centro de Informática (UFPE)

Disciplina: Modelos de Sistemas Comunicantes

Tempo

Várias definições

Tempo em sistemas computacionais (Interpretações)

- Tempo Lógico: definido a partir de relações de precedência entre eventos. Estabelece ordens causais entre conjunto de eventos.
- Tempo Físico: tempo métrico que expressa quantitativamente a distância entre eventos. Estabelece também as ordens totais entre eventos
- Tempo Contínuo: segue a natureza uniforme e contínua do tempo físico e é isomorfo a $\Re$
- Tempo Discreto: simplificação do tempo contínuo e isomorfo a $\aleph$

Farine e et al. Sistemas de Tempo Real. 2000

Tempo

- Tempo Global: Referência temporal única para os componentes do sistema
- Tempo Local: Cada componente do sistema possui sua própria referência temporal

Qual a motivação da adoção de tempo nos modelos de sistemas comunicantes?

Farine e et al. Sistemas de Tempo Real. 2000

Avaliação de Desempenho

Measuring

- Medição
- *Benchmark*
- Prototipação

Modelagem

- Modelos de Simulação
- Modelos Analíticos

Avaliação de Desempenho

Modelagem

- Modelos Analíticos
  - Determinísticos
    - Avaliação de pior (melhor) caso
  - Probablísticos
    - Valores médios prováveis
- Simulação
  - Análise Exaustiva

Implementação real

- Medidas obtidas do sistema real
- *Benchmark*
- Protótipos

Modelos Temporizados

Diversos modelos propostos. Alguns representativos (Probabilísticos e Deterministícos):

- Lógicas Temporais (Ex: Linear Time Temporal Logic)
- Autômatos temporizados
- Álgebra de processos temporizadas (ex: Timed CSP)
- Redes de Fila
- Cadeias de Markov
- Redes de Petri Temporizada (Ex: TPN)

Importância dos tempos físicos em sistemas críticos

Foco será nos modelos determinísticos

Modelos Temporizados

Os modelos, que possibilitam a especificação do tempo físico, podem representar os tempos de formas distintas:

- Intervalo
- De forma determinística
- Forma probabilística (não é considerado nesta disciplina). Distribuição exponencial geralmente adotada.

Tempo em Redes de Petri

- Redes de Petri (Extensões Temporizadas
  - Timed Places
  - Timed Transitions
    - Stochastic PN
    - Time PN
    - Timed PN
  - Timed Arcs
  - Timed Tokens

Tempo em Redes de Petri

Breve Histórico:

- Ranchandani, 1973 – Transition Timed Net
- Merling, 1976 – Transition Time Net
- Sifakis, 1977 – Place Timed Net

Extensões estocástica (*Delay é uma variável aleatória de distribuição exponencial)*

Natkin, 1980

Moloy, 1981

Marsan et al., 1984

Lugares Temporizados

Tempo associados com lugares

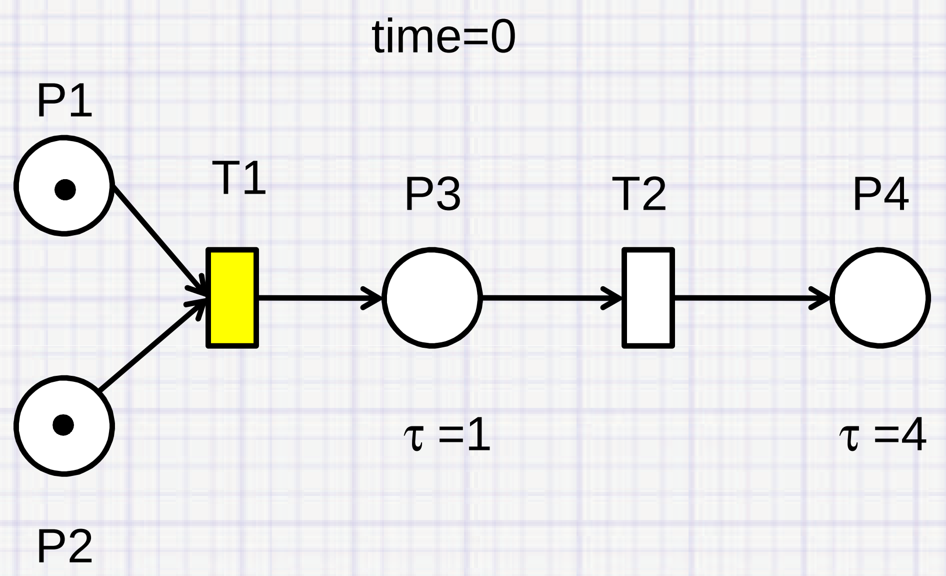
Tokens ficam disponíveis nos lugares de saída após a passagem de um tempo especificado

Classificação dos tokens: disponíveis e indisponíveis

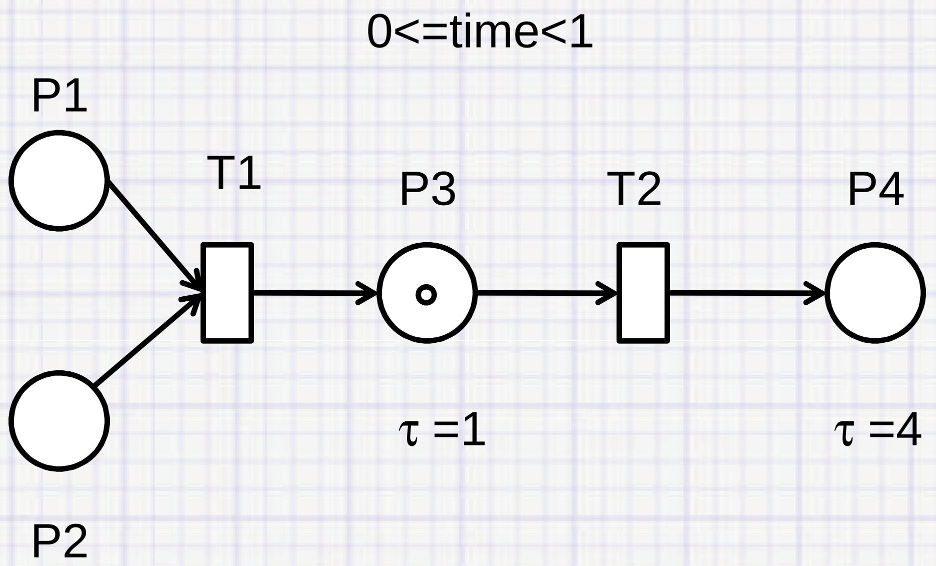
Tokens disponíveis habilitam transições

Conceito de *Holding Durations*

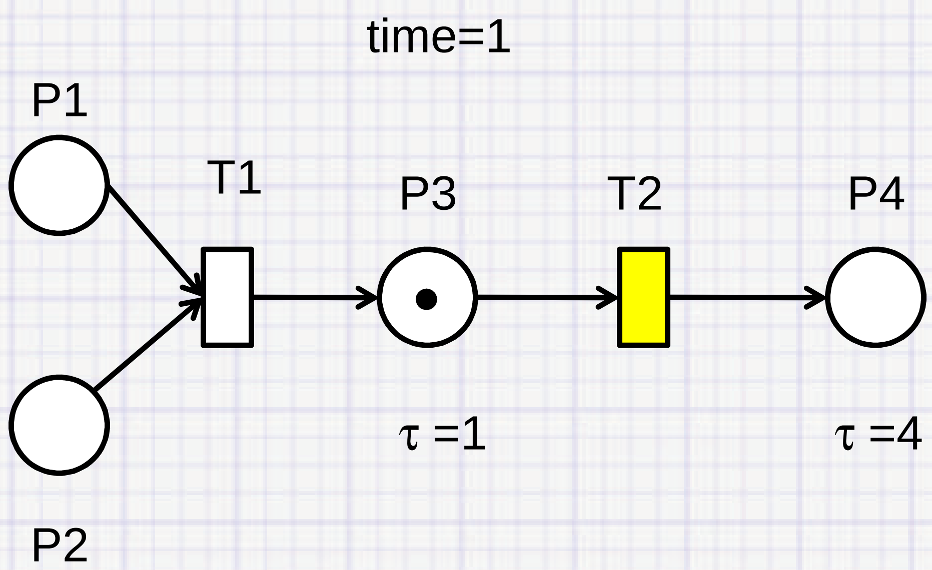
Lugares Temporizados



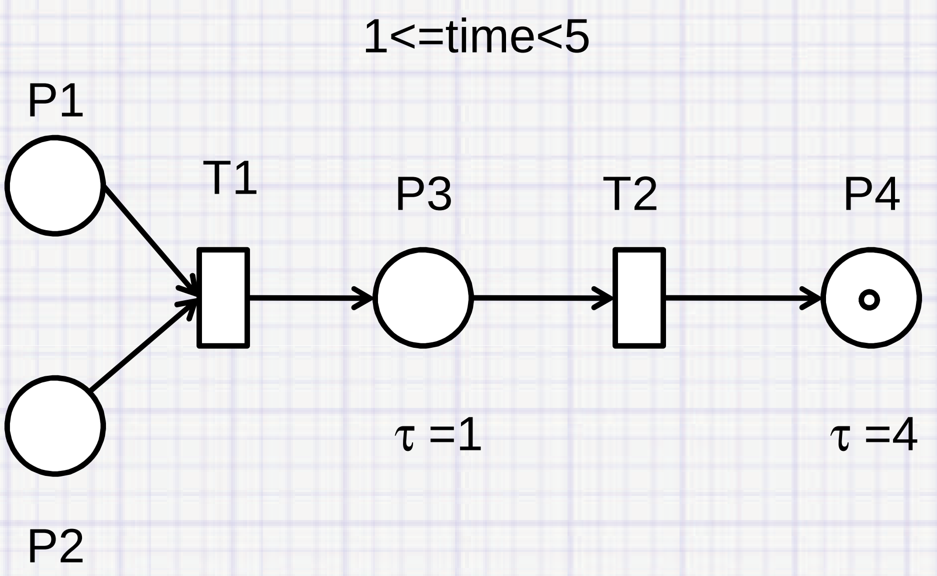
Lugares Temporizados



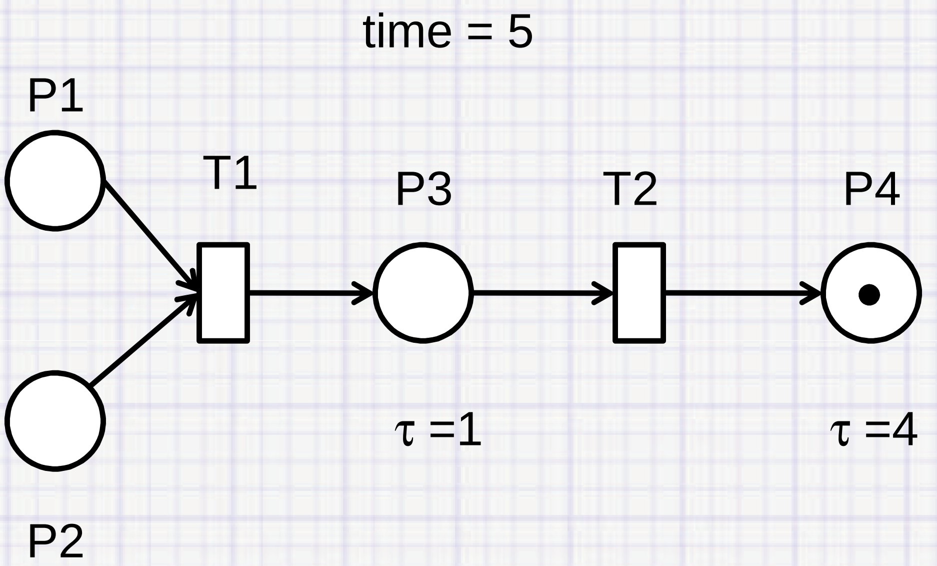
Lugares Temporizados



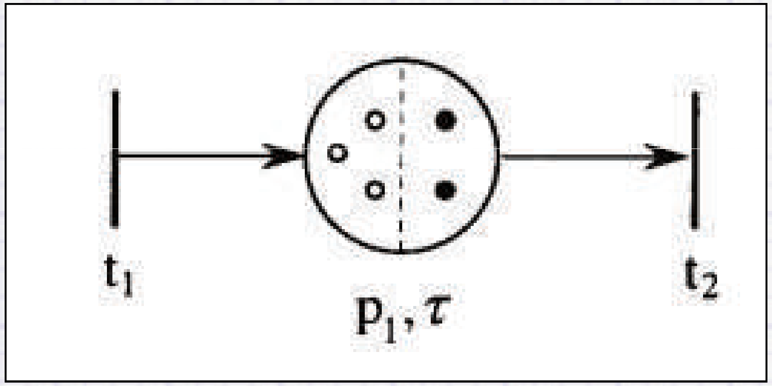
Lugares Temporizados



Lugares Temporizados



Lugares Temporizados

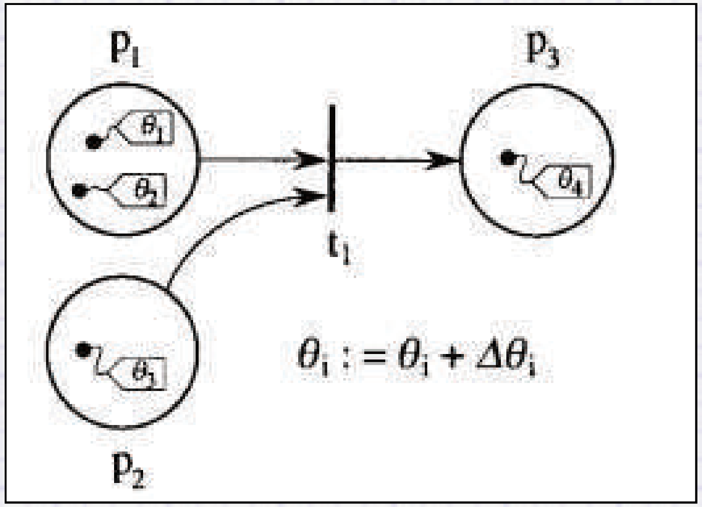


Tokens temporizados

Tempo associado com os tokens

Token guarda *timestamp* (indica quando uma transição pode ser disparada)

Timestamp pode ser incrementado ao disparo de uma transição

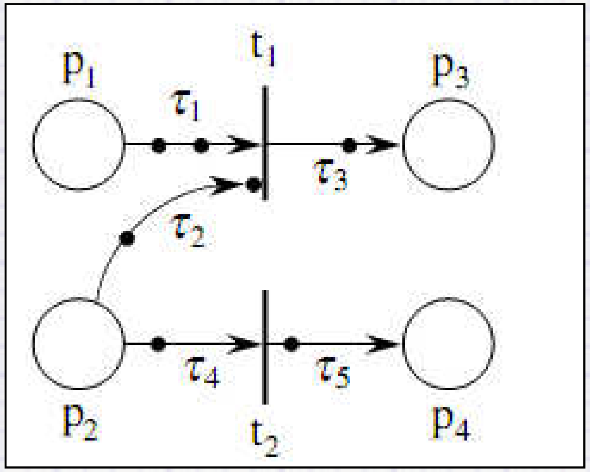


Arcos temporizados

Tempo associado com os arcos

Travelling delay é associado aos arcos

Tokens ficam indisponíveis até alcançar a transição



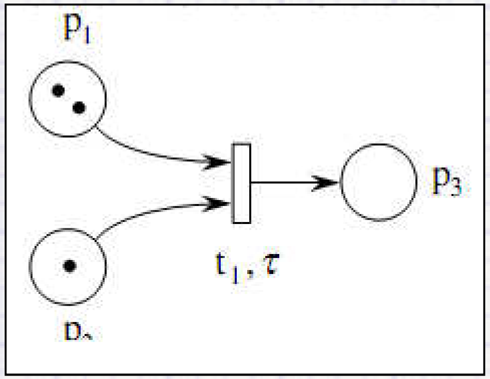
Transições Temporizadas

Extensão mais comum

Tempo associado com transições. Representação natural.

- Início da atividade com a habilitação da transição
- Término da atividade com o disparo da transição

O *delay* pode ser um valor constante ou intervalo



Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Políticas de disparo

- Duração (Disparo em três fases)
  - *Tokens* (marcas) são consumidas dos lugares de entrada
  - Há uma duração
  - Tokens são gerados nos lugares de saída

- Disparo atômico
  - As marcas permanecem nos lugares de entrada pelo período igual ao *delay* associado à transíção
  - Após o delay, as marcas consumidas são imediatamente geradas nos lugares de saída

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Políticas de disparo

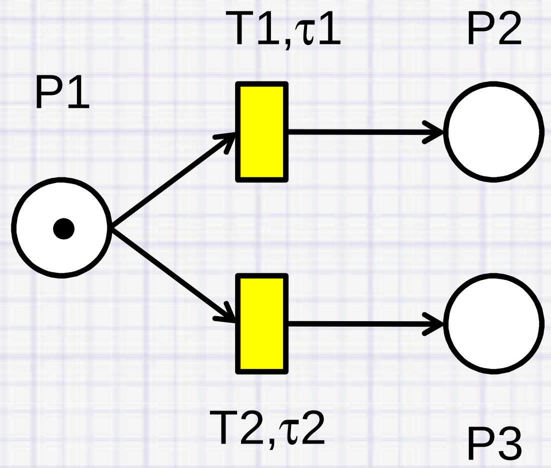
- Duração (Disparo em três fases)
  - O estado é uma informação mais complexa do que o modelo não temporizado

- Disparo atômico
  - O conjunto de marcações alcançáveis é um subconjunto das marcações do modelo sem temporização
  - Pode representar um modelo com duração

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Regras de Seleção

- Pré-seleção: (duração e delay)
  - Prioridade
  - Probabilidade



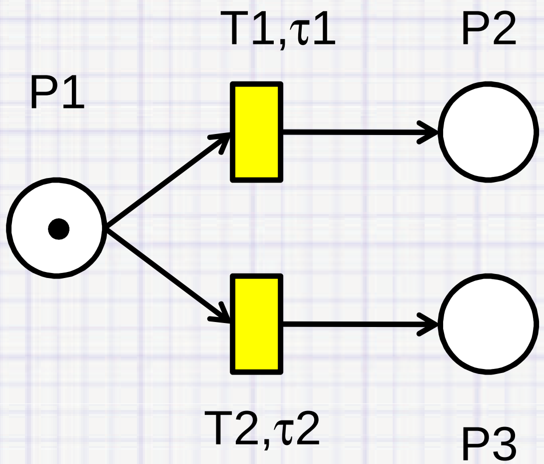
- Race(Corrida): (delay)
  - Transições com menor *delay* são disparadas

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Quando uma das transições conflitantes é desabilitada pelo disparo da outra, o que acontece com o timer daquela que ficou desabilitada?

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Como fica a memorização do tempo de habilitação anterior ?



Mecanismos Básicos de Memória

- Continue: O timer da transição mantém o valor atual e quando a transição se tornar novamente habilitada o valor do timer iniciará naquele valor

- Restart: Quando a transição for novamente habilitada o *timer* será reiniciado

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

O que acontece com o timer das transições habilitadas após o disparo de uma transição? (Para todas as transições, não somente as conflitantes)

Políticas de memória

- Resampling
  - Em todos os disparos de transições, os *timers* de todas as transições são descartadas (***restart***)
  - Nenhum histórico do passado é mantido
  - Na nova marcação, um novo valor para o timer é associado para cada transição habilitada

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Políticas de memória

- Enabling Memory
  - A cada disparo de uma transição, os *timers* das transições desabilitadas na nova marcação são descartados (***restart***)
  - O valor dos *timers* de todas transições que continuam habilitadas na nova marcação são mantidas (***continue***)

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Políticas de memória

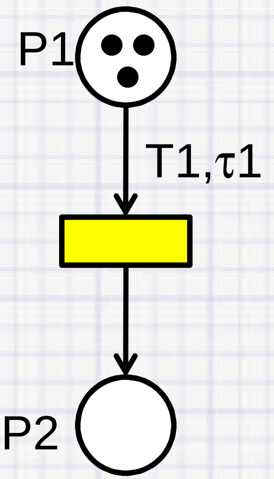
- Age Memory
  - Após cada disparo de uma transição, os *timers* mantém seus respectivos valores (***continue***), tanto para as transições habilitadas e desabilitadas na nova marcação

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

Semântica de Temporização

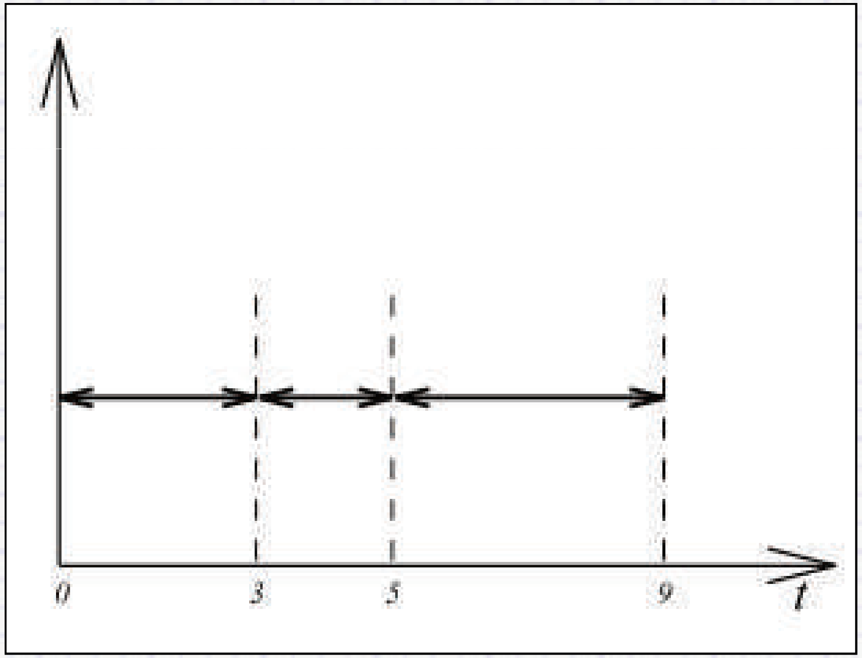
Qual procedimento deve-se realizar quando o grau de habilitação de uma transição é maior que 1?

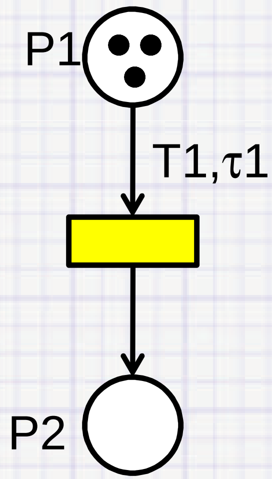
- Single-server firing semantics
- Infinite-server firing semantics
- Multiple-server firing semantics



Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

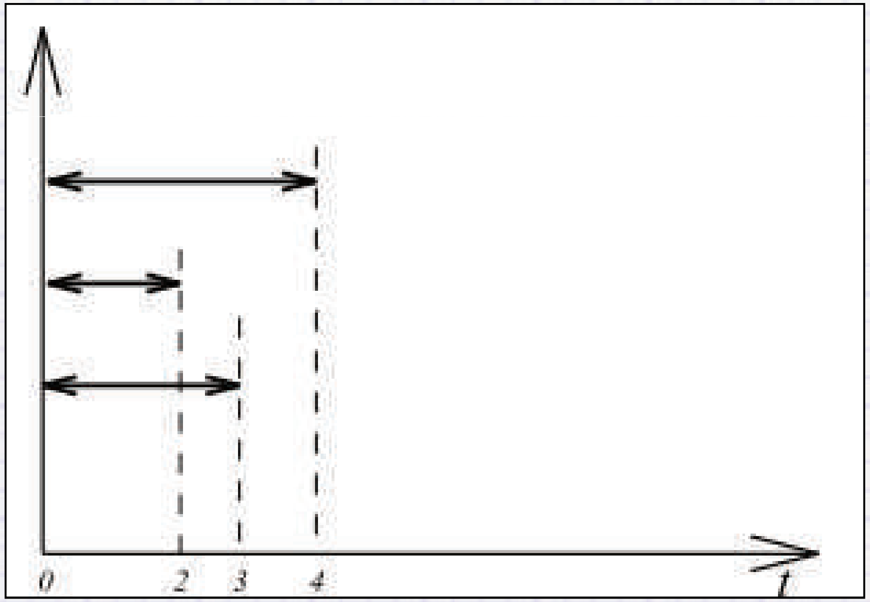
- Single-server firing semantics

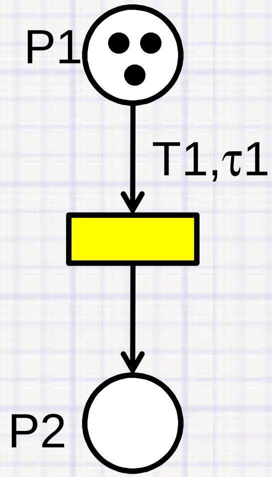




Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

- Infinite-server firing semantics

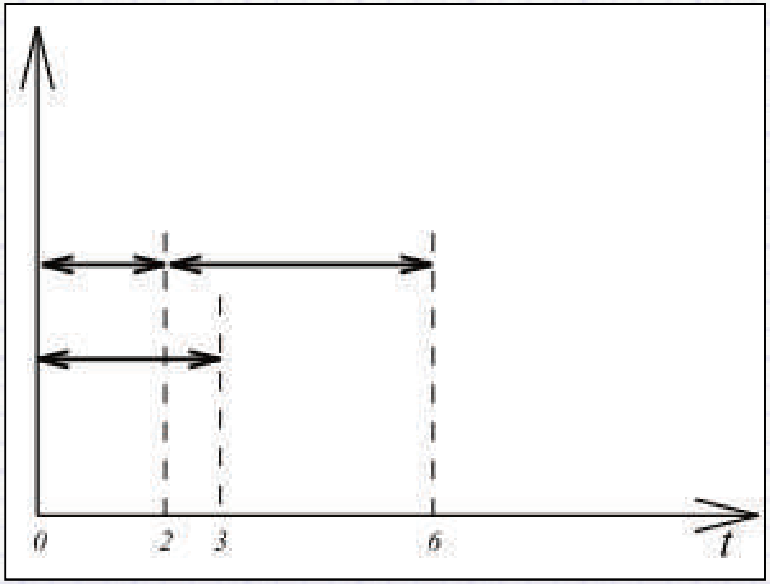


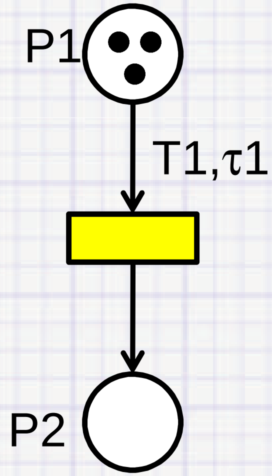


Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

- Multiple-server firing semantics

K = Grau máximo de paralelismo. Assuma K=2.



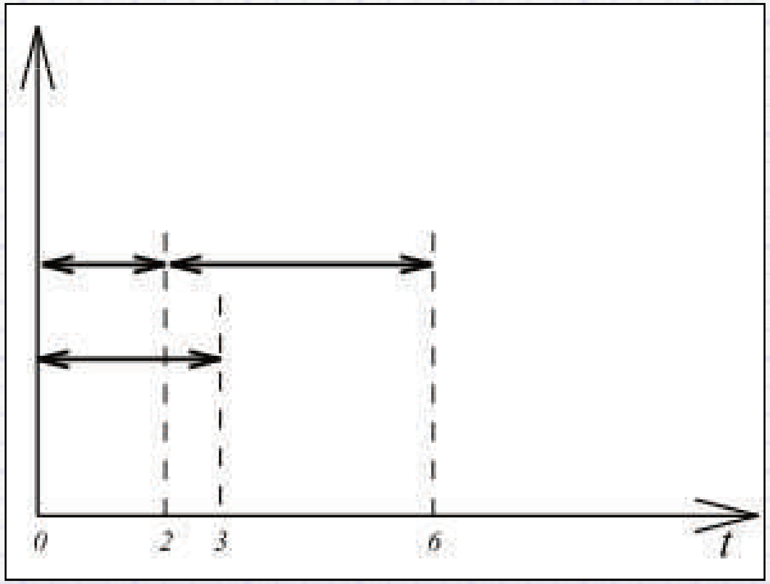


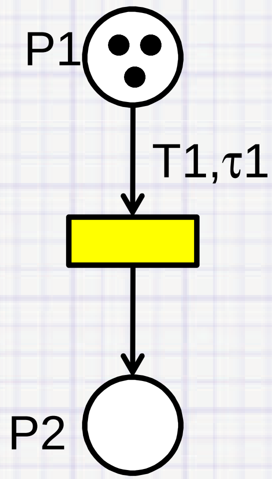
Se K=∞, então igual a infinite-server firing semantics

Transições Temporizadas (Conceitos Básicos)

- Multiple-server firing semantics

K = Grau máximo de paralelismo. Assuma K=2.





Se K=∞, então igual a infinite-server firing semantics

Leitura

L. Motus. Time Concepts in Real-Time Software. *Control Engineering Practice,* 1993.

F. D. J. Bowden. A Brief Survey and Synthesis of the Roles of Time in Petri Nets. *Mathematical and Computter Modelling,* 2000.

G. Balbo. Introduction to Stochastic Petri Nets. *Formal Methods on Performance Evaluation,* 2001.

Seção: Time in Petri Nets.

Time Petri Nets

Definição de Tavares09 e Barreto05 baseada em Merling76

Restrições temporais associado às transições (intervalo). Assume-se tempo discreto

Transições habilitadas – *enabled* (marcação) e disparáveis – *firable* (marcação e tempo)

Política *Enabling Memory*

Singler-server semantics e *Strong Firing Mode*

Time Petri Nets

Definition 3.6 (Petri net). *A Place/Transition net (Petri net) is a bipartite directed graph represented by a tuple* (P, T, F, W, m_0)*, where* P *(set of places) and* T *(set of transitions) are non-empty disjoint sets of nodes* $(P \cap T = \emptyset)$*. The edges are represented by* F*, where* $F \subseteq A = (P \times T) \cup (T \times P)$*.* $W : A \to \mathbb{N}$ *represents the weight of the edges, such that*

$$W(f) = \begin{cases} x \in \mathbb{N}, & if\ (f \in F) \\ 0, & if\ (f \notin F) \end{cases}$$

A marking m_i *is a function* $(m_i : P \to \mathbb{N})$*, and* m_0 *is the initial marking.*

Definition 3.13 (Time Petri net). *A time Petri net is defined by a tuple* $(\mathcal{N}, I)$*, where* $\mathcal{N}$ *is the underlying Petri net, and* $I : T \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ *represents the timing constraints, such that* $I(t) = (EFT(t), LFT(t))\ \forall t \in T$*,* $EFT(t) \leq LFT(t)$*.* $EFT(t)$ *is the Earliest Firing Time, and* $LFT(t)$ *is the Latest Firing Time.*

Definition 3.7 (Enabled Transitions). *A set of enabled transitions at marking* m_i *is denoted by:* $ET(m_i) = \{t \in T \mid m_i(p_j) \geq W(p_j, t)\}, \forall p_j \in P$*.*

Time Petri Nets

Vetor de clocks $c \in (\aleph \cup \{\#\})^{|T|}$

Dynamic Firing Interval: $I_D(t) = (DLB(t),DUB(t))$

- $DLB(t) = max(0,EFT(t)\text{-}c(t))$
- $DUB(t) = LFT(t) – c(t)$

Atenção *Strong Firing Mode!*

Inicialmente, $I(t)= I_D(t)$

Time Petri Nets

Definition 3.14 (States). *Let $\mathcal{N}_\mathcal{T}$ be a time Petri net, $M \subseteq P \times \mathbb{N}$ be the set of reachable markings of $\mathcal{N}_\mathcal{T}$, and $C \subseteq (\mathbb{N} \cup \{\#\})^{|T|}$ be the set of clock vectors. The set of states S of $\mathcal{N}_\mathcal{T}$ is given by $S \subseteq (M \times C)$, that is, a state is defined by a marking, and the respective clock vector.*

Definition 3.15 (Firable Transitions). *Let $\mathcal{N}_\mathcal{T}$ be a time Petri net, the set of firable transitions at state $s \in S$ is defined by: $FT(s) = \{t_i \in ET(m) | \ DLB(t_i) \leq \min(DUB(t_k)), \forall t_k \in ET(m)\}$.*

$$FT \subseteq ET \subseteq T$$

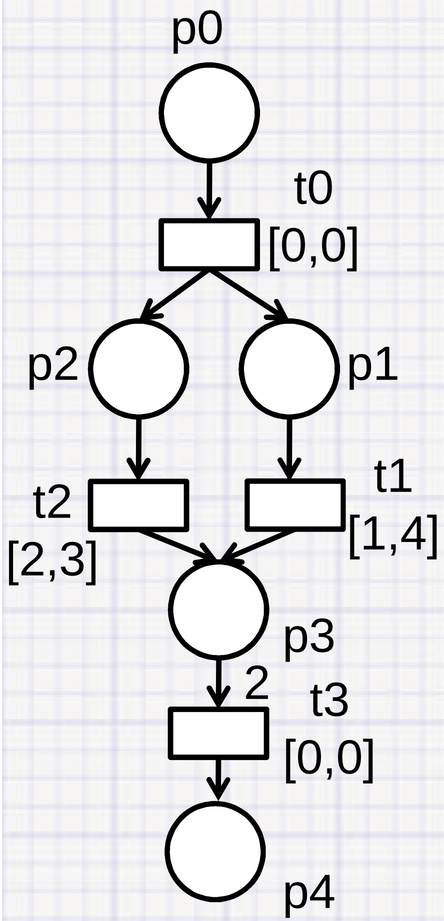
Definition 3.16 (Firing Domain). *The firing domain for a transition t at state s, is defined by the interval: $FD_s(t) = [DLB(t), \min(DUB(t_k))], \forall t_k \in ET(m)$.*

Time Petri Nets

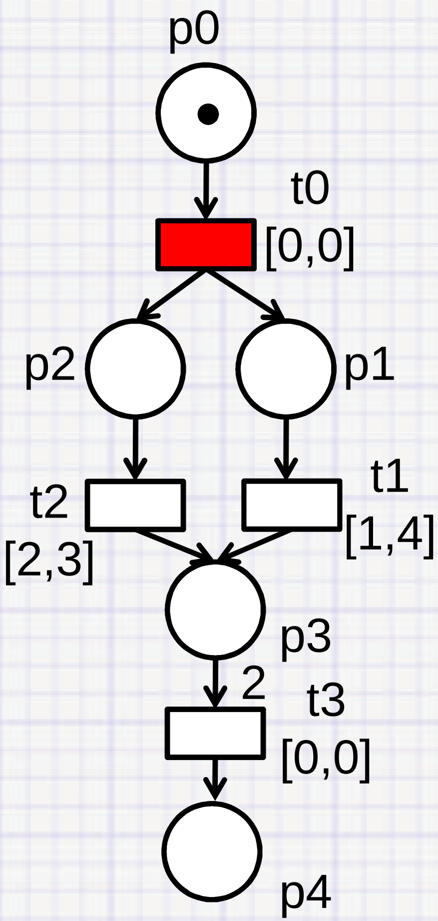
Definition 3.17 (Reachable States). *Let $\mathcal{N}_{\mathcal{T}}$ a time Petri net, and $s_i = (m_i, c_i)$ a reachable state. $s_j =$*`fire`$(s_i, (t, \theta))$ *denotes that firing a transition $t \in FT(s_i)$ at time $\theta \in FD_{s_i}(t)$ from the state s_i, the reached state $s_j = (m_j, c_j)$ is obtained from:*

- $\forall p \in P,\ m_j(p) = m_i(p) - W(p,t) + W(t,p)$, *as usual in Petri nets;*
- $\forall t_l \notin ET(m_j), c_j(t_l) = \#;$
- $\forall t_k \in ET(m_j),\ c_j(t_k) = \begin{cases} 0, & if(t_k = t) \\ 0, & if(t_k \in ET(m_j) - ET(m_i)) \\ c_i(t_k) + \theta, & else \end{cases}$

Time Petri Nets



Time Petri Nets

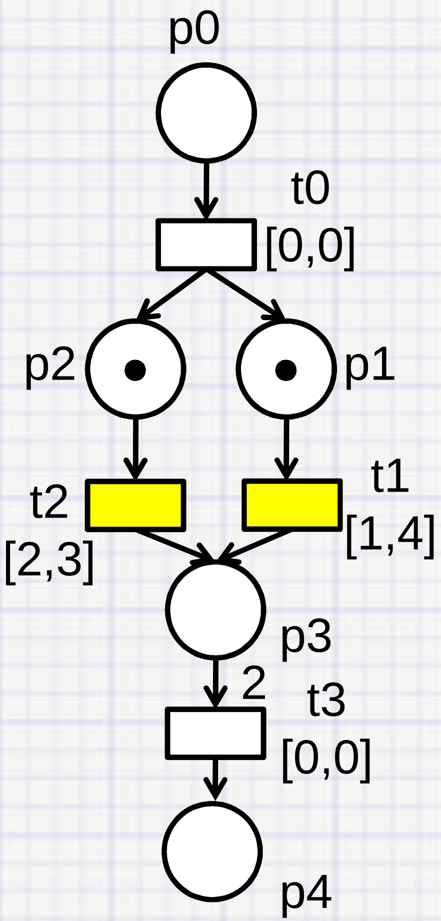


FT(s0)={t0}
c_{s0} (t0)=0

$I_D s_0$ (t0)=[0,0]
FDs_0(t0)=[0,0]

s0
m0={(p0,1),(p1,0),(p2,0),(p3,0),(p4,0)}
c0=[0 # # #]^T

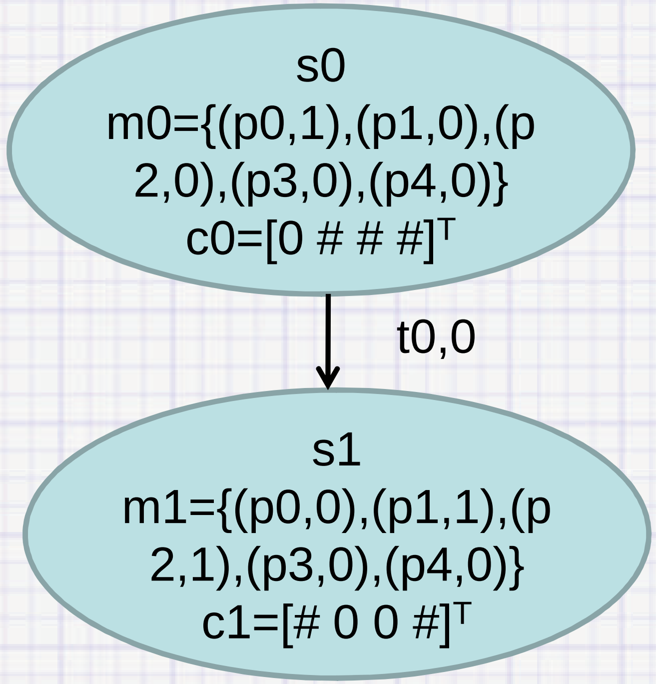
Time Petri Nets



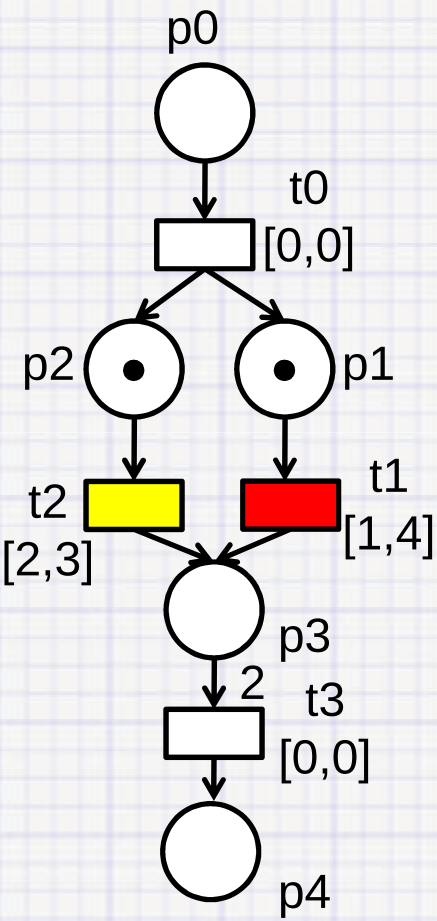
ET (m1)={t1,t2}
$c_{s1}(t1)=0$
$c_{s1}(t2)=0$

$I_D s_1(t1)=[1,4]$
$I_D s_1(t2)=[2,3]$

$FDs_1(t1)=[1,3]$
$FDs_1(t2)=[2,3]$



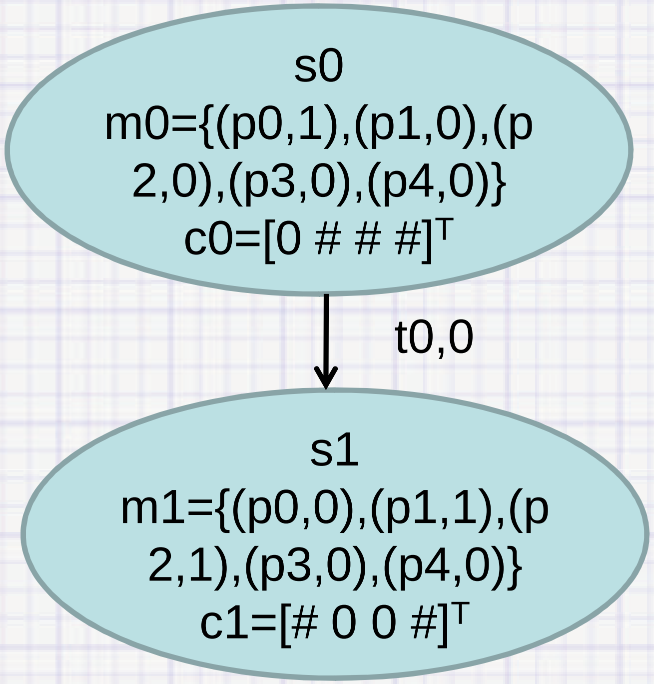
Time Petri Nets



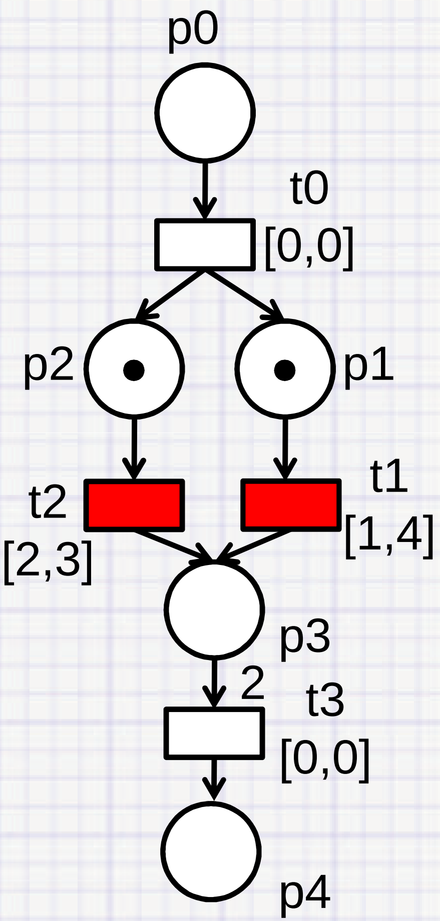
$ET(m1)=\{t1,t2\}$
$FT(s1)=\{t1\}$
$c_{s1}(t1)=1$
$c_{s1}(t2)=1$

$I_D s_1(t1)=[0,3]$
$I_D s_1(t2)=[1,2]$

$FDs_1(t1)=[1,3]$
$FDs_1(t2)=[2,3]$



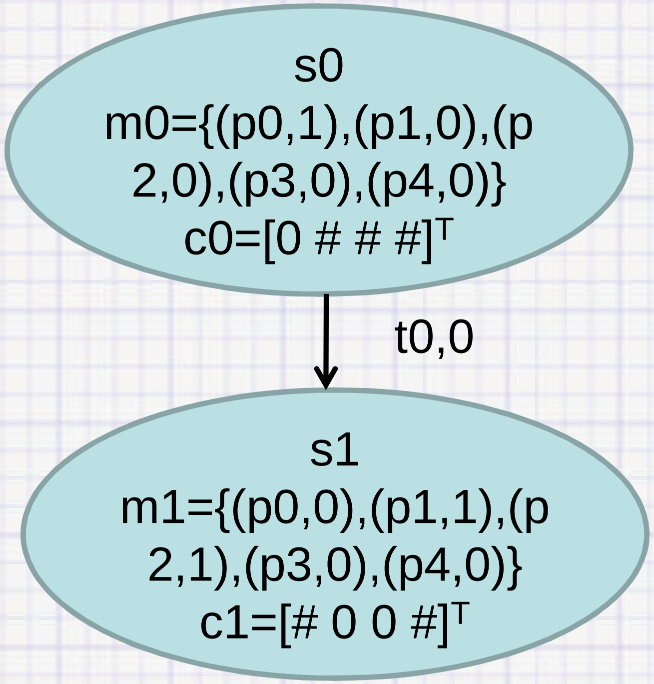
Time Petri Nets



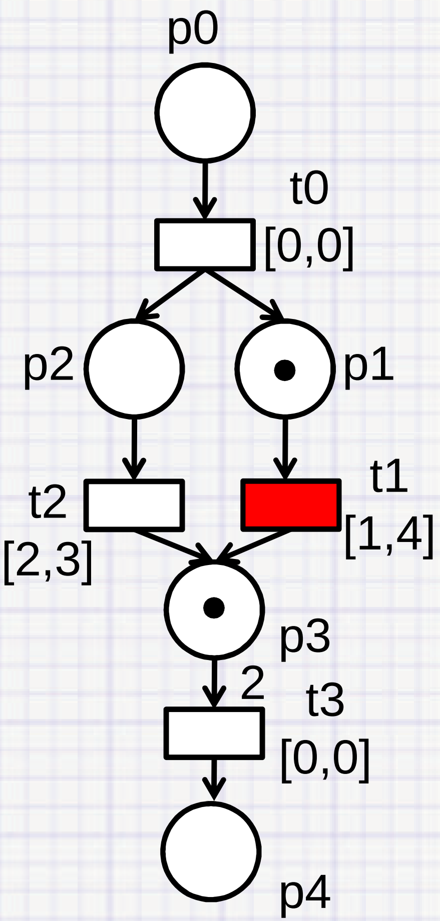
$FT(s1)=\{t1,t2\}$
$c_{s1}(t1)=2$
$c_{s1}(t2)=2$

$I_Ds_1(t1)=[0,2]$
$I_Ds_1(t2)=[0,1]$

$FDs_1(t1)=[1,3]$
$FDs_1(t2)=[2,3]$

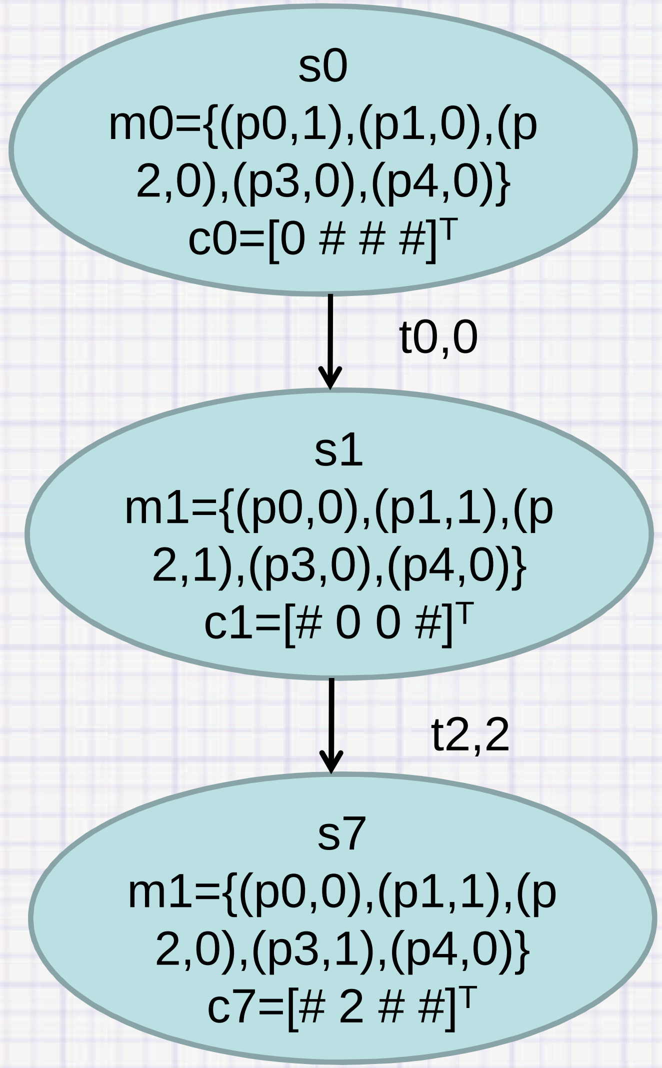


Time Petri Nets

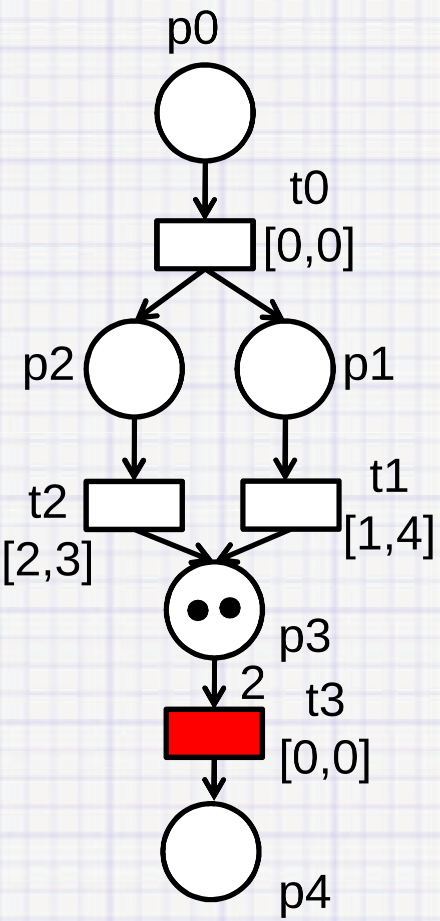


FTs_7={t1}
C_{s7}(t1)=2

I_Ds_7 (t1)=[0,2]
F_Ds_7 (t1)=[0,2]

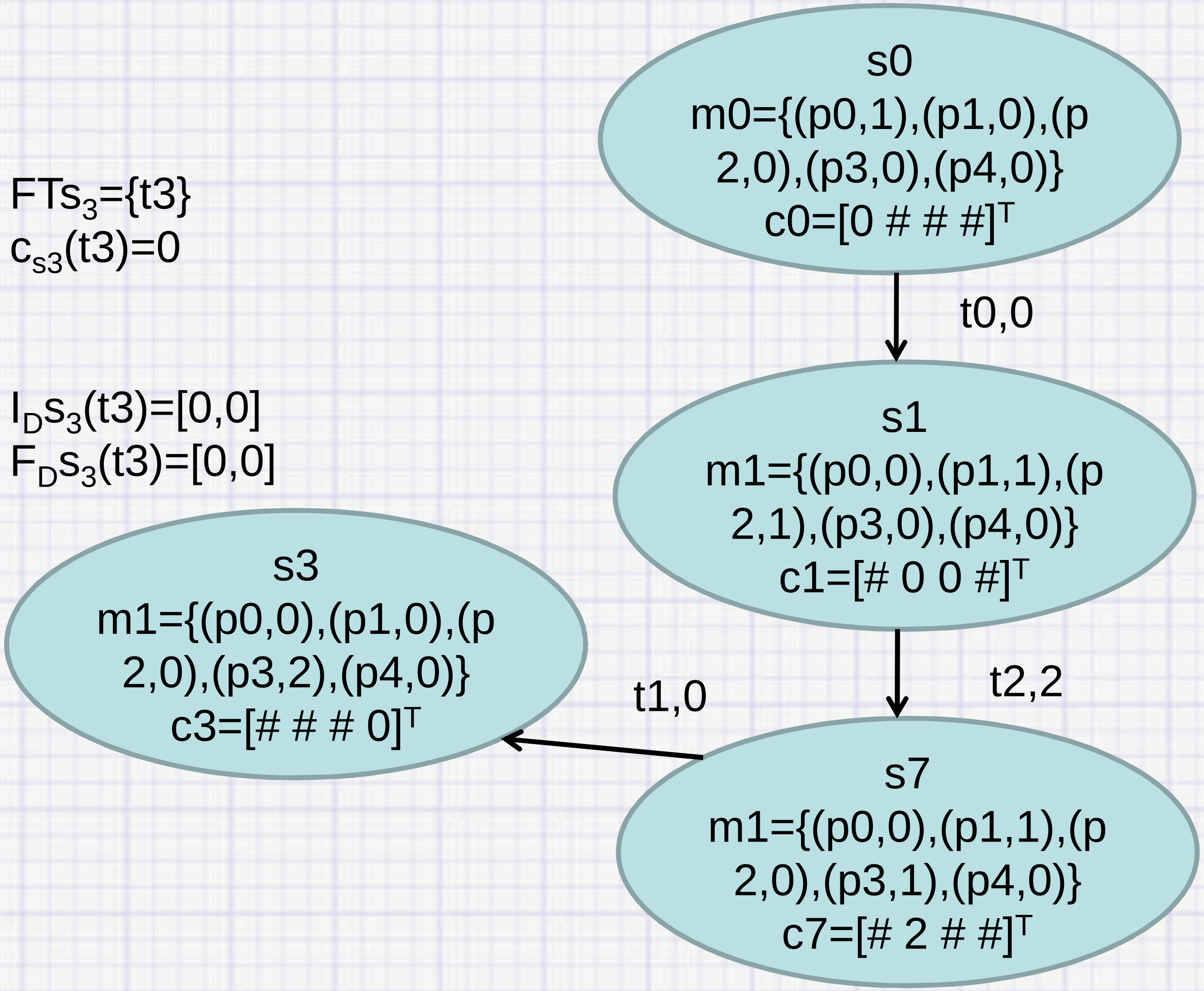


Time Petri Nets

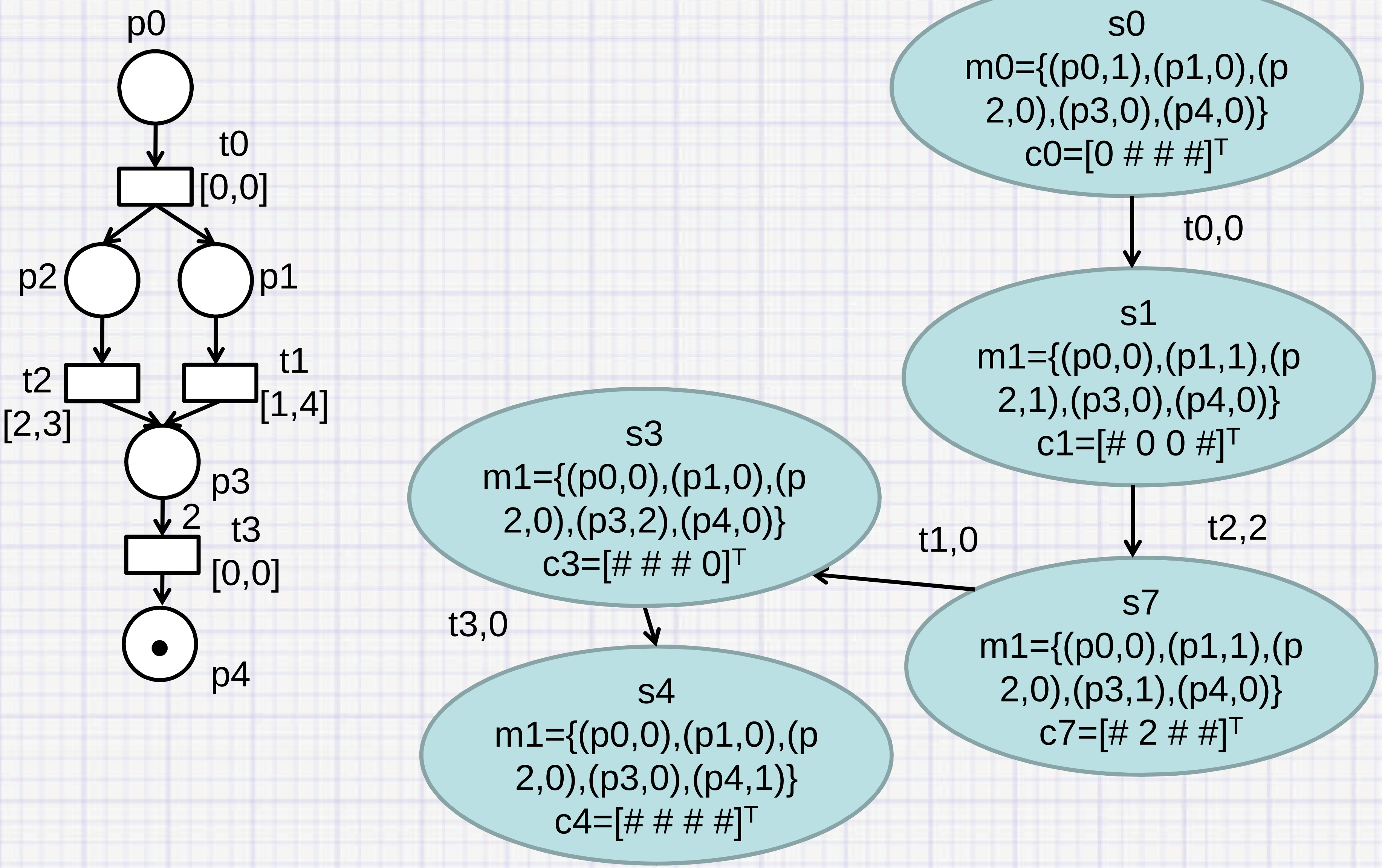


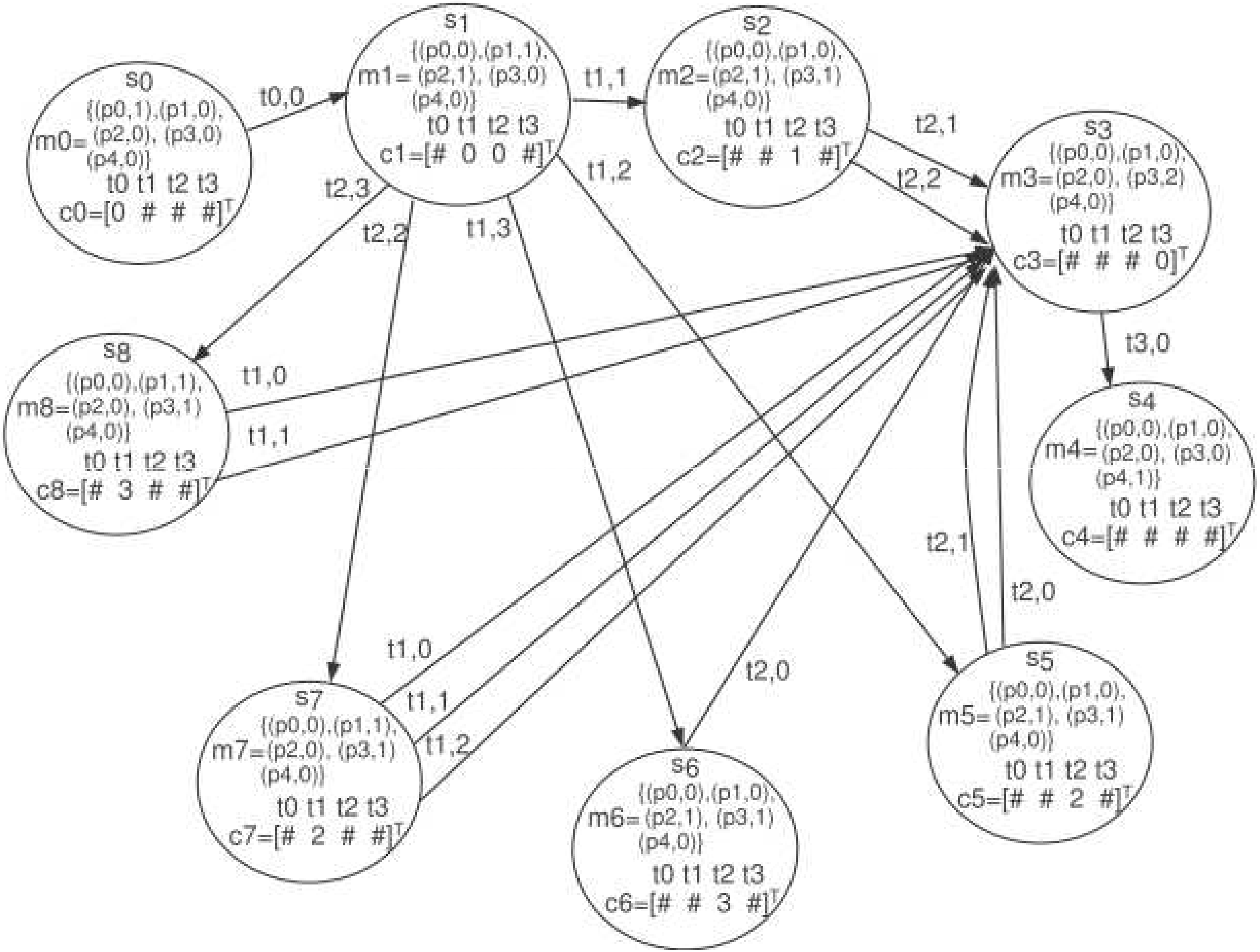
$FTs_3=\{t3\}$
$c_{s3}(t3)=0$

$I_Ds_3(t3)=[0,0]$
$F_Ds_3(t3)=[0,0]$

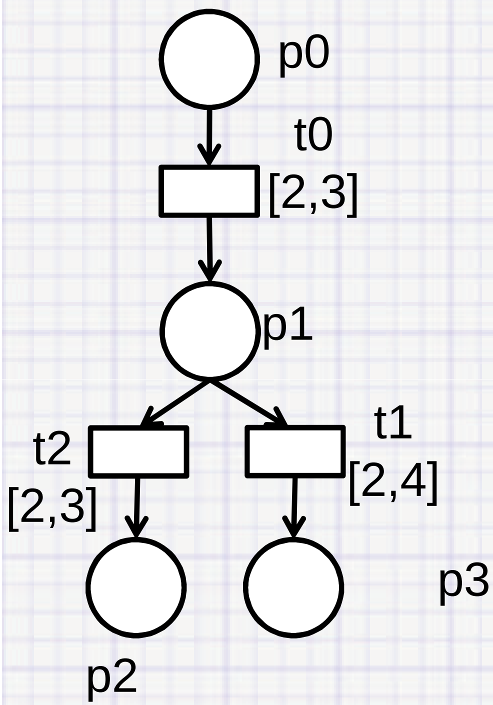


Time Petri Nets

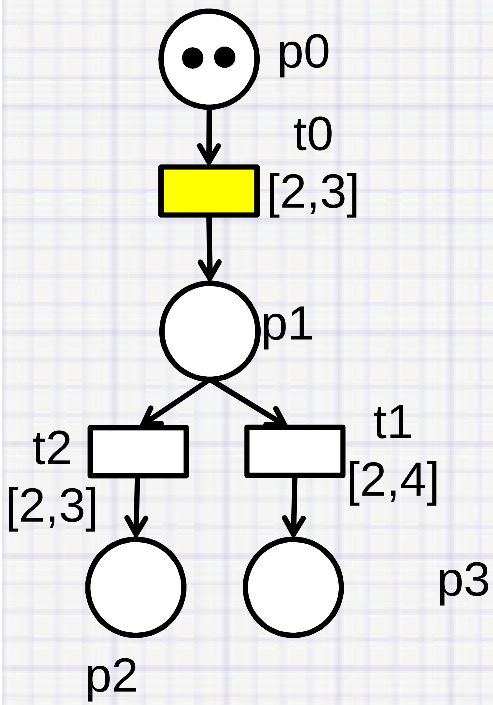



s0
m0={(p0,1),(p1,0),(p2,0), (p3,0)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c0=[0 # # #]T
s1
m1={(p0,0),(p1,1),(p2,1), (p3,0)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c1=[# 0 0 #]T
s2
m2={(p0,0),(p1,0),(p2,1), (p3,1)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c2=[# # 1 #]T
s3
m3={(p0,0),(p1,0),(p2,0), (p3,2)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c3=[# # # 0]T
s4
m4={(p0,0),(p1,0),(p2,0), (p3,0)(p4,1)}
t0 t1 t2 t3
c4=[# # # #]T
s5
m5={(p0,0),(p1,0),(p2,1), (p3,1)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c5=[# # 2 #]T
s6
m6={(p0,0),(p1,0),(p2,1), (p3,1)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c6=[# # 3 #]T
s7
m7={(p0,0),(p1,1),(p2,0), (p3,1)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c7=[# 2 # #]T
s8
m8={(p0,0),(p1,1),(p2,0), (p3,1)(p4,0)}
t0 t1 t2 t3
c8=[# 3 # #]T
t0,0
t1,1
t1,2
t1,3
t2,1
t2,2
t2,3
t2,2
t3,0
t1,0
t1,1
t2,1
t2,0
t1,0
t1,1
t1,2
t2,0

Time Petri Nets



Time Petri Nets



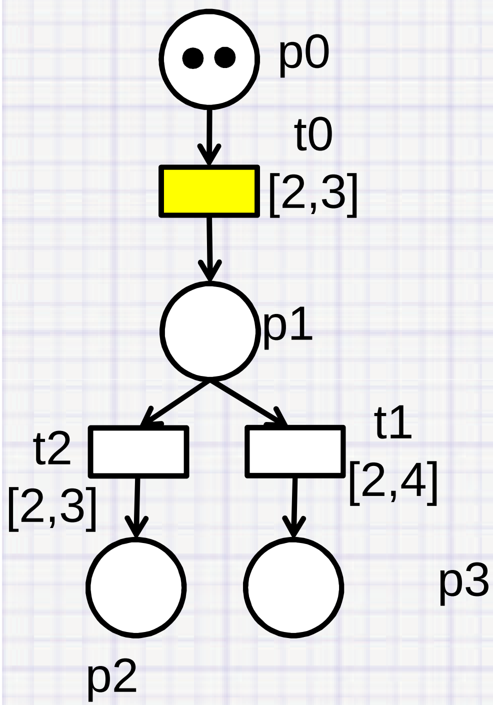
ET(s0)={t0}
c_{s0} (t0)=0

$I_D s_0$ (t0)=[2,3]

FDs_0(t0)=[2,3]

s0
m0={(p0,2),(p1,0),(p2,0),(p3,0),(p4,0)}
c0=[0 # #]^T

Time Petri Nets



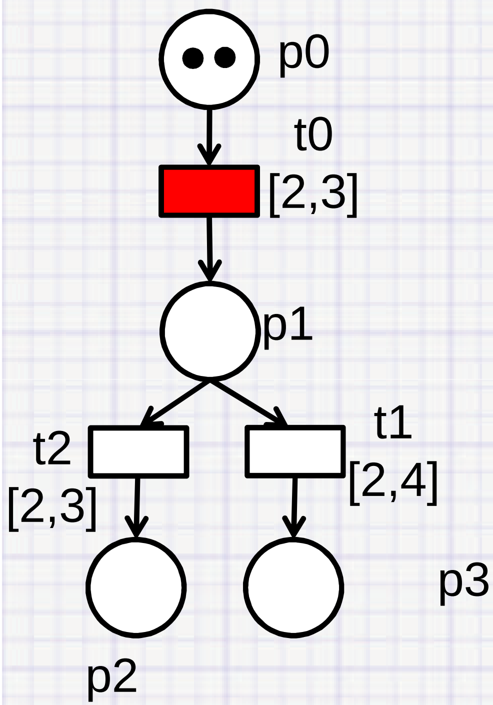
ET(s0)={t0}
c_{s0} (t0)=1

$I_D s_0$ (t0)=[1,2]

FDs_0(t0)=[2,3]

s0
m0={(p0,2),(p1,0),(p2,0),(p3,0),(p4,0)}
c0=[0 # #]^T

Time Petri Nets



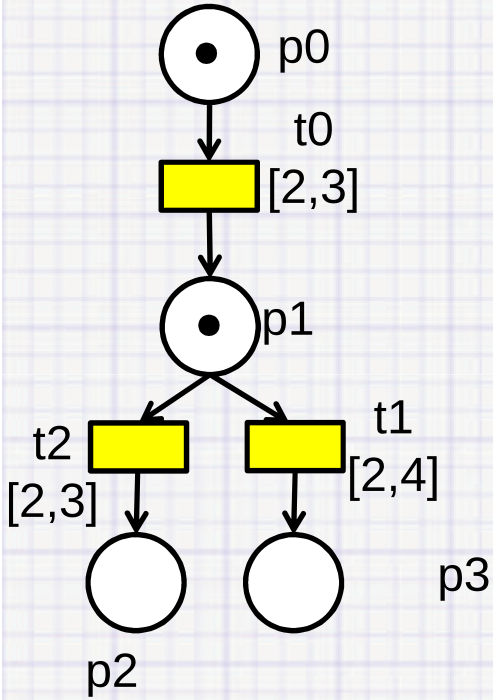
FT(s0)={t0}
c_{s0} (t0)=2

$I_D s_0$ (t0)=[0,1]

FDs_0(t0)=[2,3]

s0
m0={(p0,2),(p1,0),(p2,0),(p3,0),(p4,0)}
c0=[0 # #]^T

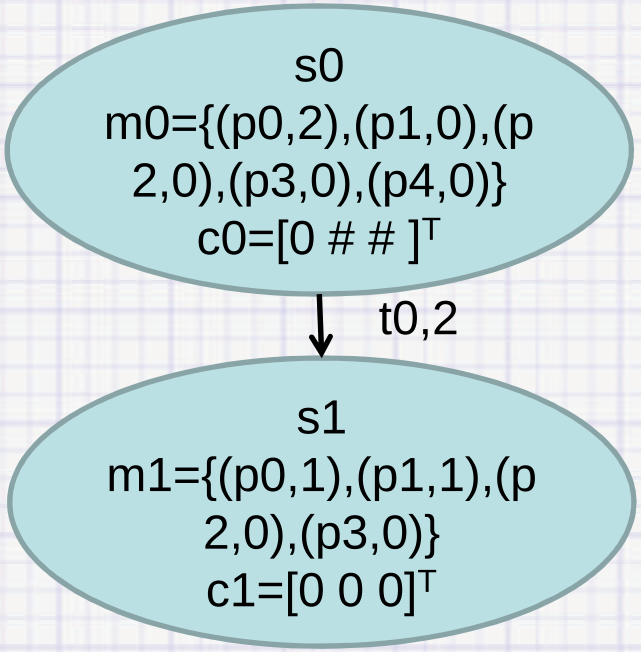
Time Petri Nets



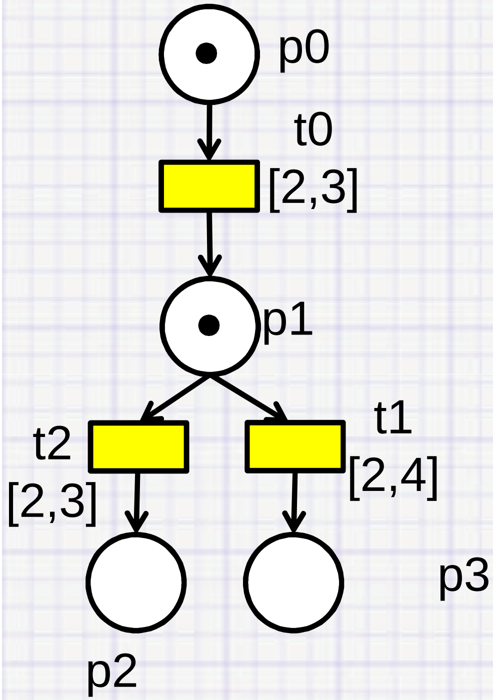
ET(s1)={t0,t2,t1}
c_{s1} (t0)=0
c_{s1} (t1)=0
c_{s1} (t2)=0

$I_D s_1$ (t0)=[2,3]
$I_D s_1$ (t1)=[2,4]
$I_D s_1$ (t2)=[2,3]

FDs_1(t0)=[2,3]
FDs_1(t1)=[2,3]
FDs_1(t2)=[2,3]



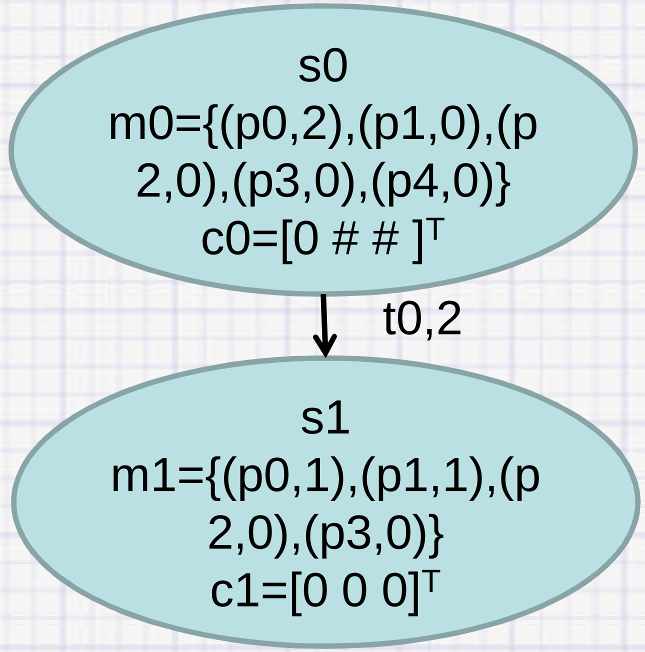
Time Petri Nets



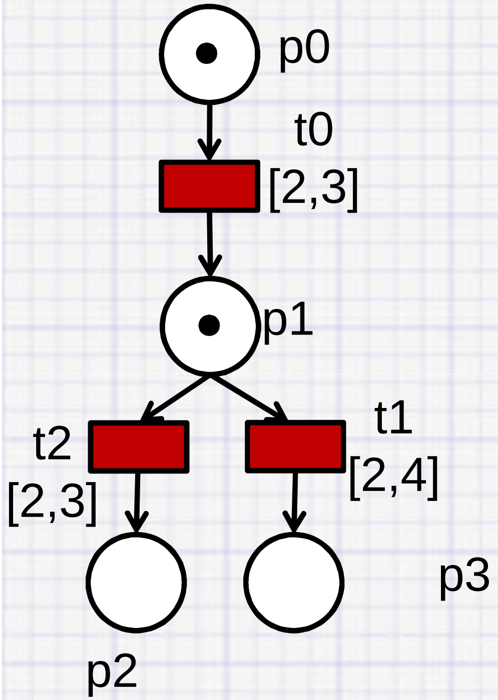
ET(s1)={t0,t2,t1}
c_{s1} (t0)=1
c_{s1} (t1)=1
c_{s1} (t2)=1

$I_D s_1$ (t0)=[1,2]
$I_D s_1$ (t1)=[1,3]
$I_D s_1$ (t2)=[1,2]

FDs_1(t0)=[2,3]
FDs_1(t1)=[2,3]
FDs_1(t2)=[2,3]



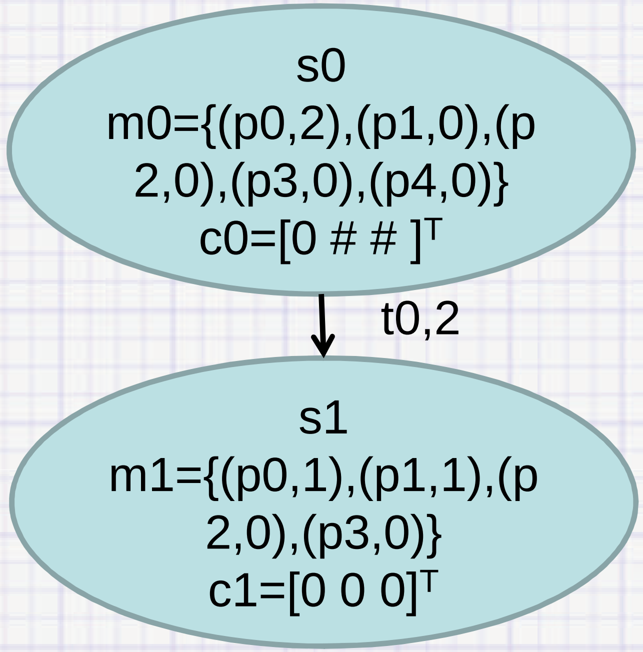
Time Petri Nets



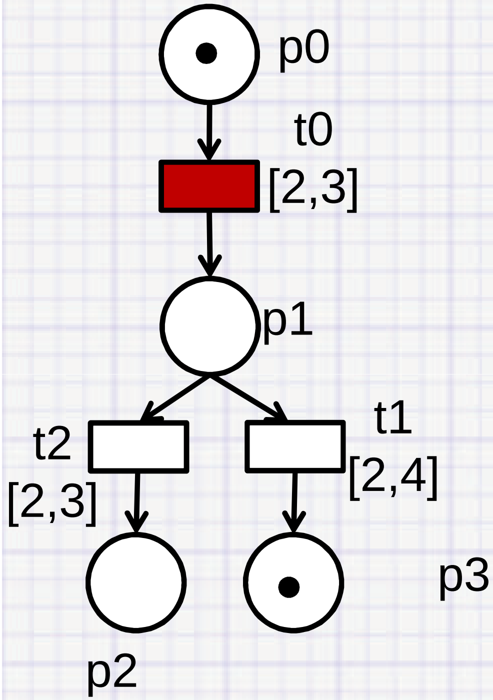
FT(s1)={t0,t2,t1}
c_{s1} (t0)=2
c_{s1} (t1)=2
c_{s1} (t2)=2

$I_D s_1$ (t0)=[0,1]
$I_D s_1$ (t1)=[0,2]
$I_D s_1$ (t2)=[0,1]

FDs_1(t0)=[2,3]
FDs_1(t1)=[2,3]
FDs_1(t2)=[2,3]



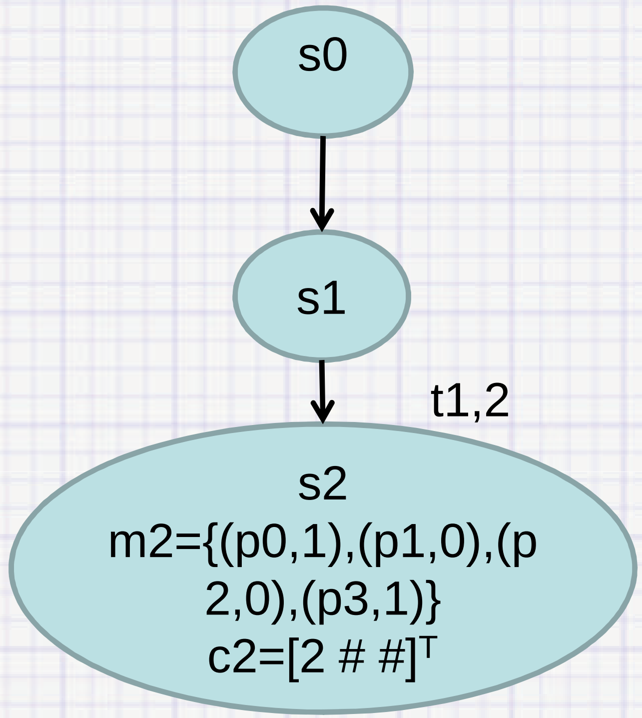
Time Petri Nets



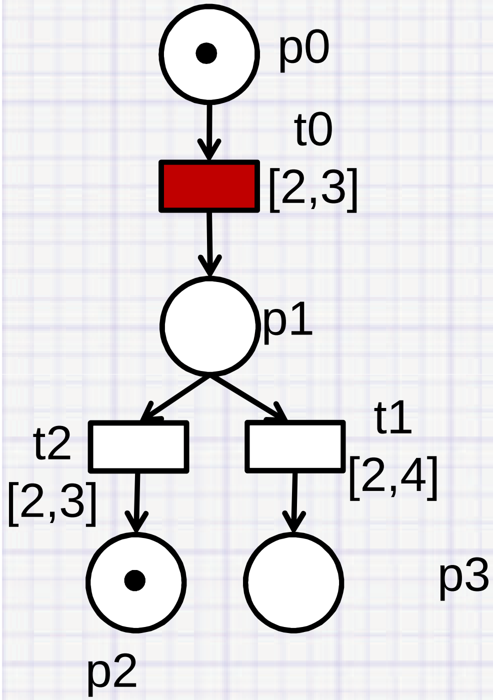
FT(s2)={t0}
$c_{s2}(t0)=2$

$I_D s_2(t0)=[0,1]$

$FDs_2(t0)=[0,1]$



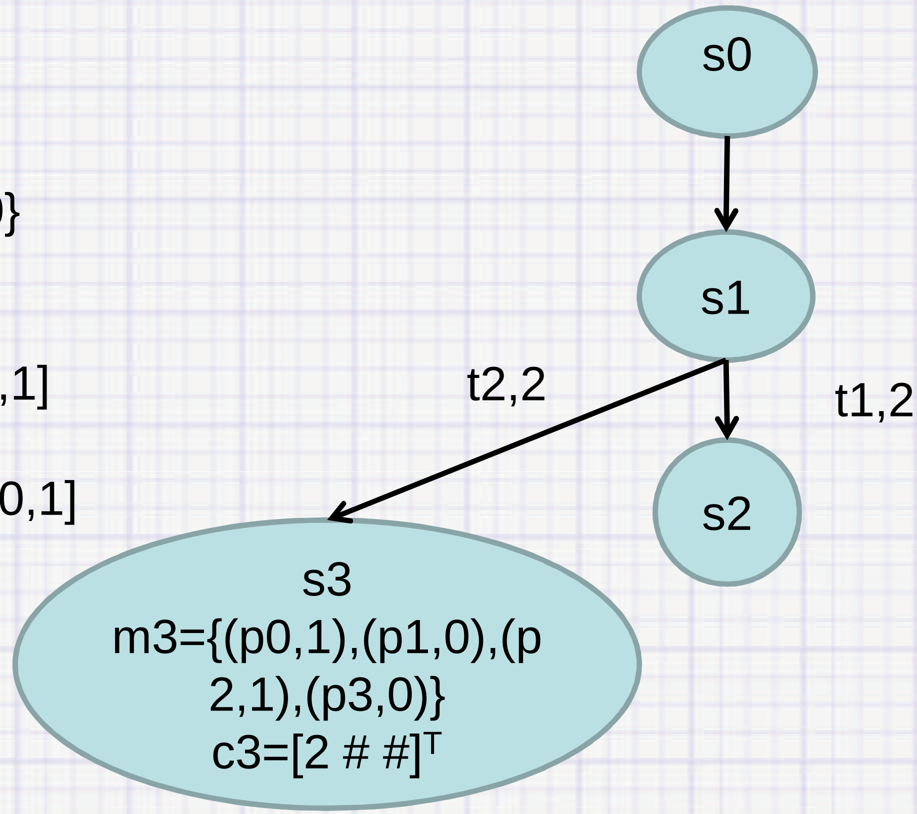
Time Petri Nets



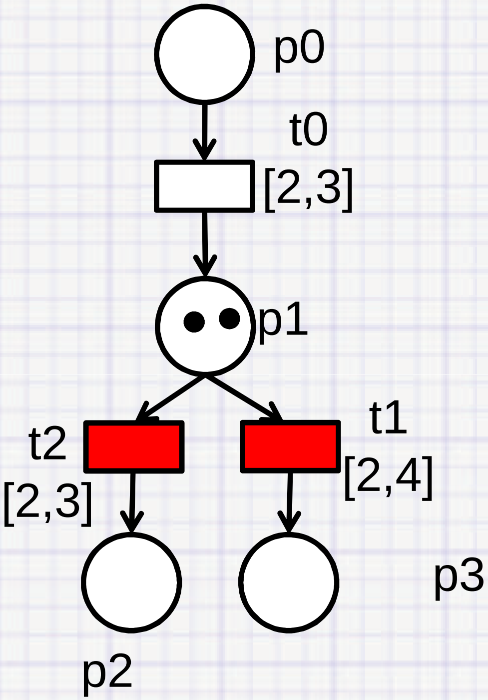
FT(s3)={t0}
$c_{s3}(t0)=2$

$I_D s_3(t0)=[0,1]$

$FDs_3(t0)=[0,1]$



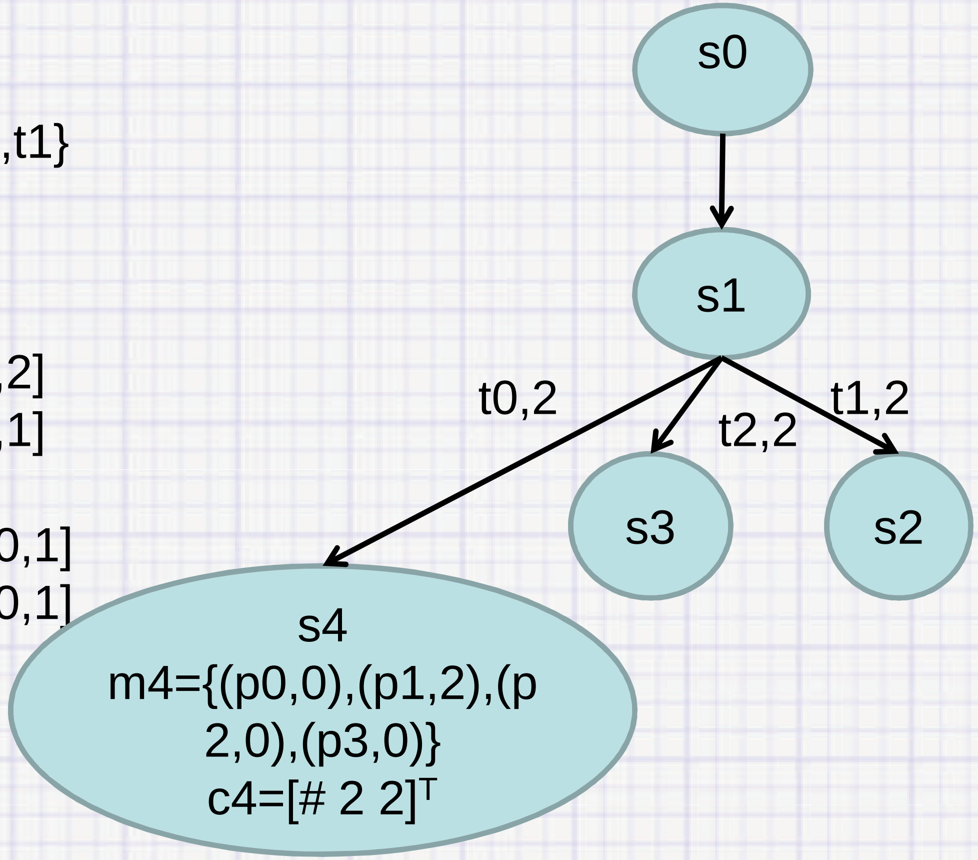
Time Petri Nets



$FT(s1)=\{t2,t1\}$
$c_{s4}(t1)=2$
$c_{s4}(t2)=2$

$I_D s_4(t1)=[0,2]$
$I_D s_4(t2)=[0,1]$

$FDs_4(t1)=[0,1]$
$FDs_4(t2)=[0,1]$



Timed Petri Nets

Ramchandani74 e Zuberek87

Disparo em três fases. Duração. “Transição em disparo”

Infinite-server semantics

Veremos Zuberek87 (adota semântica de Passos)

Timed Petri Nets

$Inp(p) = \bullet p$, $Out(p) = p\bullet$, $Inp(t) = \bullet t$, $Out(t) = t\bullet$

$Inh(t)$ = O conjunto de lugares inibidores de t

Um lugar p é free-choice, se, e somente se,

$\forall ti,tj \in Out(p): Inp(ti) = Inp(tj) \wedge inh(ti)=inh(tj) \wedge w(ti)=w(tj).$

Um lugar p é guardado (*guarded)* se, e somente se,

$\forall ti,tj \in Out(p), \exists pk \in P: pk \in Inp(ti) \wedge pk \in Inh(tj)$

$\vee\ pk \in Inp(tj) \wedge pk \in Inh(ti)$

Timed Petri Nets

$\mathbb{T}$ = (P,T,A,w,m0,c,f) , Timed Petri net

- P – Conjunto de lugares
- T – Conjunto de transições
- A $\subseteq$ (P x T) $\cup$ (T x P), Conjunto de arcos
- w:A$\rightarrow\aleph$,Peso dos arcos
- m0:P $\rightarrow\aleph$, marcação inicial

Free-choice Petri net: cada lugar é free-choice ou guarded

Partição de T em diferentes classes: Free(T) ={T1,T2,...,Tk}

- c:T$\rightarrow 0\leq\Re\leq 1$, função de probabilidade de escolha, tal que

$$\forall (T_i \in Free(T)) \sum_{t \in T_i} c(t) = 1$$

Timed Petri Nets

$\mathbf{T}$ = (P,T,A,w,m0,c,f) , Timed Petri net

- f: T $\rightarrow \Re^{+} \cup \{0\}$ – Duração

$\boxed{t_k \in En(m_i)}$

$$\forall (p \in P)\ m_j(p) = \begin{cases} m_i(p) - w(p, t_k), & \text{if } p \in Inp(t_k) - Out(t_k), \\ m_i(p) + w(t_k, p), & \text{if } p \in Out(t_k) - Inp(t_k), \\ m_i(p) - w(p, t_k) + w(t_k, p), & \text{if } p \in Inp(t_k) \cap Out(t_k), \\ m_i(p), & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Timed Petri Nets

A selection function of a marking m in a net $\mathbf{N}$ is any function $g : T \to \{0, 1, ...\}$ such that:

- there exists a sequence of intermediate markings $(m_{i_1} m_{i_2} ... m_{i_k})$ and a corresponding sequence of transitions $\sigma = (t_{i_1} t_{i_2} ... t_{i_k})$ such that $m = m_{i_0}$, and $t_{i_j} \in En(m_{i_{j-1}})$ for all $1 \leq j \leq k$, where

$$\forall (p \in P)\ m_{i_j}(p) = m_{i_{j-1}}(p) - \begin{cases} w(p, t_{i_j}), & \text{if } p \in Inp(t_{i_j}), \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$$

- the set of transitions enabled by m_{i_k} is empty, and
- for all $t \in T$, $g(t)$ is equal to the number of occurrences of t in the sequence σ

The set of all selection functions of a marking m is denoted by $Sel(m)$.

Timed Petri Nets

s=(m,n,r) é um estado de uma TPN $\mathbf{T}$:

- m:P $\rightarrow \aleph$, é uma função de marcação
- n:T $\rightarrow \aleph$, *firing-ranking function* – função que indica o número de vezes que uma transição dispara naquele estado
- r(ti): $(\Re^+ \cup \{0\})^{|k|}$, vetor que associa a cada disparo de t_i um numero real que representa *remaining firing time* disparo de t_i naquele estado. K é o número de vezes que t_i está sendo disparada em s (i.e., $n(t_i)=k$). Os valores do vetor são crescentes: r(ti)[1]<r(t)[2]<...<r(t)[k].

Timed Petri Nets

$s_i=(m_i,n_i,r_i)$ é o estado inicial (pode haver vários para uma free-choice net)

Escolhendo $n_i \in$ Sel(m0)

$$\forall (t \in T)\ r_i(t)[k] = \begin{cases} f(t), & \text{if } n_i(t) > 0 \wedge 1 \leq k \leq n_i(t), \\ \text{undefined}, & \text{otherwise}; \end{cases}$$

$$\forall (p \in P)\ m_i(p) = m_0(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * n_i(t).$$

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $$h_i = \min_{t \in T \wedge n_i(t)>0} (r_i(t)[1]).$$

2. $$\forall (t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall (1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$$

3. $$\forall (p \in P)\ m_i'(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) * d_i(t)$$

4. $$g_k \in Sel(m_i')$$

5. $$\forall (p \in P)\ m_j(p) = m_i'(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * g_k(t)$$

6. $$\forall (t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$$

7. $$\forall (t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$$

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições

Pega o menor remaining firing time. Holding time do estado s_i

1. $h_i = \min\limits_{t \in T \wedge n_i(t)>0} (r_i(t)[1])$.

2. $$\forall(t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall(1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$$

3. $$\forall(p \in P)\ m_i'(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) * d_i(t)$$

4. $g_k \in Sel(m_i')$

5. $$\forall(p \in P)\ m_j(p) = m_i'(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * g_k(t)$$

6. $$\forall(t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$$

7. $$\forall(t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$$

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $h_i = \min_{t \in T \wedge n_i(t) > 0} (r_i(t)[1])$

2. $\forall(t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall(1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$

3. $\forall(p \in P)\ m'_i(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) * d_i(t)$

4. $g_k \in Sel(m'_i)$

5. $\forall(p \in P)\ m_j(p) = m'_i(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * g$

6. $\forall(t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$

7. $\forall(t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$

Para cada transição, obtém-se quantidade de disparos que terminam em h_i unidades de tempo

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $h_i = \min\limits_{t \in T \wedge n_i(t) > 0} (r_i(t)[1])$

2. $\forall (t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall (1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$

3. $\forall (p \in P)\ m'_i(p) = m_i(p) + \sum\limits_{t \in Inp(p)} w(t,p) * d_i(t)$

4. $g_k \in Sel(m'_i)$

5. $\forall (p \in P)\ m_j(p) = m'_i(p) - \sum\limits_{t \in Out(p)} w(p,t) * g$

6. $\forall (t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$

7. $\forall (t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$

Gera-se uma marcação intermediária m'_i (p), considerando os términos dos disparos

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $h_i = \min_{t \in T \wedge n_i(t) > 0} (r_i(t)[1])$
2. $\forall (t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall (1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$
3. $\forall (p \in P)\ m_i'(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) * d_i(t)$
4. $g_k \in Sel(m_i')$
5. $\forall (p \in P)\ m_j(p) = m_i'(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * g$
6. $\forall (t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$
7. $\forall (t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$

Escolhe-se uma função de seleção considerando as transições habilitadas na marcação intermediária (Passo máximo).

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $h_i = \min_{t \in T \wedge n_i(t)>0} (r_i(t)[1])$.

2. $\forall(t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall(1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$

3. $\forall(p \in P)\ m_i'(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) *$

4. $g_k \in Sel(m_i')$

5. $\forall(p \in P)\ m_j(p) = m_i'(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * g_k(t)$

6. $\forall(t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$

7. $\forall(t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$

Define a marcação m_j, removendo os tokens devido aos disparos representando por g_k

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $h_i = \min_{t \in T \wedge n_i(t)>0} (r_i(t)[1])$

2. $\forall(t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall(1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$

3. $\forall(p \in P)\ m'_i(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) *$

4. $g_k \in Sel(m'_i)$

5. $\forall(p \in P)\ m_j(p) = m'_i(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t) * g_k(t)$

6. $\forall(t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$

7. $\forall(t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$

Define os novos disparos de transição em s_j, adicionando novos - $g_k(t)$ - e removendo alguns concluídos - $d_i(t)$

Timed Petri Nets

$s_j=(m_j,n_j,r_j)$ é diretamente alcançado por $s_i=(m_i,n_i,r_i)$, satisfazendo as seguintes condições:

1. $h_i = \min_{t \in T \wedge n_i(t) > 0} (r_i(t)[1])$.

2. $\forall (t \in T)\ d_i(t) = \begin{cases} z, & \text{if } n_i(t) \geq z \wedge \forall (1 \leq \ell \leq z)\ r_i(t)[\ell] = h_i, \\ 0, & \text{otherwise;} \end{cases}$

3. $\forall (p \in P)\ m'_i(p) = m_i(p) + \sum_{t \in Inp(p)} w(t,p) *$ ...

4. $g_k \in Sel(m'_i)$

5. $\forall (p \in P)\ m_j(p) = m'_i(p) - \sum_{t \in Out(p)} w(p,t$ ...

6. $\forall (t \in T)\ n_j(t) = n_i(t) - d_i(t) + g_k(t)$

7. $\forall (t \in T)\ r_j(t)[\ell] = \begin{cases} r_i(t)[\ell + d_i(t)] - h_i, & \text{if } 1 \leq \ell \leq n_i(t) - d_i(t), \\ f(t), & \text{if } n_i(t) - d_i(t) < \ell \leq n_j(t) \end{cases}$

Define os remaining firing times em s_j, Atualiza o tempo dos disparos que não concluíram e define-se os novos disparos - f(t).

Timed Petri Nets

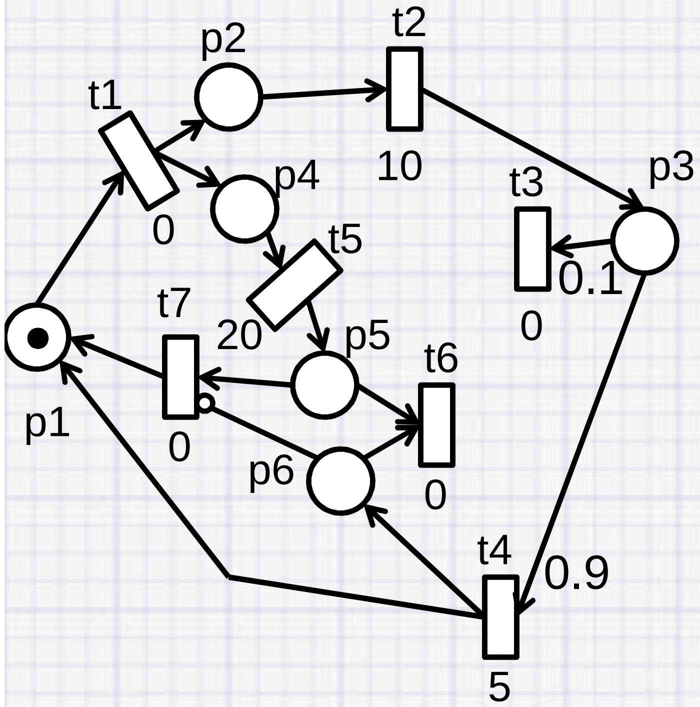
Grafo de alcançabilidade G=(V,D,h,q) de uma TPN **T**

- V é conjunto de vértices, V=S(T) (conjunto de estados de T)
- D é o conjunto dos arcos dirigidos, D $\subset$ V x V. (si,sj) $\in$ D, se, e somente se, é diretamente alcançável por si.
- Associa o *holding time* a cada estado

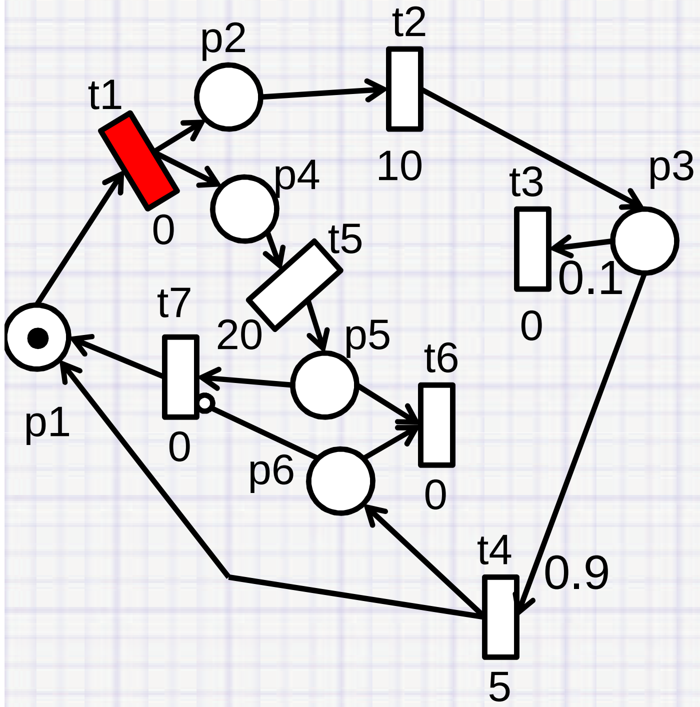
$$h(s_i) = \min_{t \in T \wedge n_i(t) > 0} (r_i(t)[1])$$

- q:D$\rightarrow$[0,1] é uma função que associa uma probabilidade aos arcos do grafo

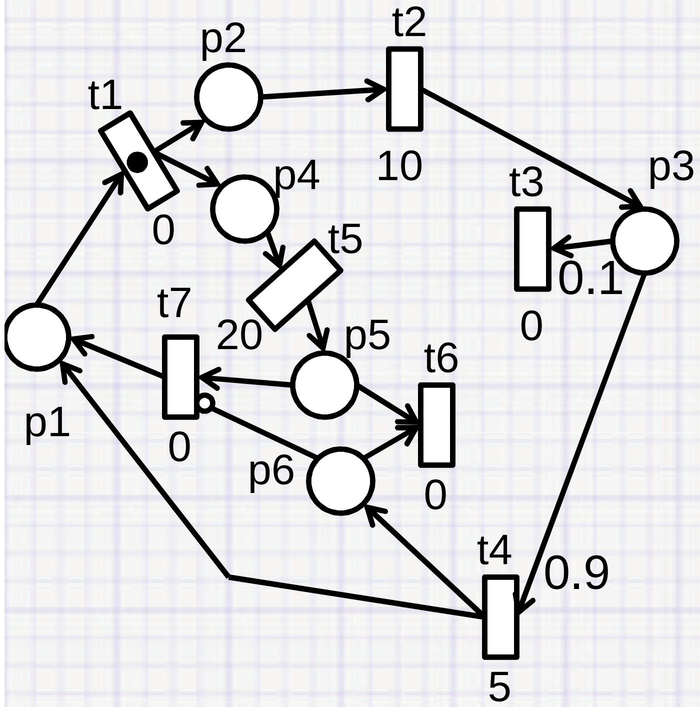
Exemplo



Exemplo



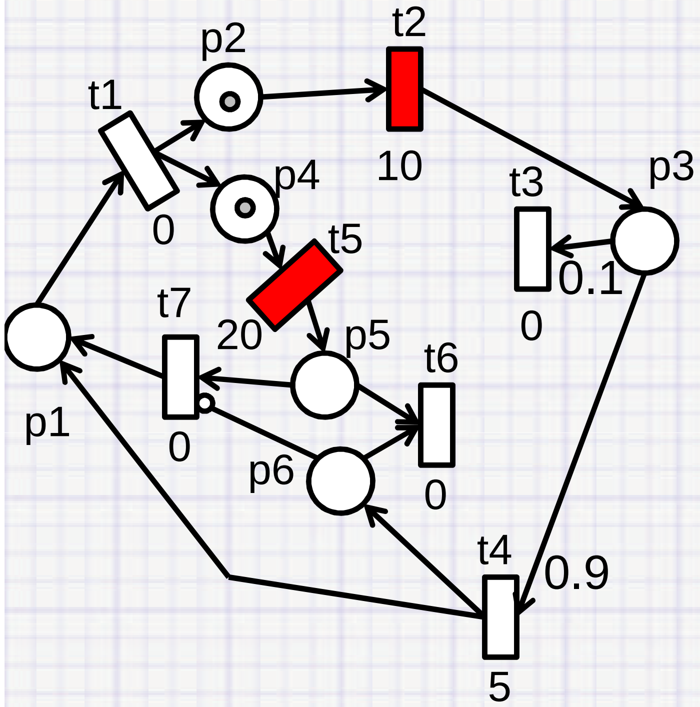
Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1				

Marcações intermediárias:
m1’(p2)=1
m1’(p4)=1

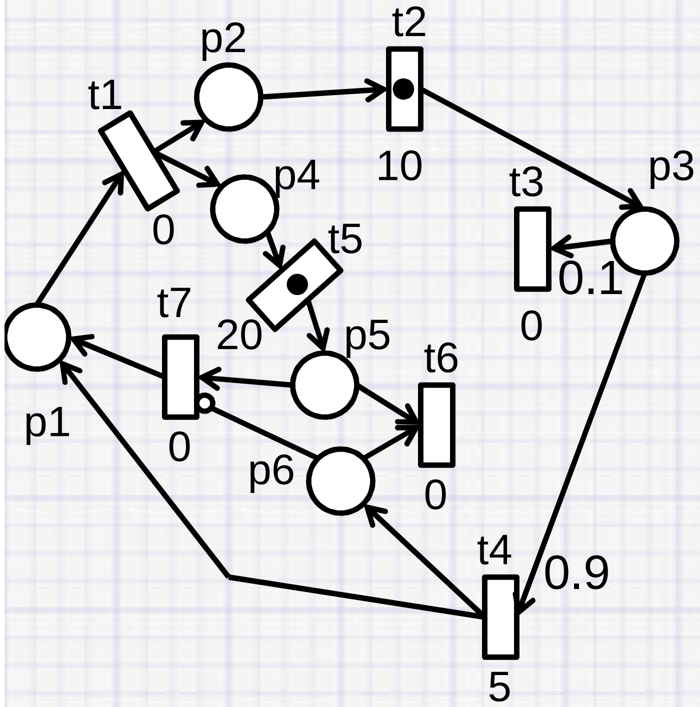
Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1

Marcações intermediárias:
m1’(p2)=1
m1’(p4)=1

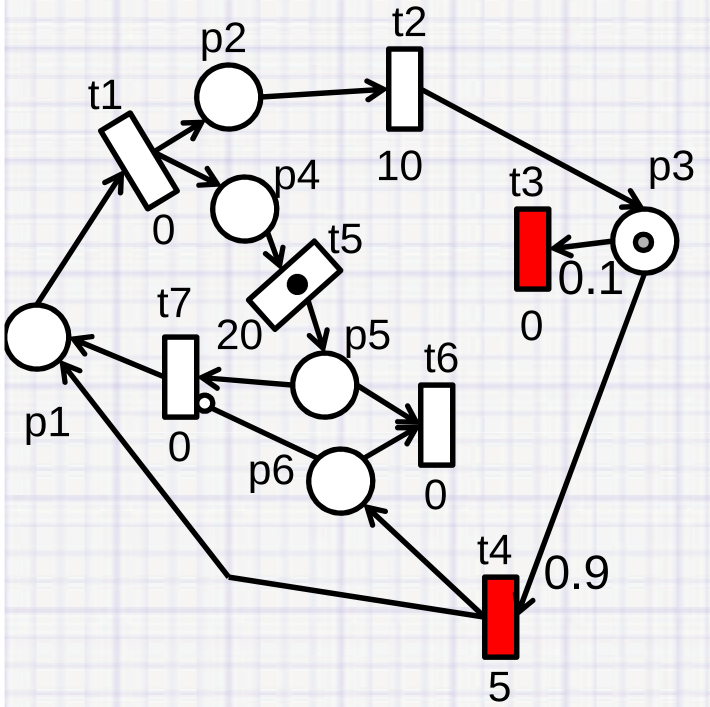
Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10			

$r_{s2}(t2)[1]=10$
$r_{s2}(t5)[1]=20$

Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1

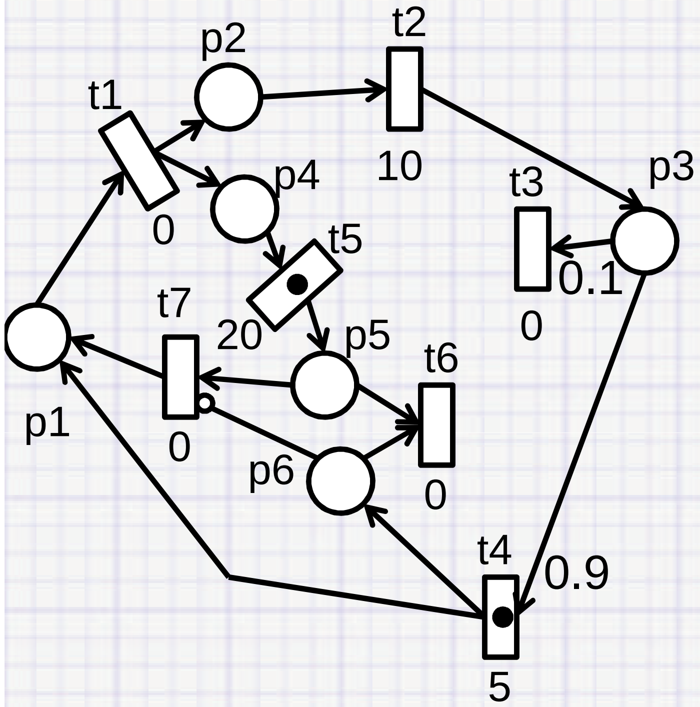
$r_{s2}(t2)[1]=10$

$r_{s2}(t5)[1]=20$ (subtrair 10)

Marcações intermediárias:

m2'(p3)=1

Exemplo

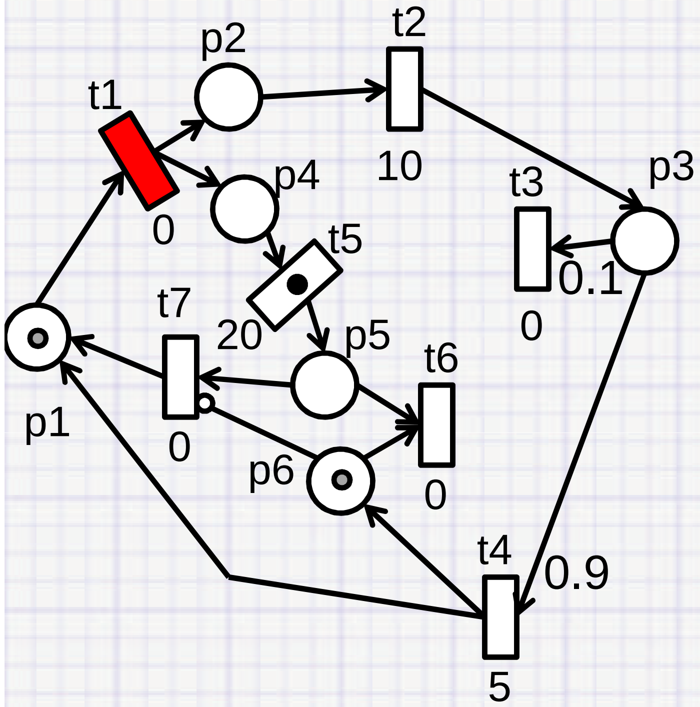


si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1

$r_{s3}(t4)[1]=5$

$r_{s3}(t5)[1]=10$

Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1

$r_{s3}(t4)[1]=5$

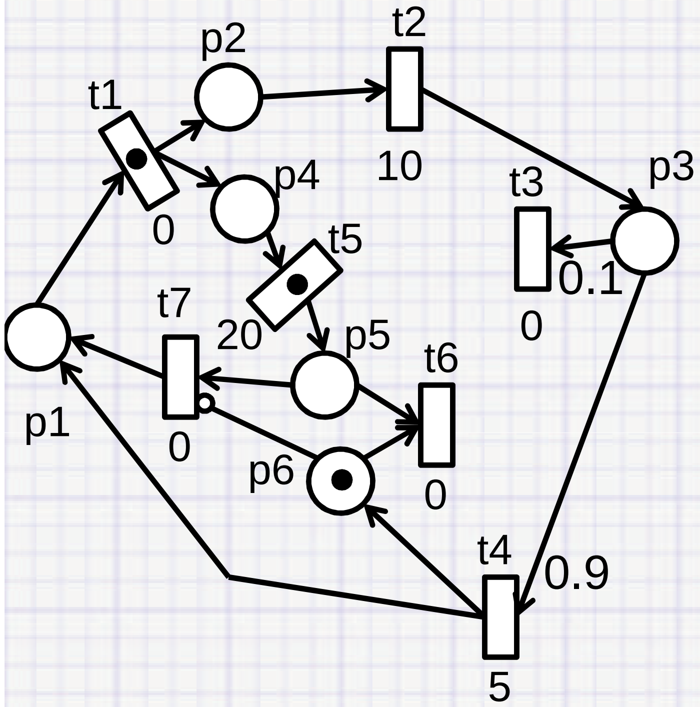
$r_{s3}(t5)[1]=10$ (subtrair 5)

Marcações intermediárias:

m2'(p1)=1

m2'(p6)=1

Exemplo

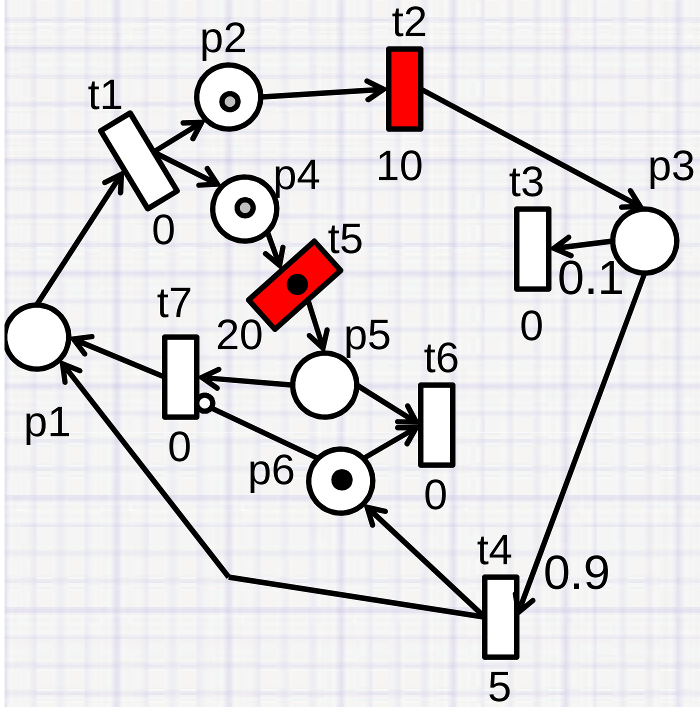


si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0			

$r_{s5}(t1)[1]=0$

$r_{s5}(t5)[1]=5$

Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1

$r_{s5}(t1)[1]=0$

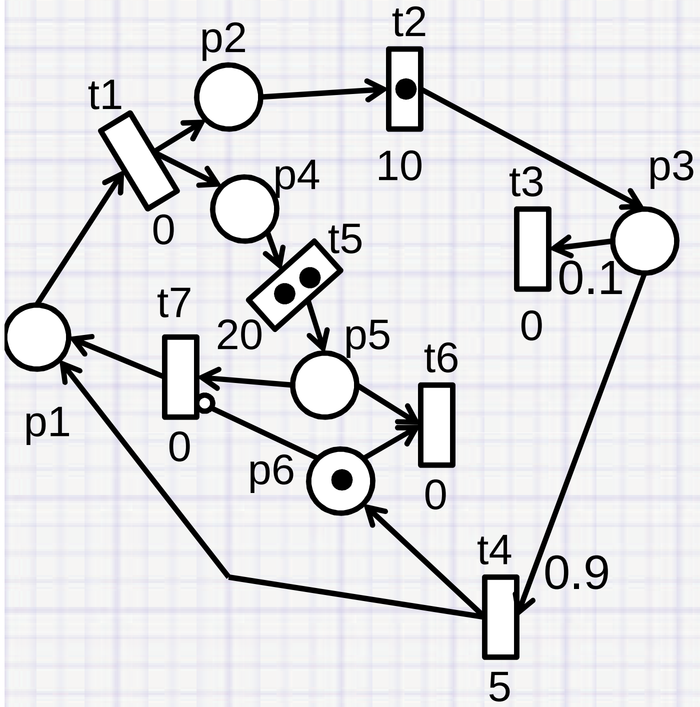
$r_{s5}(t5)[1]=5$ (subtrair 0)

Marcações intermediárias:

m2’(p2)=1

m2’(p4)=1

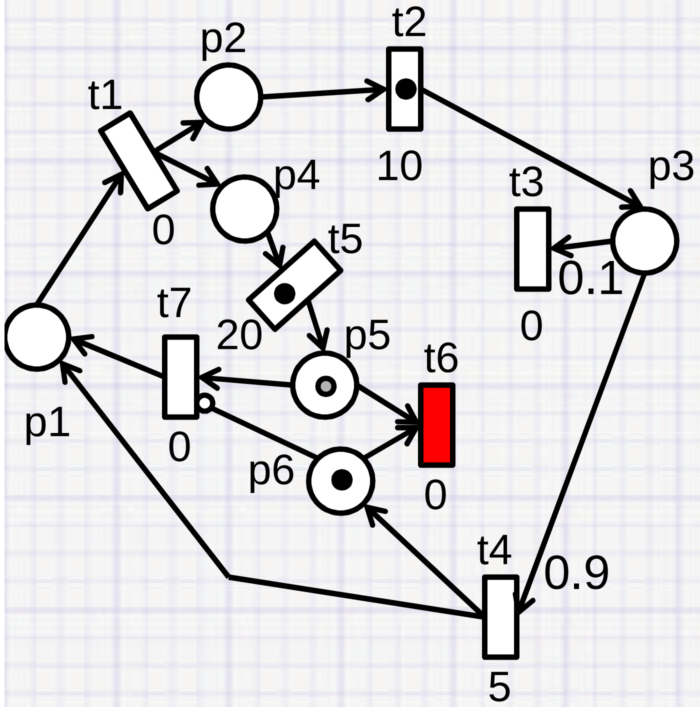
Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5			

$r_{s7}(t2)[1]=10$
$r_{s7}(t5)[1]=5$
$r_{s7}(t5)[2]=20$

Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5	g6=1	9	1

r_{s7}(t2)[1]=10 (subtrair 5)

r_{s7}(t5)[1]=5

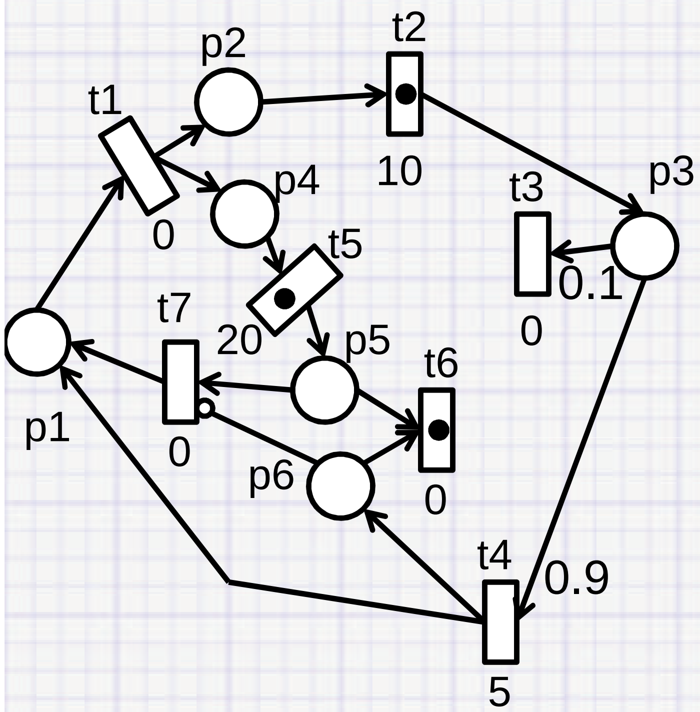
r_{s7}(t5)[2]=20 (subtrair 5)

Marcações Intermediárias:

m2'(p5)=1

m2'(p6)=1

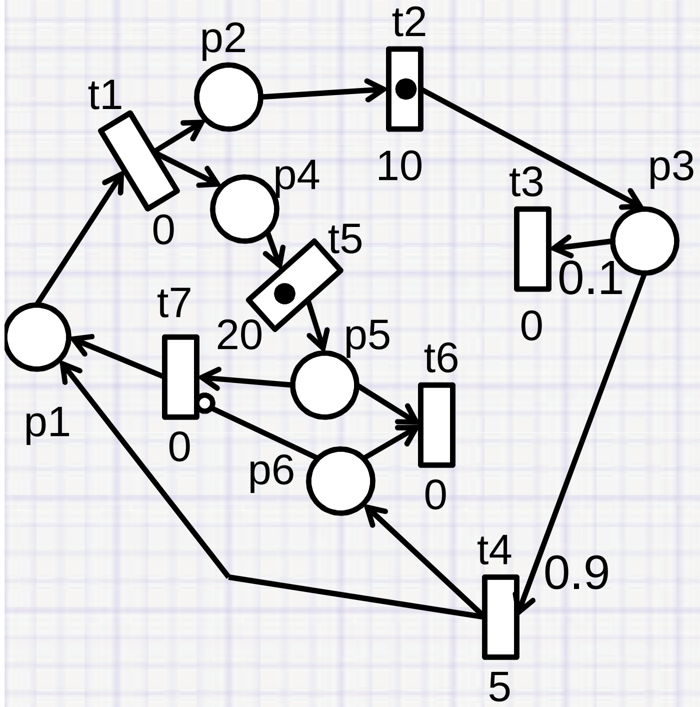
Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5	g6=1	9	1
8	todos 0	t7=1	0	g1=1	1	1
9	todos 0	t2=t5=t6=1	0	-	10	1

$r_{s9}(t2)[1]=5$
$r_{s9}(t5)[1]=15$
$r_{s9}(t6)[1]=0$

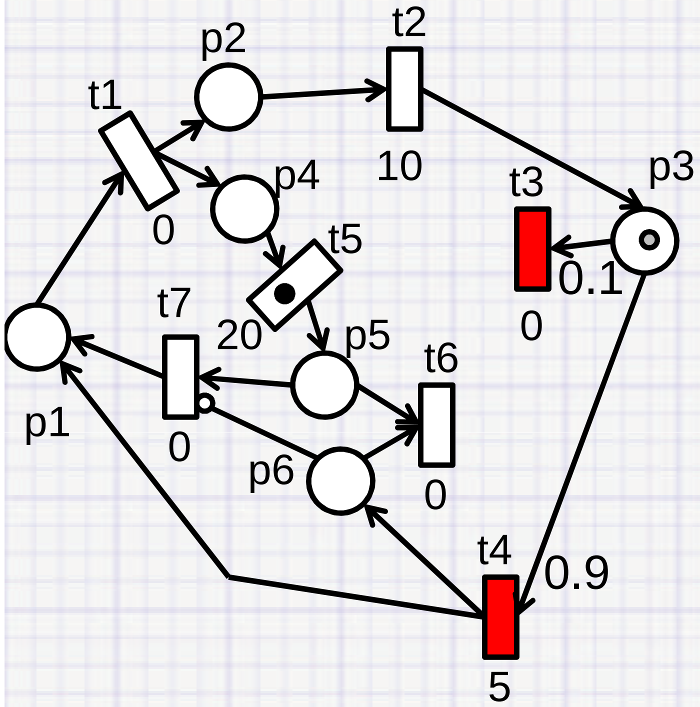
Exemplo



$r_{s10}(t2)[1]=5$
$r_{s10}(t5)[1]=15$

si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5	g6=1	9	1
8	todos 0	t7=1	0	g1=1	1	1
9	todos 0	t2=t5=t6=1	0	-	10	1
10	todos 0	t2=1,t5=1	5			

Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5	g6=1	9	1
8	todos 0	t7=1	0	g1=1	1	1
9	todos 0	t2=t5=t6=1	0	-	10	1
10	todos 0	t2=1,t5=1	5	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1

r_{s10}(t2)[1]=5
r_{s10}(t5)[1]=15 (subtrair 5)
Marcações Intermediárias:
m10'(p3)=1

Timed Petri Nets - INA

T = (P,T,F,W,m0,D) , Timed Petri net

- P – Conjunto de lugares
- T – Conjunto de transições
- F $\subseteq$ (P x T) $\cup$ (T x P), Conjunto de arcos
- W:A$\rightarrow \aleph$,Peso dos arcos
- D:T $\rightarrow \aleph$, Duração da transição

Adota semântica de passos com single-server firing semantics

Timed Petri Nets - INA

$S \subseteq (M,A)$ conjunto de todos os estados, onde

- $M \subseteq (P \times \aleph)$: conjunto de marcações
- $A \subseteq (T \times \aleph)$: conjunto das durações (tempo) restantes de disparo das transições

Um estado $s \in S$ é uma tupla $s = (m,a)$, no qual *m* $\in$ M é a marcação e *a* $\in$ A a duração restante das transições em disparo.

Se $a(t) = 0$, a transição t não está disparando no estado s

$s0 = (m0,\underline{0})$ é a marcação inicial. $\underline{0}(t) = 0, \forall\, t \in T$

Timed Petri Nets - INA

$U \subseteq T$ é um passo máximo no estado s=(m,a), se e somente se:

- $\forall t \in U, \quad a(t) = 0;$
- $\forall p \in P, m(p) >= \sum_{t \in U} W(p,t);$
- $U = \{\}$**: (i)**$\forall t \in ET(m), a(t) > 0$**;** ou **(ii)** $ET(m) = \{\} \wedge \exists t \in T, a(t) > 0$**;**
- $\nexists$ U' satisfazendo as condições acima, tal que $U \subset U'$

Conjunto de transições habilitadas:

$ET(m) = \{t \mid m(p) >= W(p,t)\}, \forall p \in P$

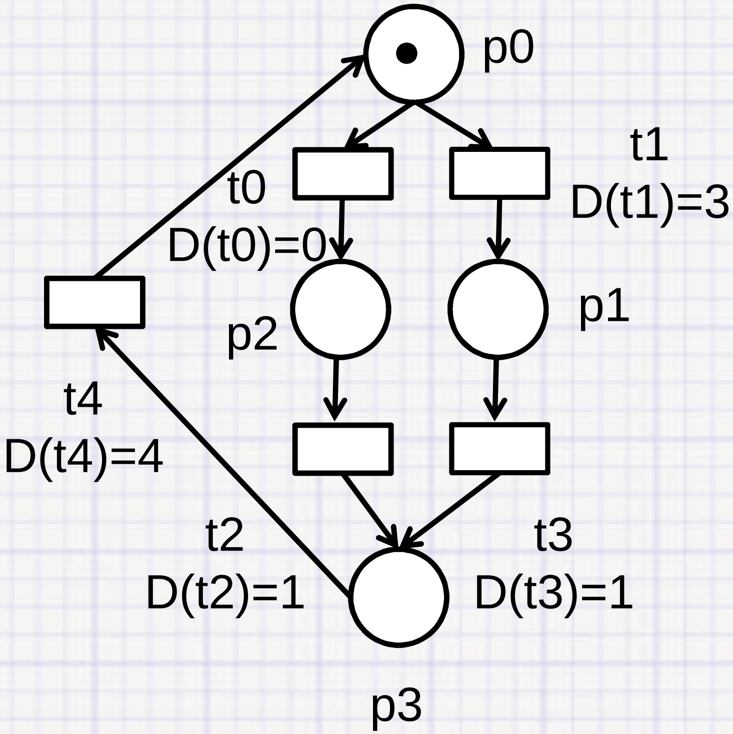
Timed Petri Nets - INA

Assuma o estado s=(m,a) e U um passo máximo em s. O estado s'=(m',a') é alcançado devido ao disparo de U em s, da seguinte forma:

- $\Theta = \min(1, D(t)), \forall\, t \in U$
- $m'(p) = m(p) - \sum_{t \in U} W(p,t) + \sum_{t \in U \wedge D(t)=\Theta} W(t,p) + \sum_{a(t)>0 \wedge a(t)=\Theta} W(t,p), \forall\, p \in P$

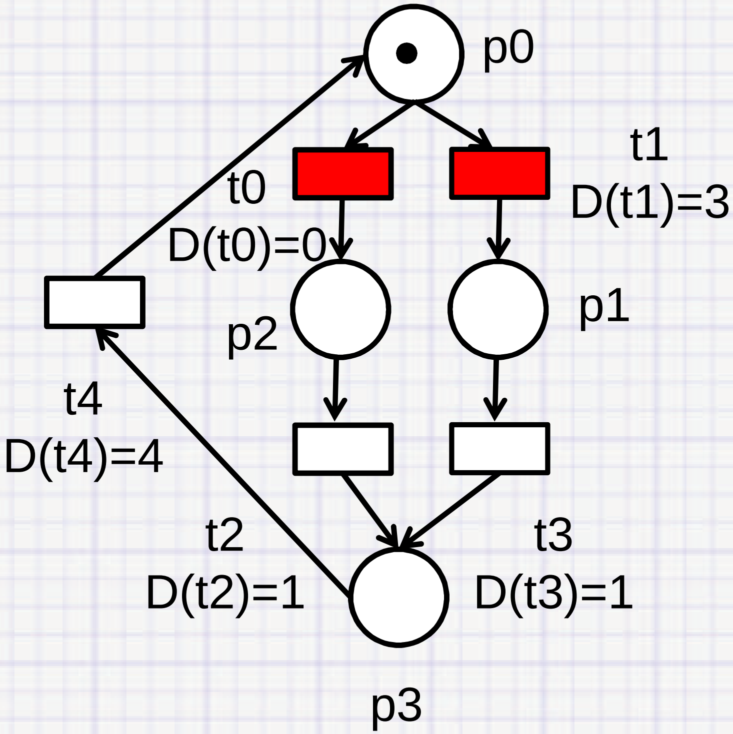
- $$a'(t) = \begin{cases} D(t) - \Theta, \text{ if } t \in U \\ a(t) - \Theta, \text{ if } t \notin U \wedge a(t) > 0 \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Timed Petri Nets - INA

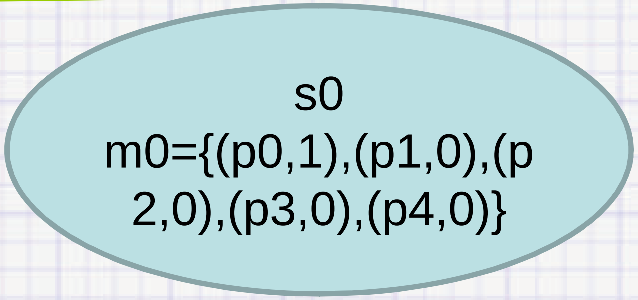


s0
m0={(p0,1),(p1,0),(p2,0),(p3,0),(p4,0)}

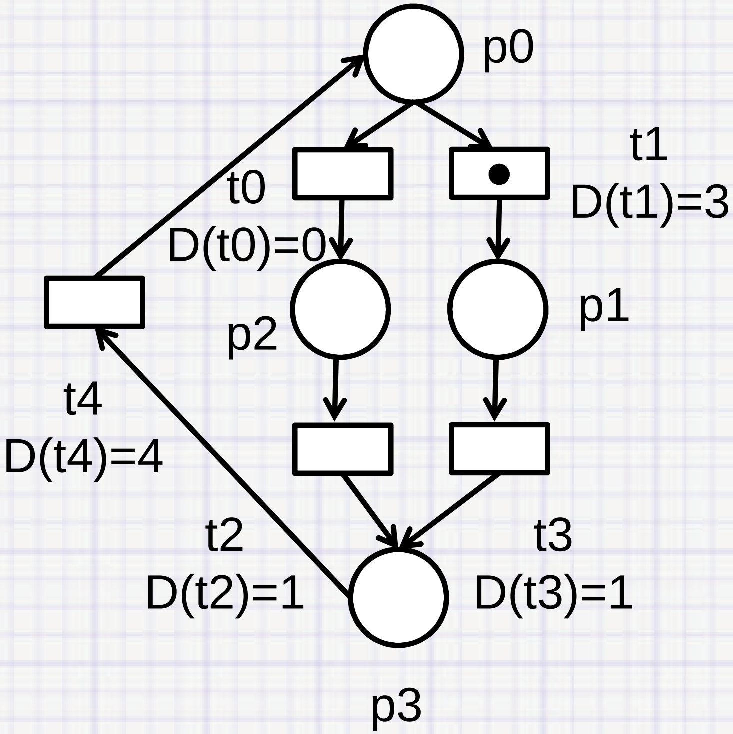
Timed Petri Nets - INA



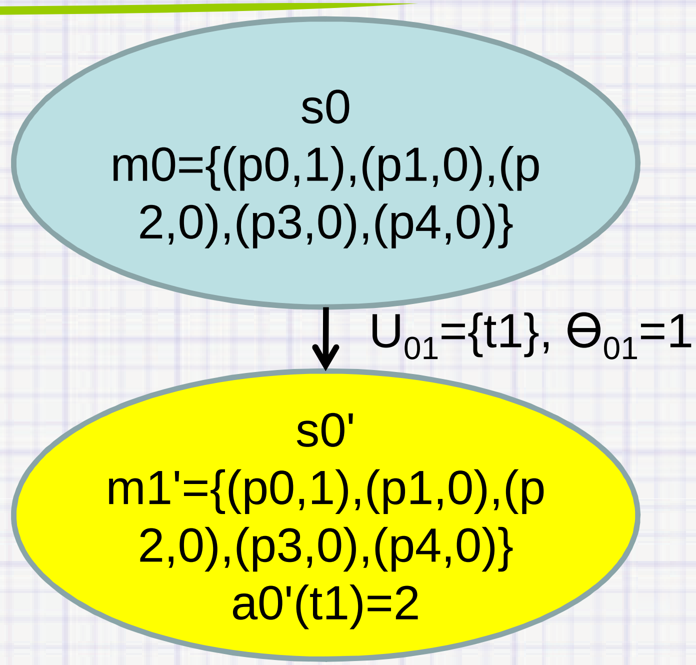
ET(m0) = {t0,t1}
U_0={t0}, U_{01}={t1}



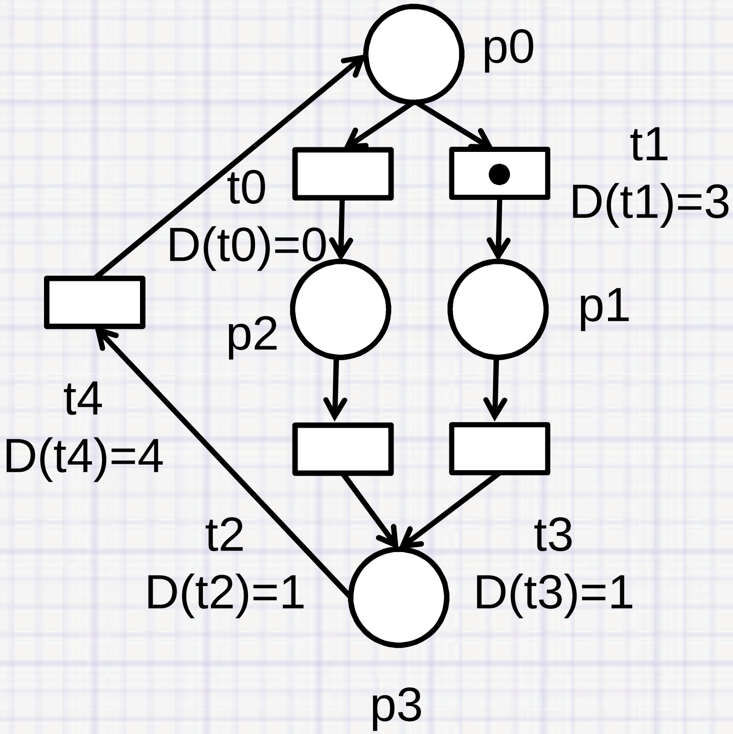
Timed Petri Nets - INA



ET(m0’) = {}
$U_{0'}$={}

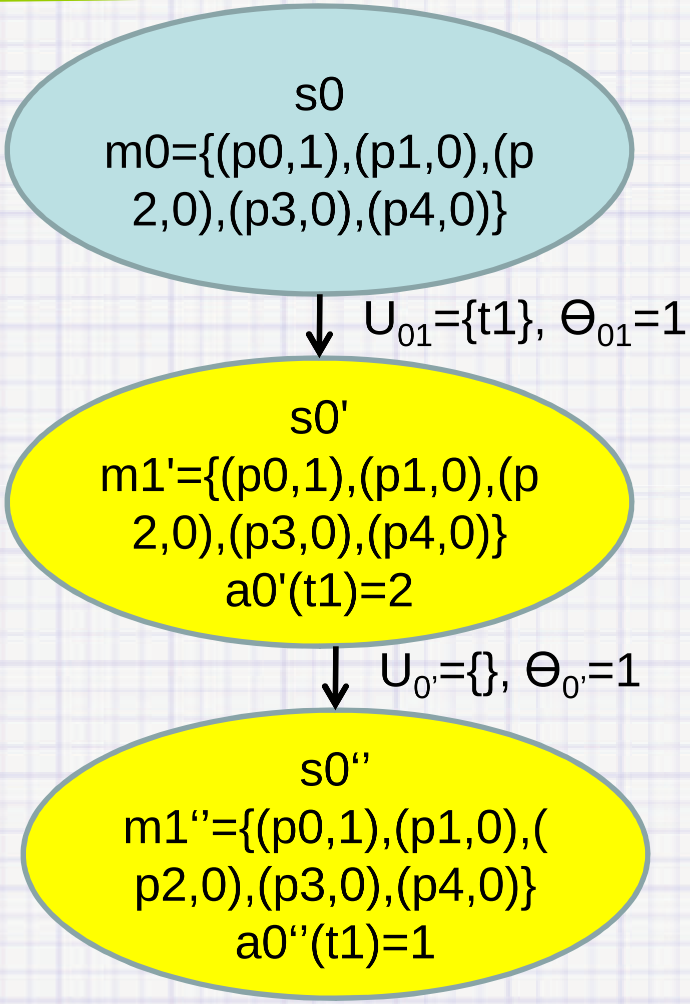


Timed Petri Nets - INA

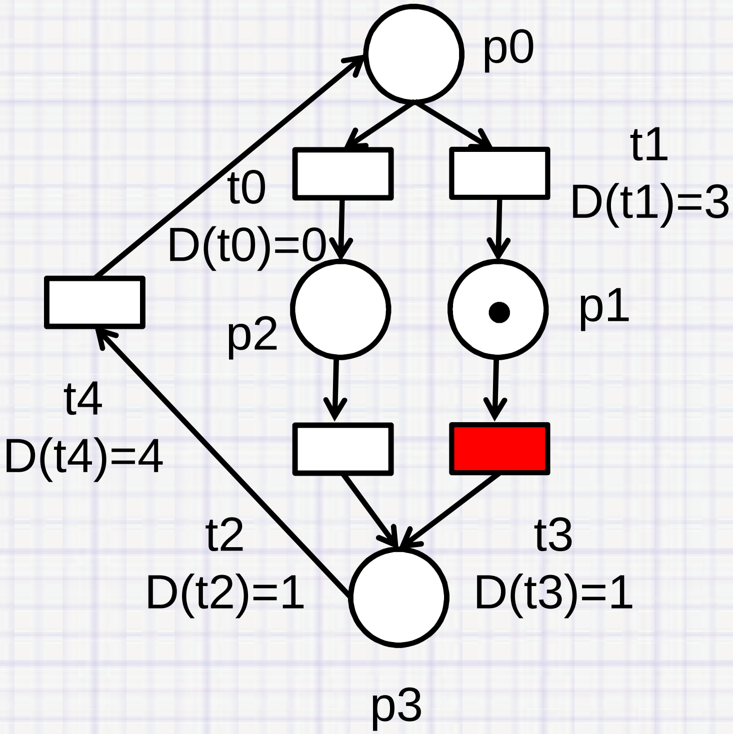


ET(m0’’) = {}

$U_{0''}$={}

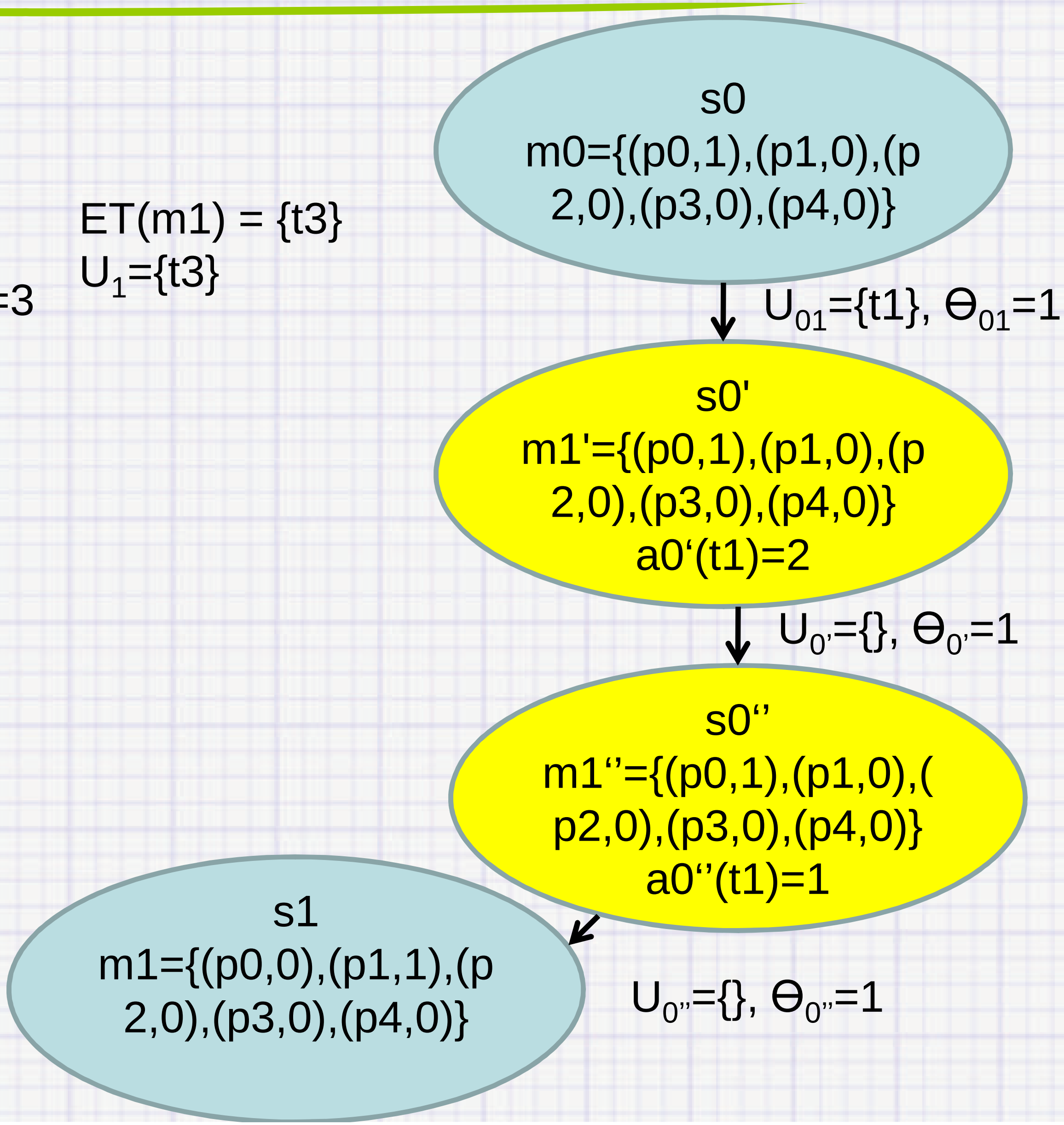


Timed Petri Nets - INA

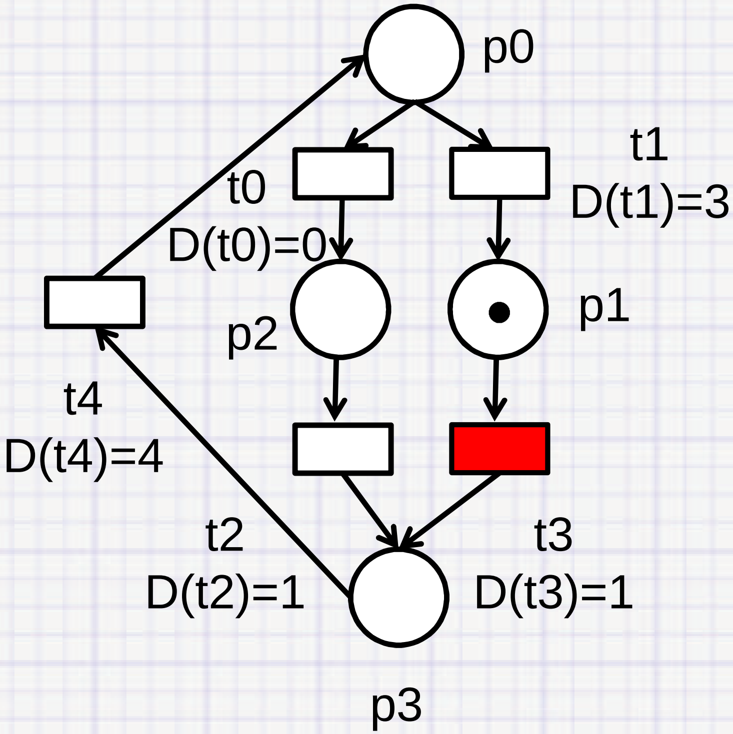


ET(m1) = {t3}

U_1={t3}

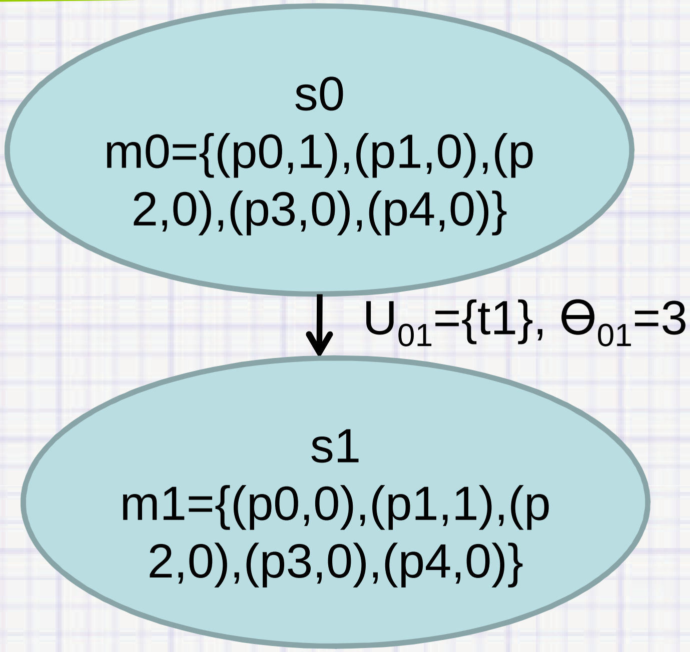


Timed Petri Nets - INA

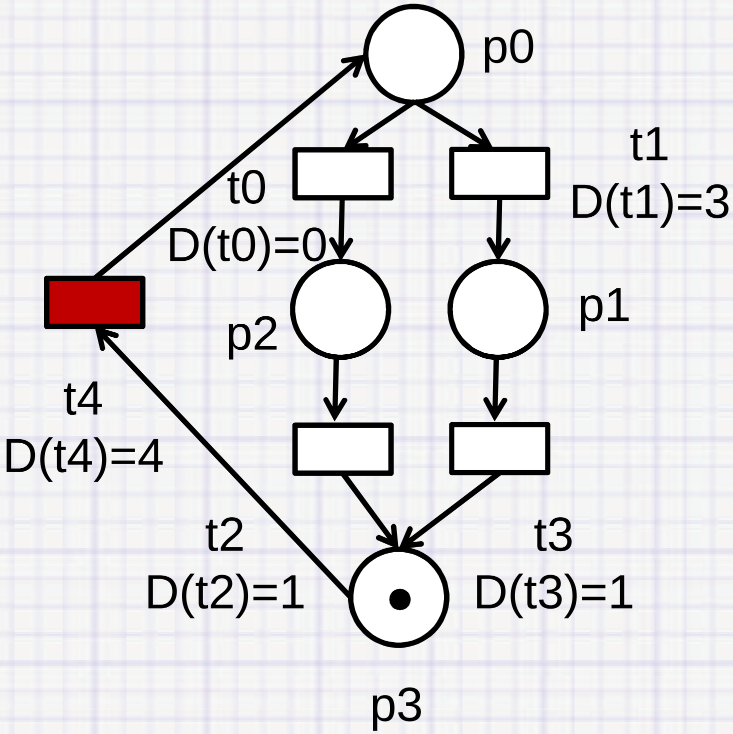


ET(m1) = {t3}

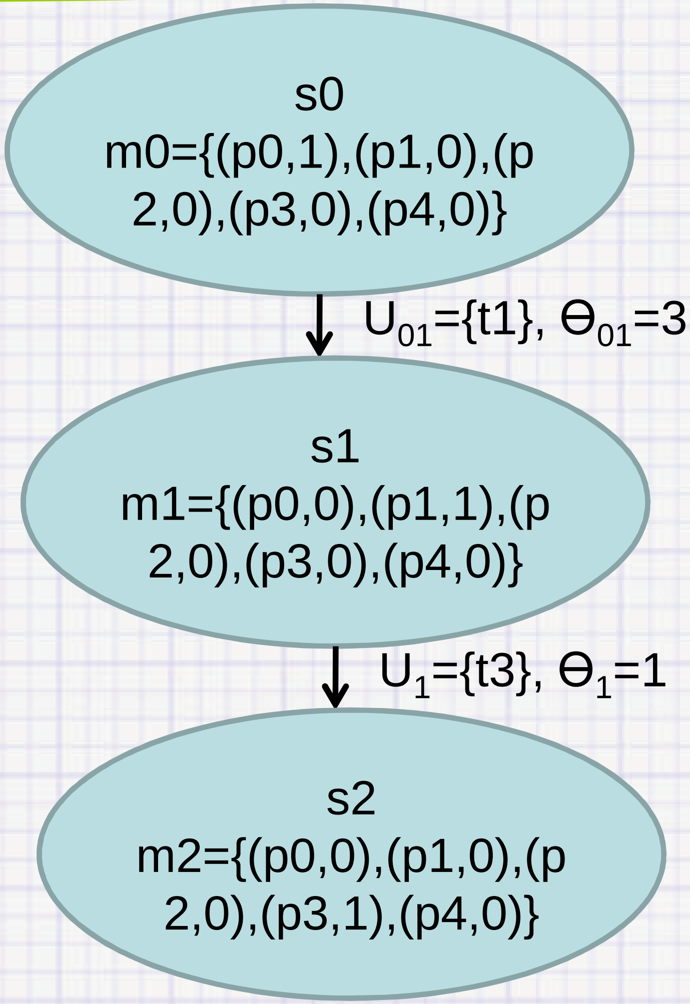
U_1={t3}



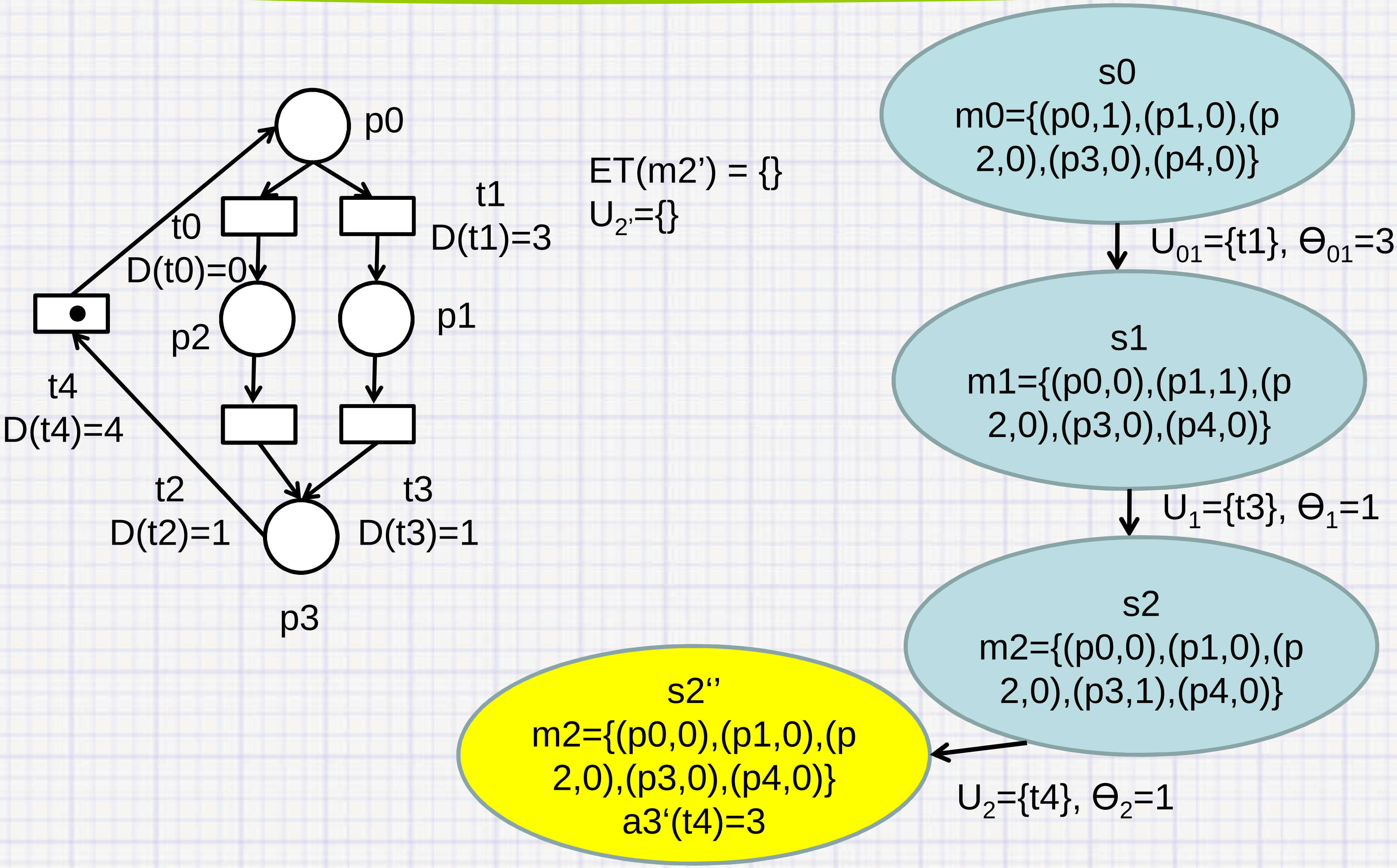
Timed Petri Nets - INA



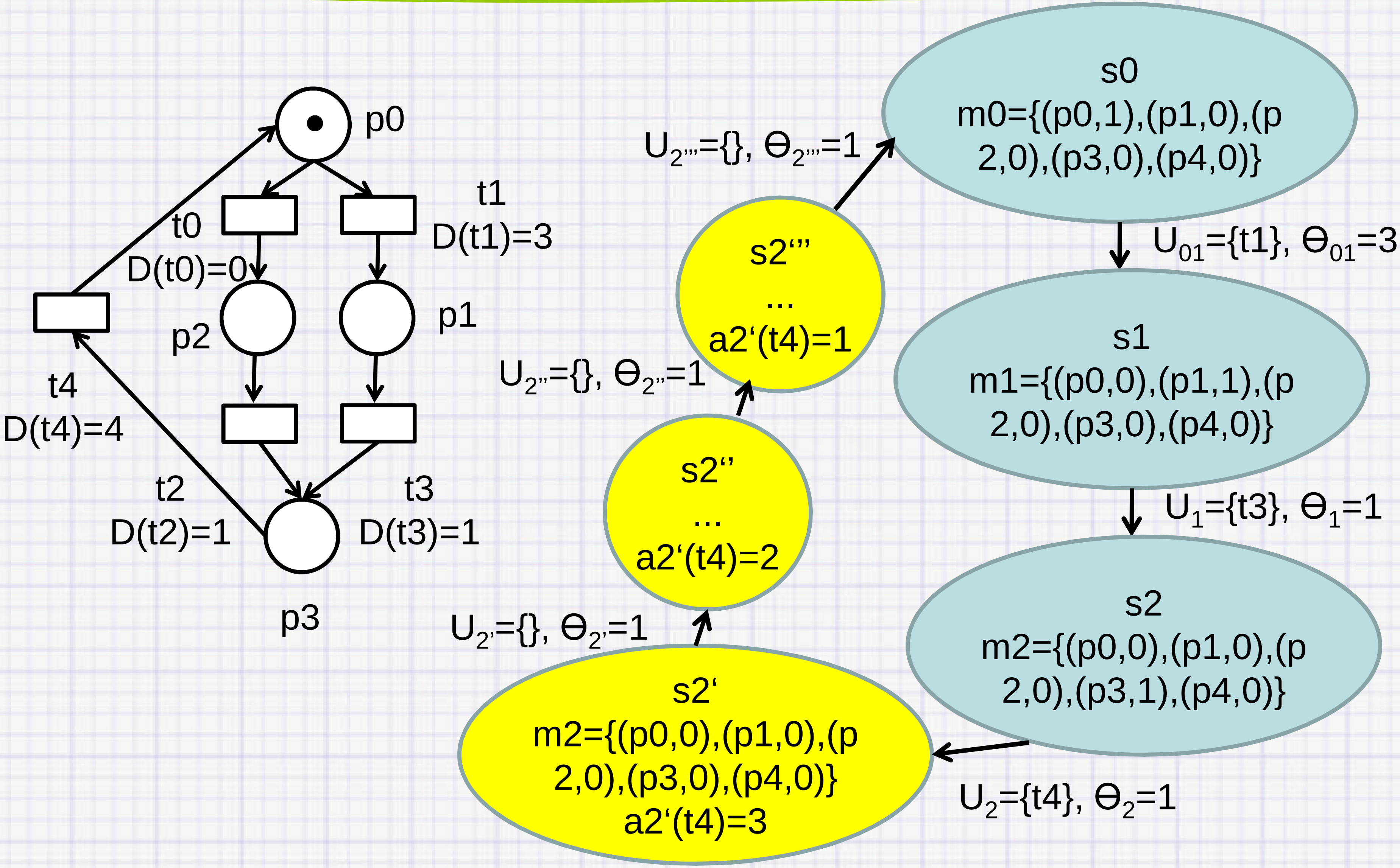
ET(m2) = {t4}
U_2={t4}



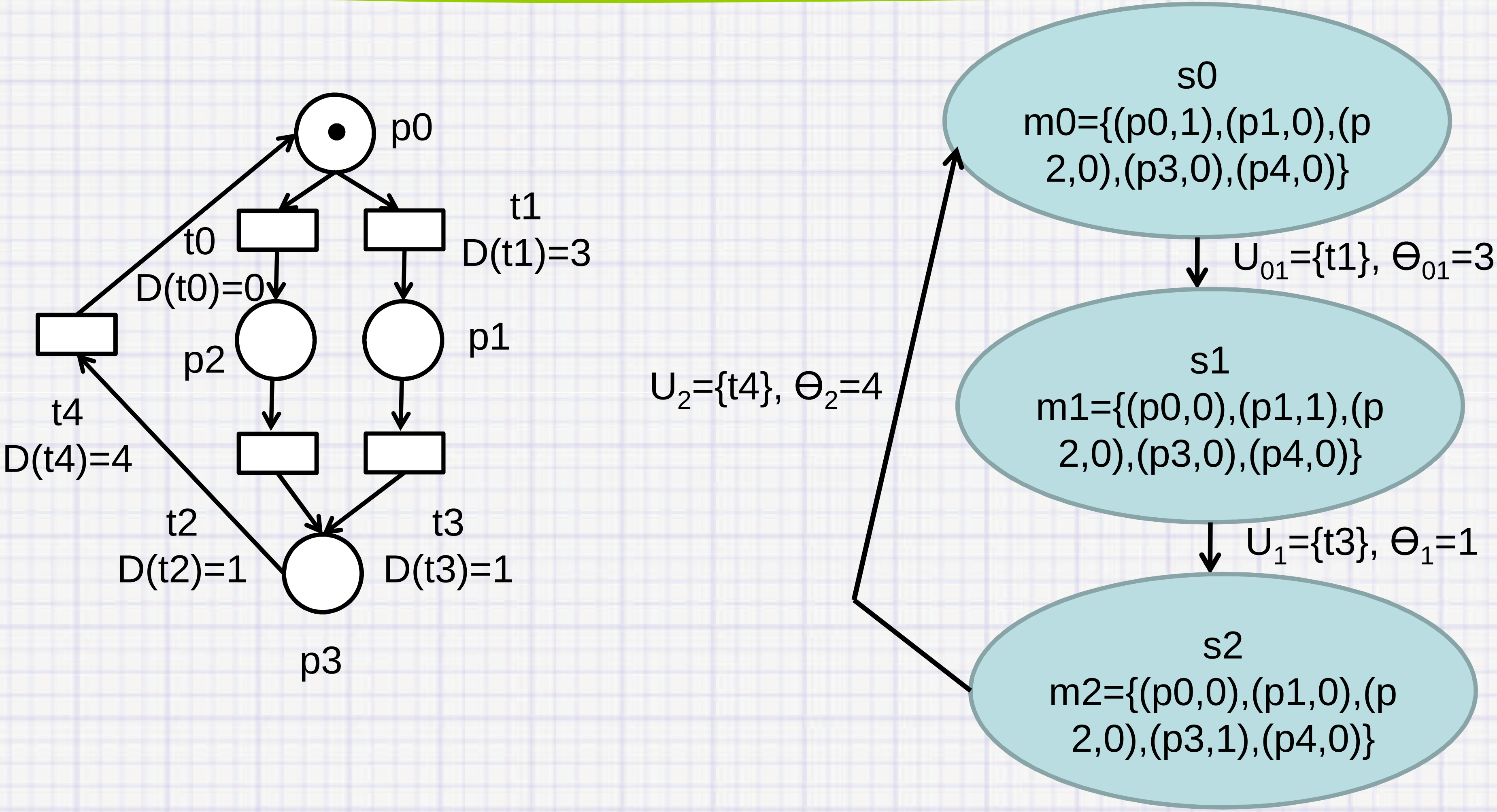
Timed Petri Nets - INA



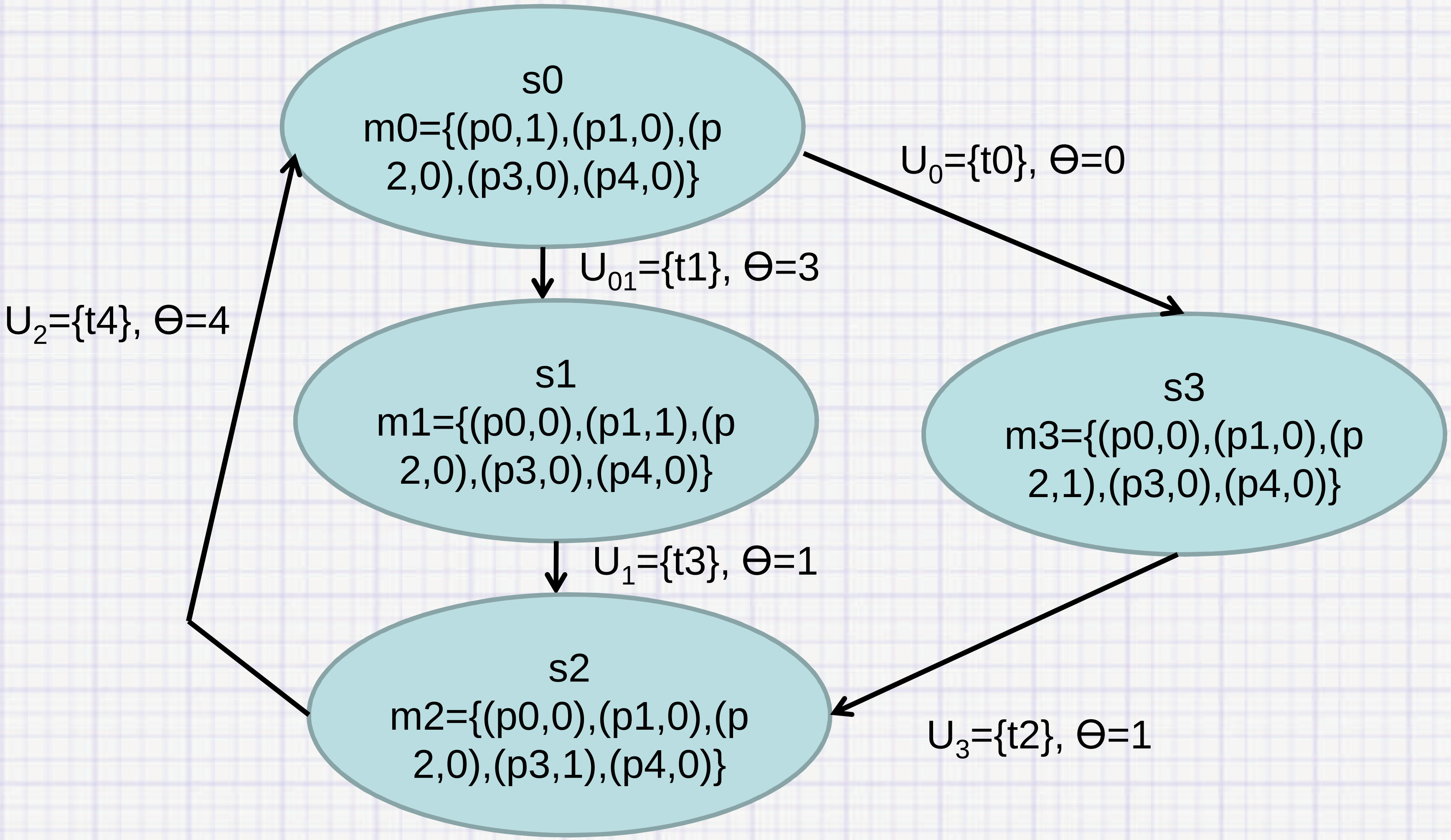
Timed Petri Nets - INA



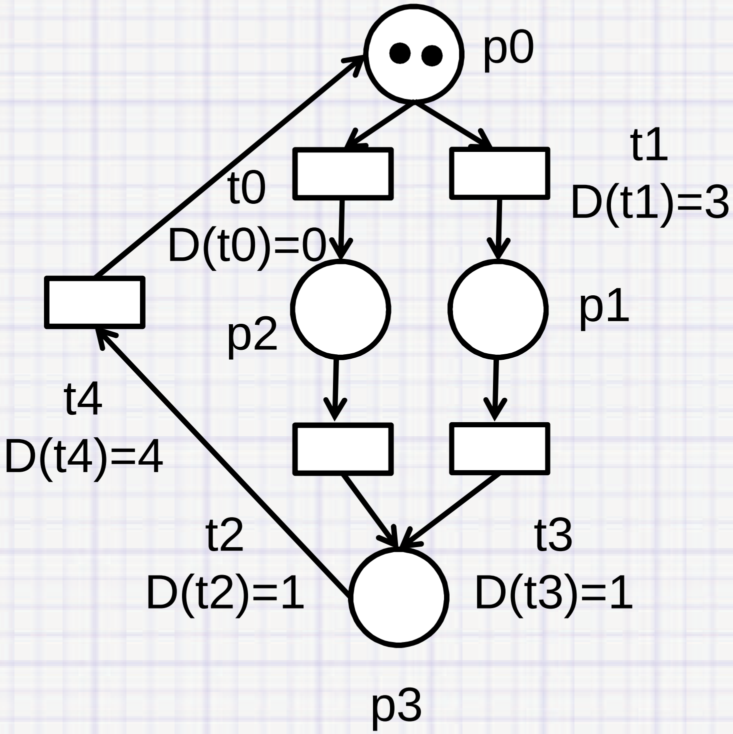
Timed Petri Nets - INA



Timed Petri Nets - INA

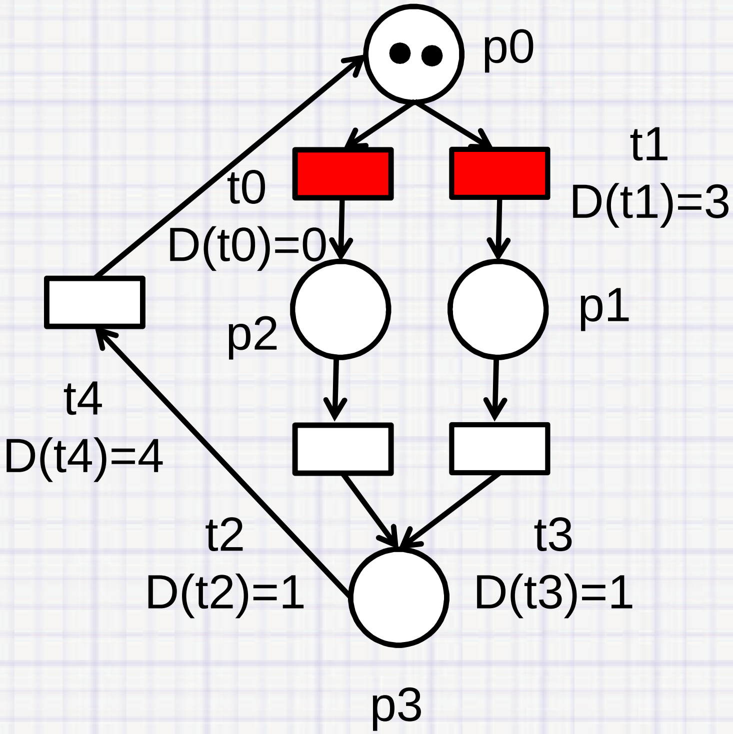


Timed Petri Nets - INA



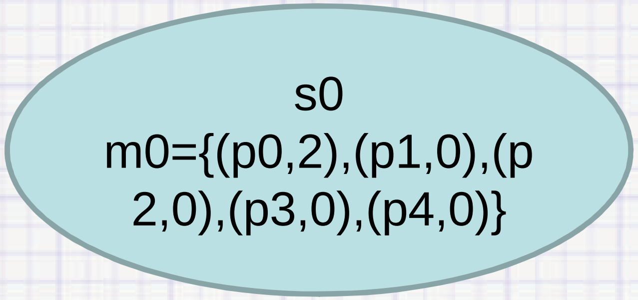
s0
m0={(p0,2),(p1,0),(p
2,0),(p3,0),(p4,0)}

Timed Petri Nets - INA

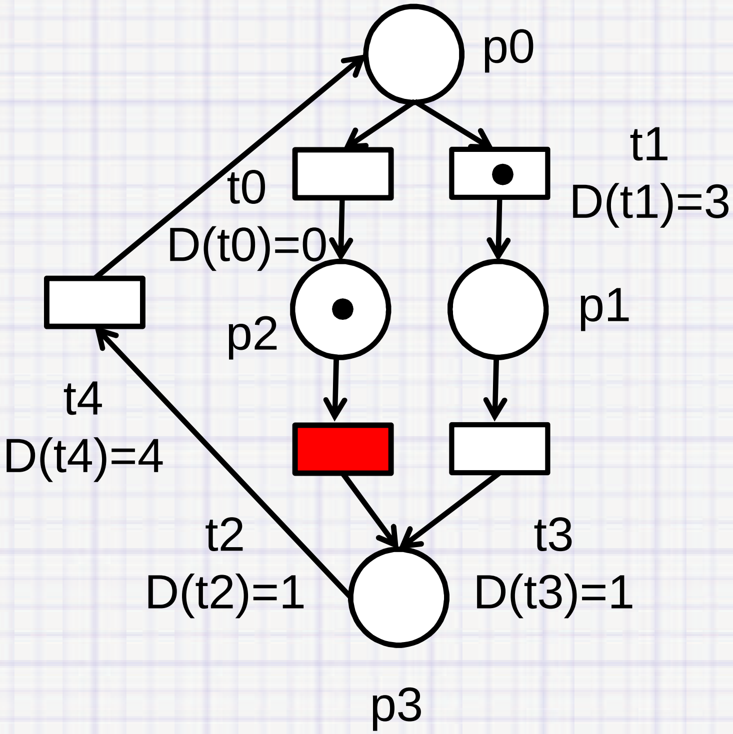


ET(m0) = {t0,t1}

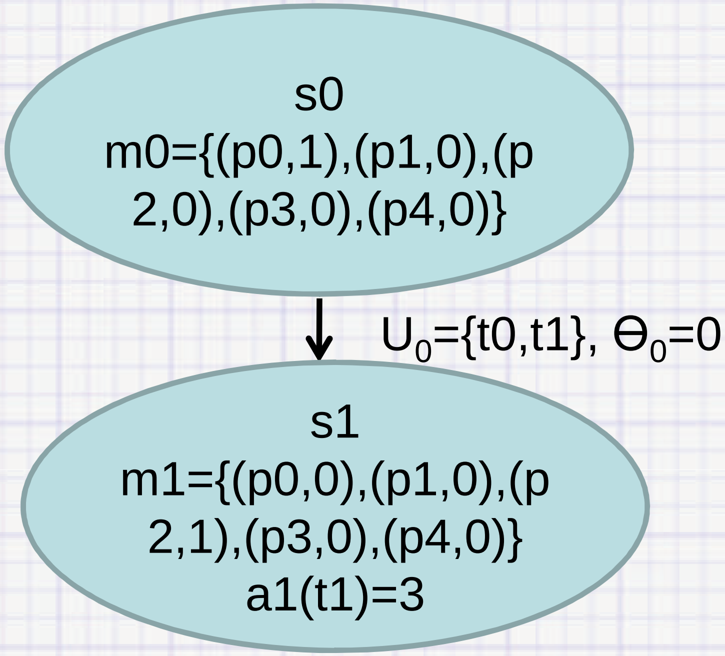
U_0={t0,t1}



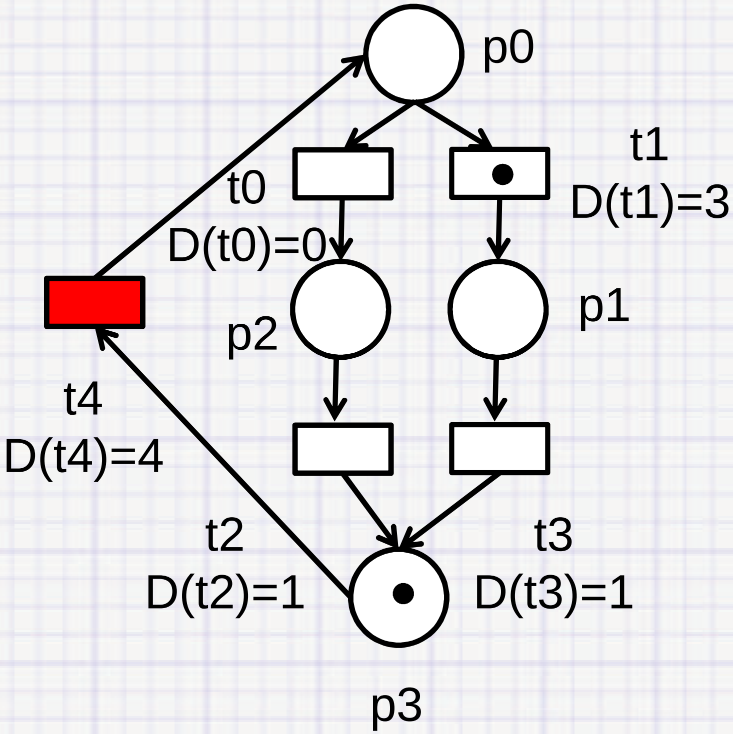
Timed Petri Nets - INA



ET(m1) = {t2}
U_1={t2}

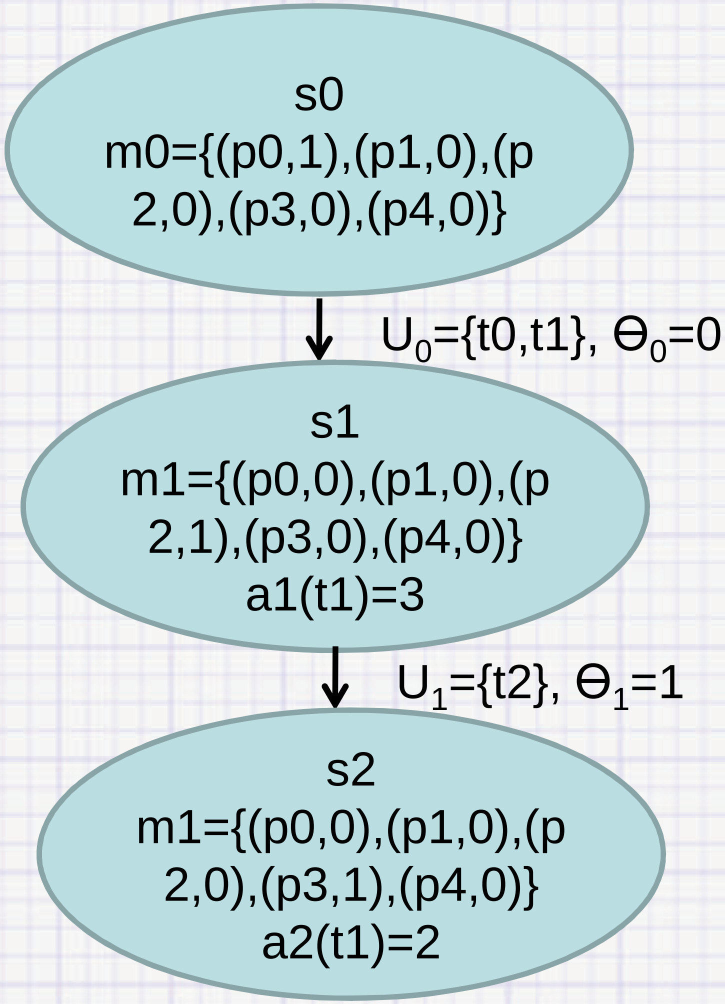


Timed Petri Nets - INA

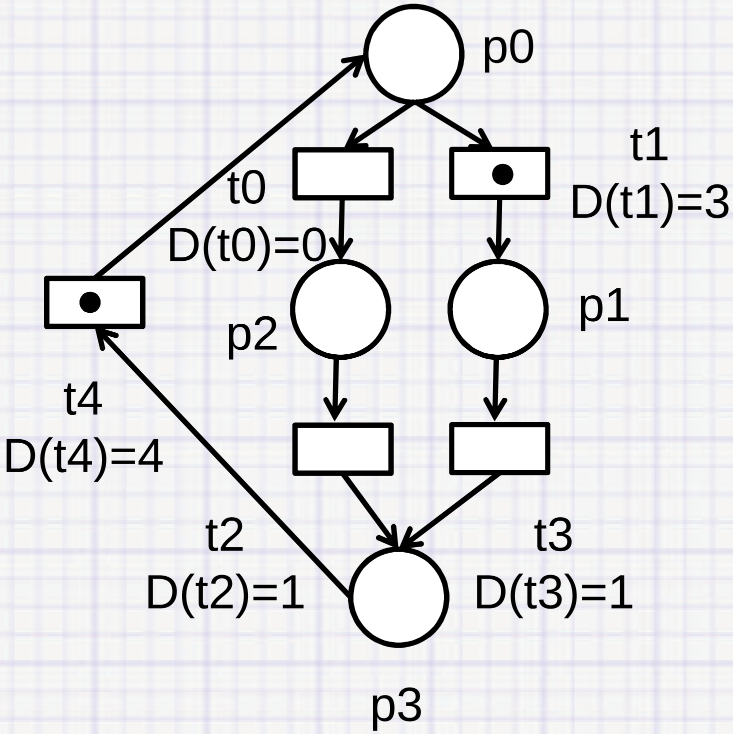


ET(m2) = {t4}

U_2={t4}

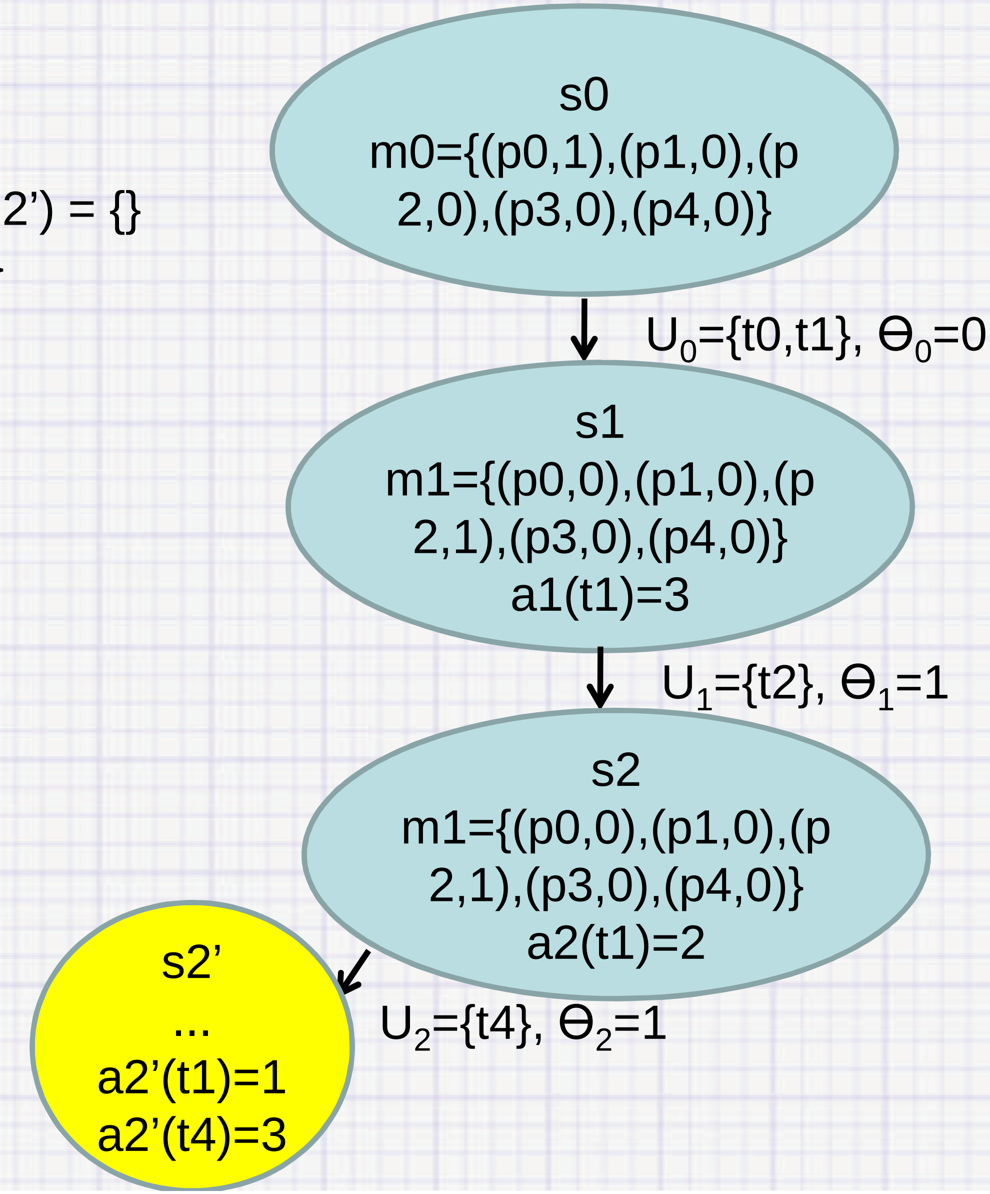


Timed Petri Nets - INA

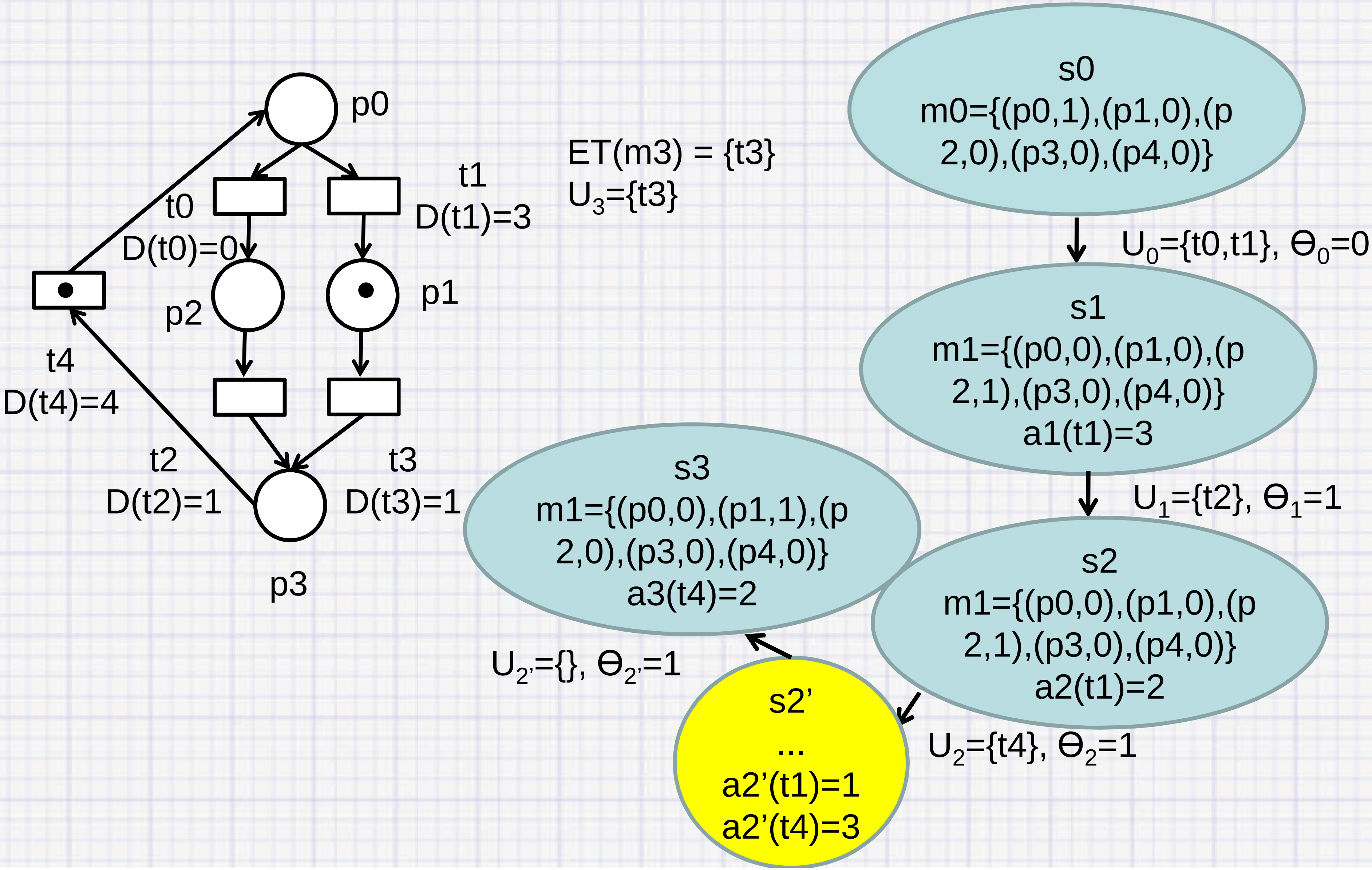


ET(m2') = {}

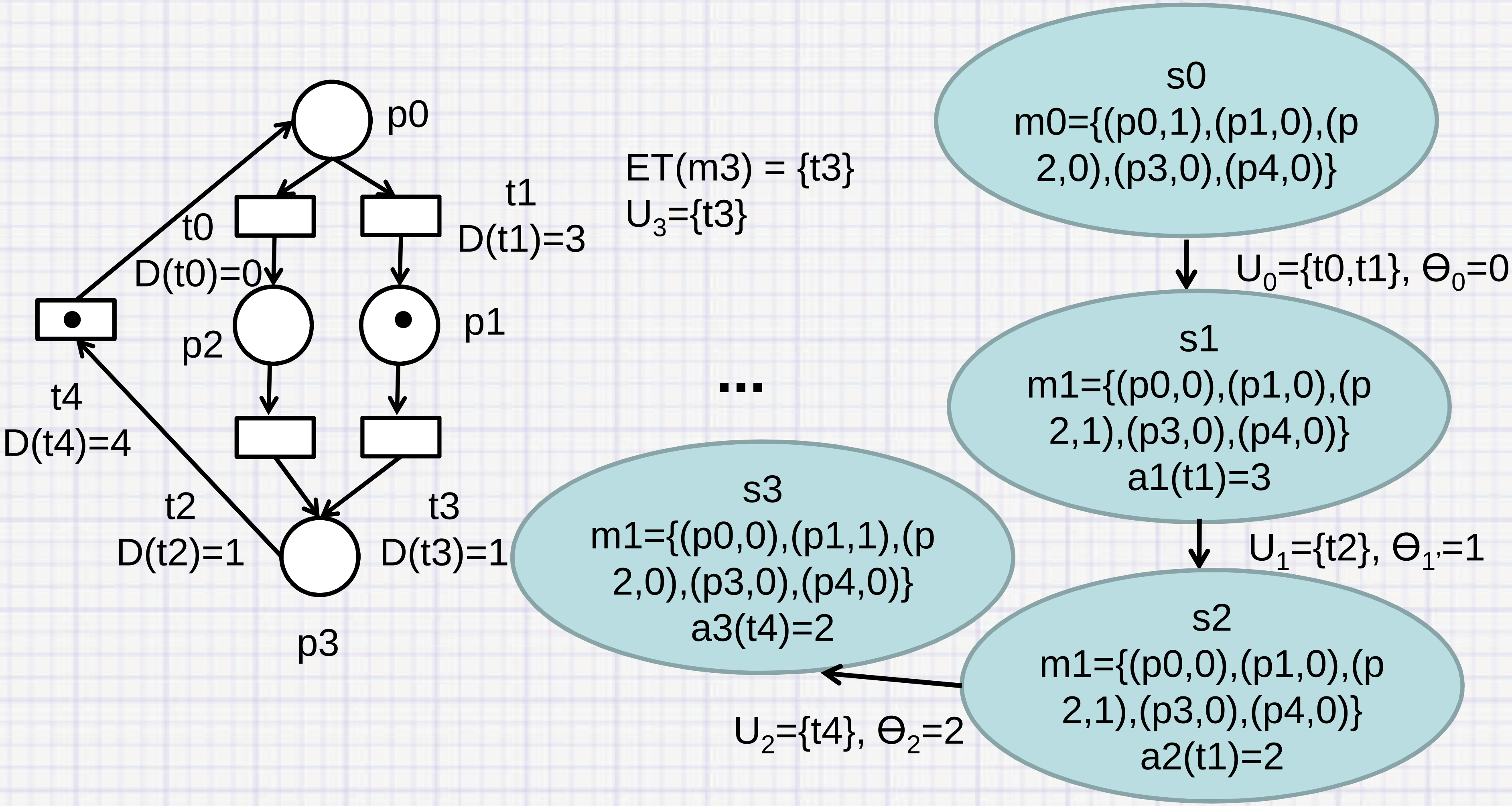
$U_{2'}$={}



Timed Petri Nets - INA



Timed Petri Nets - INA



Timed Petri Nets – INA (Sem estados transientes)

Assuma o estado s=(m,a) e U um passo máximo em s. O estado s'=(m',a') é alcançado devido ao disparo de U em s, da seguinte forma:

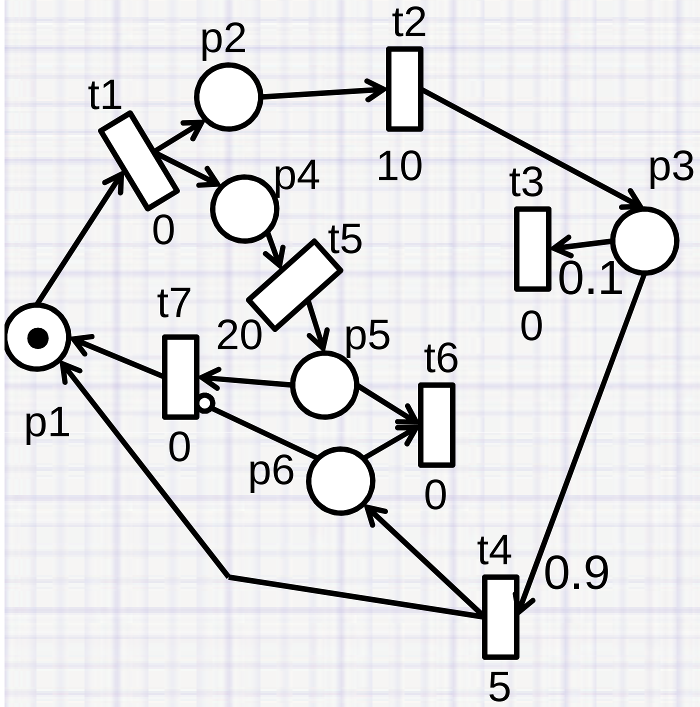
- Duration=$\{D(t) | t \in U\} \cup \{a(t_a) | a(t_a) > 0, t_a \in T-U\}$
- Θ = min(Duration):$(ET(m') \neq \emptyset \wedge \exists t' \in ET(m'), a(t')=0) \vee (ET(m')=\emptyset \leftrightarrow a(t)=0, \forall t \in T)$
- $m'(p) = m(p) - \sum_{t \in U} W(p,t) + \sum_{t \in U \wedge D(t)<=\Theta} W(t,p) + \sum_{a(t)>0 \wedge a(t)<=\Theta} W(t,p), \forall p \in P$
- $a'(t) = \begin{cases} D(t) - \Theta, \text{ if } t \in U \wedge D(t) > \Theta \\ a(t) - \Theta, \text{ if } t \notin U \wedge a(t) > 0 \wedge a(t) > \Theta \\ 0, \text{ caso contrário} \end{cases}$

Tempo de Execução

- Análise do grafo de estados + Algoritmo de procura de caminhos (Redes Genéricas)

- Métodos estruturais

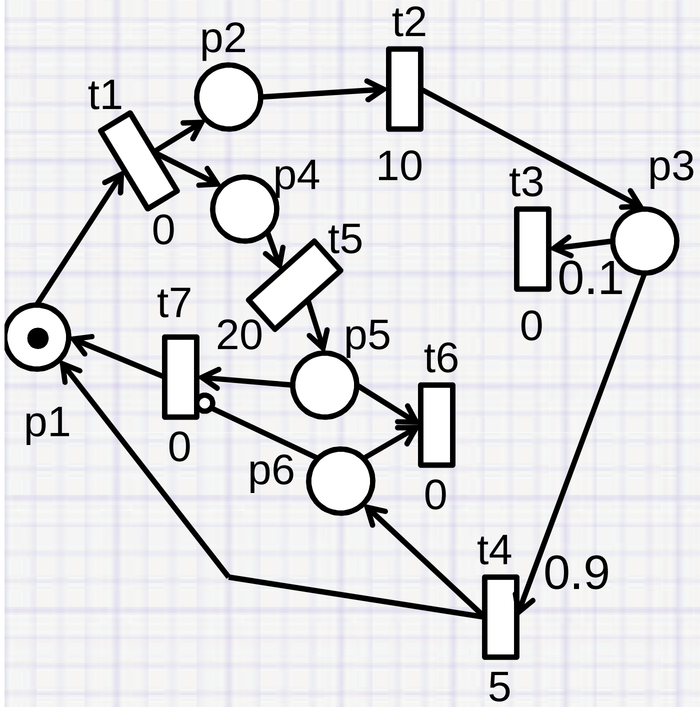
Exemplo



si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5	g6=1	9	1
8	todos 0	t7=1	0	g1=1	1	1
9	todos 0	t2=t5=t6=1	0	-	10	1
10	todos 0	t2=1,t5=1	5	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1

Qual é o menor caminho s1 até s5?

Exemplo

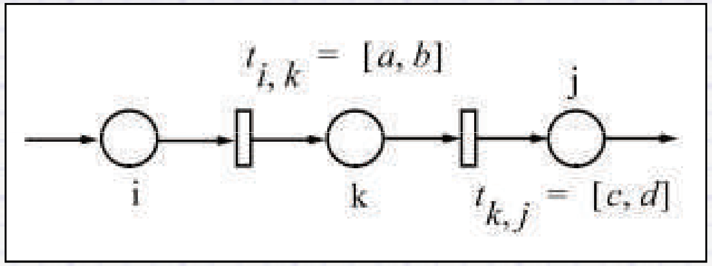


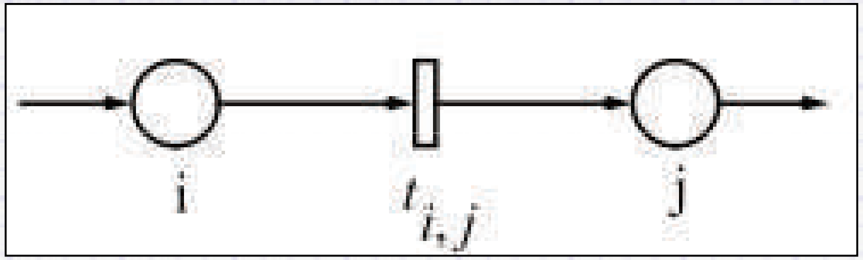
si	mi	ni	h(si)	gk	sj	q(si,sj)
1	todos 0	t1=1	0	t2=1,t5=1	2	1
2	todos 0	t2=1,t5=1	10	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1
3	todos 0	t4=1,t5=1	5	t1=1	5	1
4	todos 0	t3=1,t5=1	0	-	6	1
5	p6=1	t1=1,t5=1	0	t2=1,t5=1	7	1
6	todos 0	t5,=1	10	t7=1	8	1
7	p6=1	t2=1,t5=2	5	g6=1	9	1
8	todos 0	t7=1	0	g1=1	1	1
9	todos 0	t2=t5=t6=1	0	-	10	1
10	todos 0	t2=1,t5=1	5	t4=1	3	0.9
				t3=1	4	0.1

D(s1,s5)=0 + 10 + 5 + 0= 15

Regras de Redução

Técnicas de reduções para uma rede sequencial

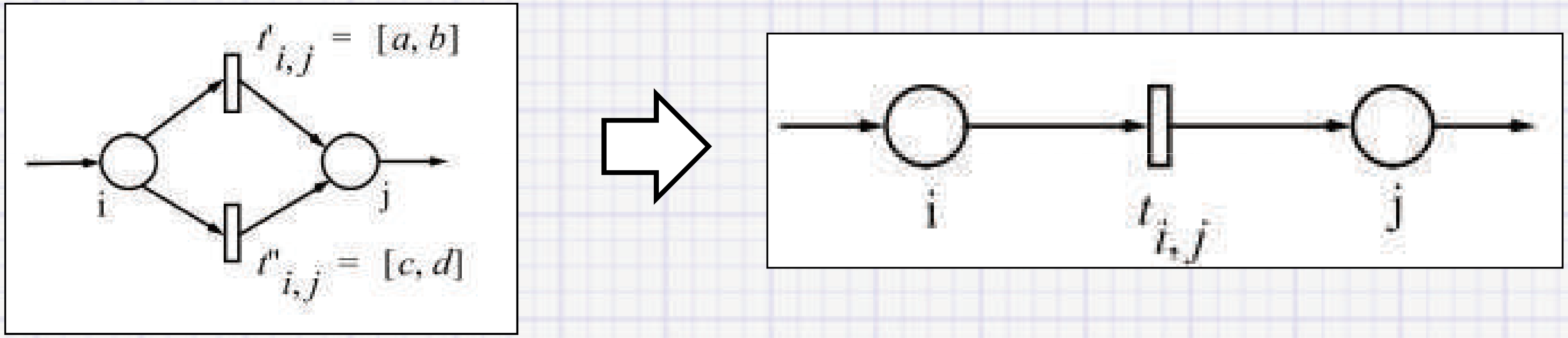




$$t_{i,j} = [a + c, b + d]$$

Regras de Redução

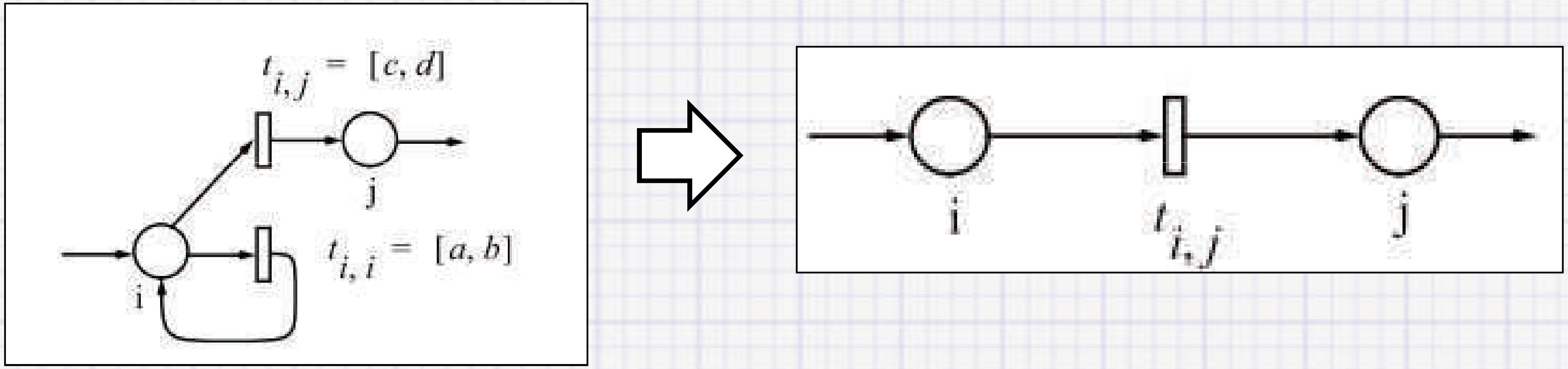
Técnicas de reduções para uma rede sequencial



$$t_{i,j} = [\,min\,(a, c)\,,\,max\,(b, d)\,]$$

Regras de Redução

Técnicas de reduções para uma rede sequencial

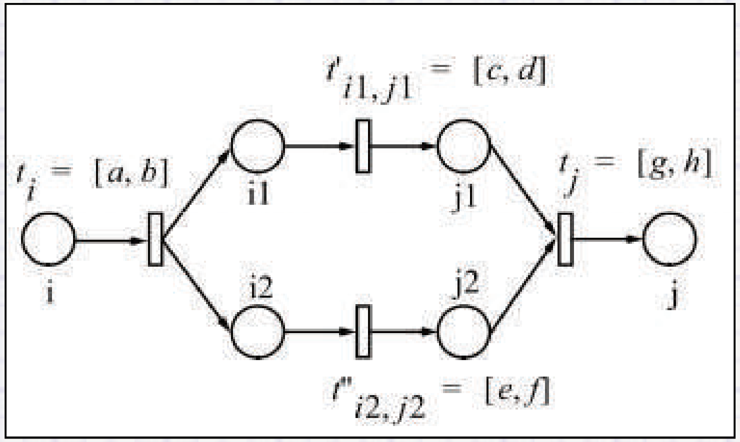


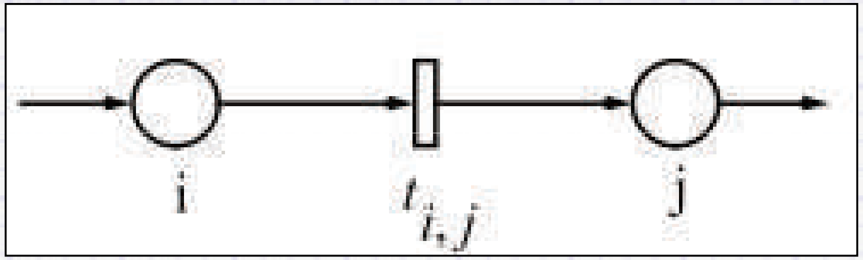
$$t_{i,j} = [ma + c, nb + d]$$

$$\left.\begin{array}{ll} m & \textit{- lower bound} \\ n & \textit{- upper bound} \end{array}\right\} \textit{of iterations}$$

Regras de Redução

Técnicas de reduções para uma rede sequencial





$$t_{i,j} = [\ a + max(c, e) + g,\ b + max(d, f) + h\ ]$$

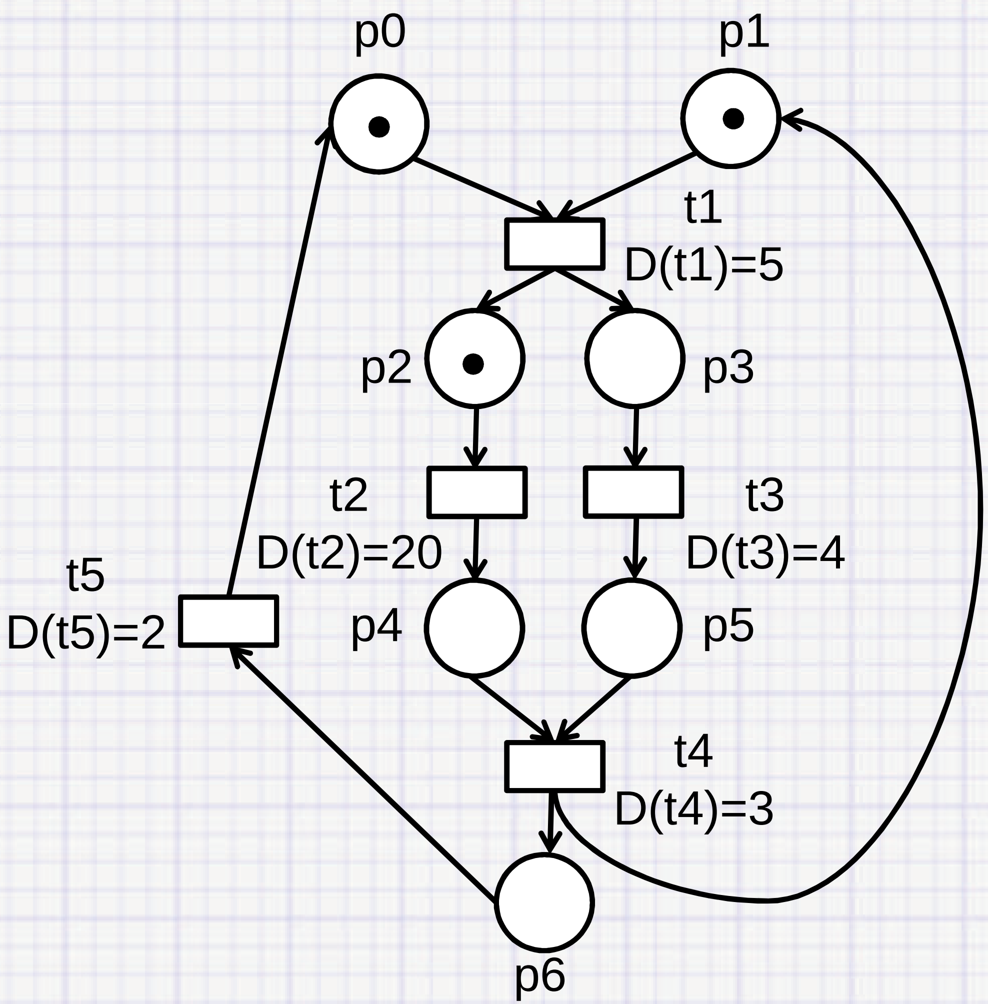
Tempo de Ciclo (Cycle Time)

Grafos marcados

$C_m = \max_k \{D_k/N_k\}$ k=1,...,q

- q é o número de circuito
- D_k é a soma dos tempos associados às transições do circuito
- N_k é o somatório de marcas no circuito k

Tempo de Ciclo (Cycle Time)



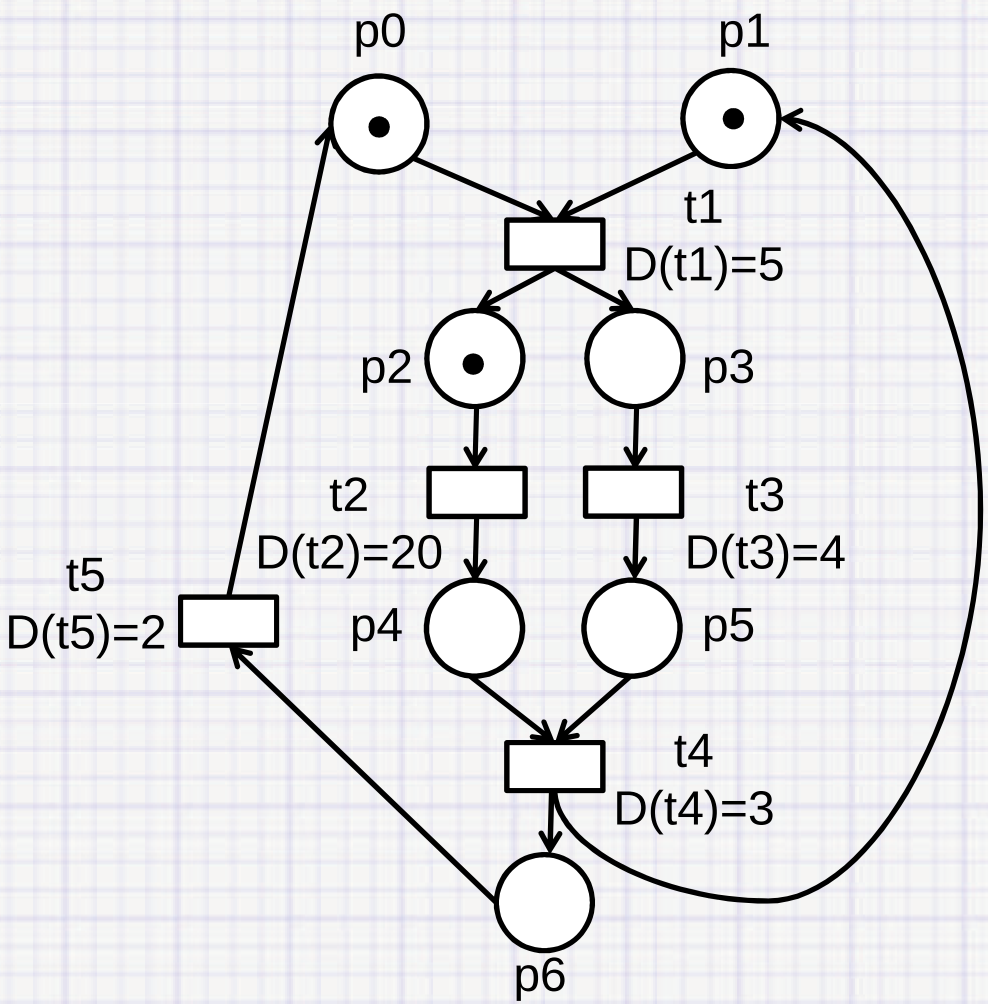
P-minimum semiflows:

SP1 = {p0,p2,p4,p6}
SP2 = {p0,p3,p5,p6}
SP3 = {p1,p2,p4}
SP4 = {p1,p3,p5]

Circuito:

c1 = {t1,t2,t4,t5}
c2 = {t1,t3,t4,t5}
c3 = {t1,t2,t4}
c4 = {t1,t3,t4}

Tempo de Ciclo (Cycle Time)



$C_m = \max_k \{D_k/N_k\}\ k=1,...,q$

$C_1 = (5+20+3+2)/2 = 15$

$C_2 = (5+4+3+2)/1 = 14$

$C_3 = (5+20+3)/2 = 14$

$C_4 = (5+4+3)/1 = 12$

$C_m = \max_k\{15,14,14,12\} = 15$

Leitura

F. D. J. Bowden. A Brief Survey and Synthesis of the Roles of Time in Petri Nets. *Mathematical and Computter Modelling,* 2000.

E. Tavares. Software Synthesis for Energy-Constrained Hard Real-Time Systems, 2009.

W. Zuberek. Timed Petri Nets: Definitions, Properties and Applications. Microelectronics and Reliability, 1991

Zeugmann and et al. Worst-case Analysis of Concurrent Systems with Duration Interval Petri Nets. Informatik-Bericht,1997.

Leitura

B. Berthomieu and M. Diaz. Modeling and Verification of Time Dependent Systems Using Time Petri Nets. IEEE Trans. Software Engineering, 1991.

N. Leveson e J. Stolzy. Safety Analysis Using Petri Nets. IEEE Trans. Software Engineering, 1987.

Exemplo

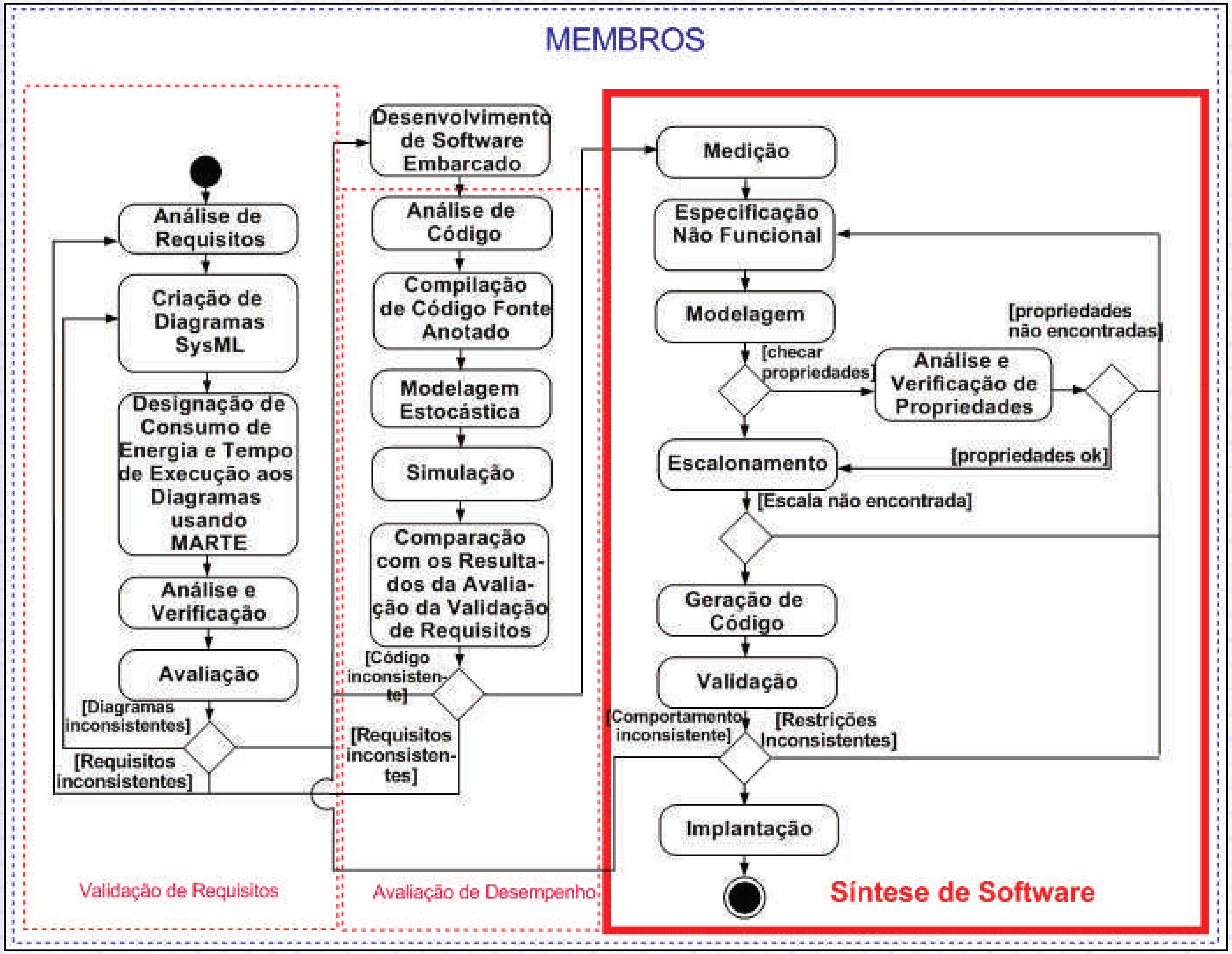
- Tavares09 e Barreto05
- Síntese de software para sistemas de tempo real crítico com restrições de energia
- Geração de código sob medida
- Escalonador Híbrido
- Adoção de DVS

```
void codeT1() {...}
void codeT2() {...}
#define SCHEDULE_SIZE 5
struct SchItem sch[SCHEDULE_SIZE] =
{
  {0, INSTANCE, 1, 2V/20MHz,(int *)codeT1},
  {5, INSTANCE, 2, 2V/20MHz,(int *)codeT2},
  {7, VOLT_SWITCH, 2, 1V/10MHz,(int *)codeT2},
  {9, RETURN, 1, 2V/20MHz,(int *)codeT1},
  {12, VOLT_SWITCH, 1, 1V/10MHz, (int *)codeT1},
};
```

Exemplo

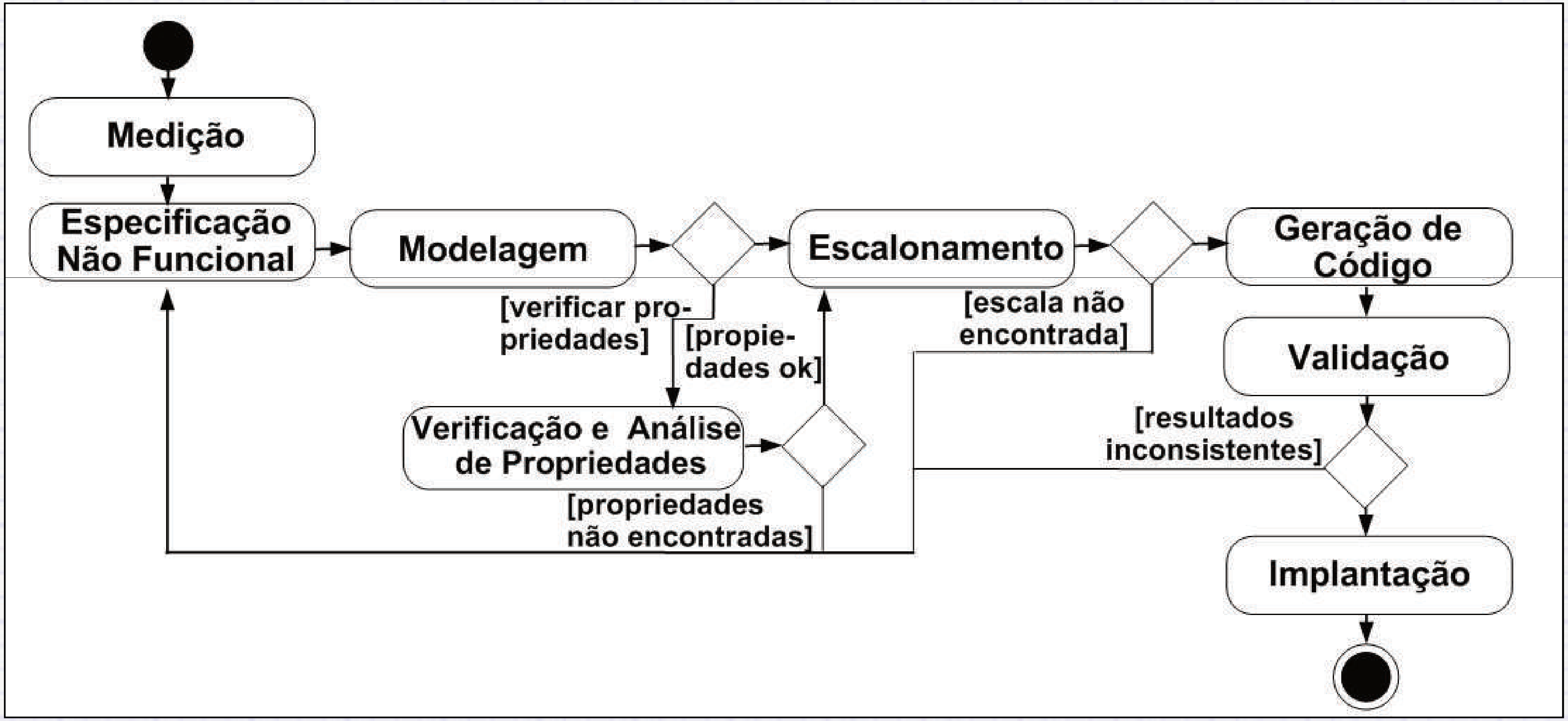
- Sistemas de Tempo Real Crítico
  - Execuções satisfazendo as restrições temporais
  - Restrições temporais críticas
  - Restrições de Energia e Temporais: **usualmente conflitantes**

Exemplo



MEMBROS
Análise de Requisitos
Criação de Diagramas SysML
Designação de Consumo de Energia e Tempo de Execução aos Diagramas usando MARTE
Análise e Verificação
Avaliação
[Diagramas inconsistentes]
[Requisitos inconsistentes]
Validação de Requisitos
Desenvolvimento de Software Embarcado
Análise de Código
Compilação de Código Fonte Anotado
Modelagem Estocástica
Simulação
Comparação com os Resultados da Avaliação da Validação de Requisitos
[Código inconsistente]
[Requisitos inconsisten-tes]
Avaliação de Desempenho
Medição
Especificação Não Funcional
Modelagem
[checar propriedades]
Análise e Verificação de Propriedades
[propriedades não encontradas]
[propriedades ok]
Escalonamento
[Escala não encontrada]
Geração de Código
Validação
[Comportamento inconsistente]
[Restrições Inconsistentes]
Implantação
Síntese de Software

Exemplo


Medição
Especificação Não Funcional
Modelagem
Escalonamento
Geração de Código
[verificar propriedades]
[propie-dades ok]
[escala não encontrada]
Validação
Verificação e Análise de Propriedades
[resultados inconsistentes]
[propriedades não encontradas]
Implantação

Exemplo

Composta por tarefas concorrentes periódicas

Restrições Temporais

- Tarefas Periódicas (**ph_p, r_p, c_p, d_p, p_p, $code_p$**)
  - ➢ph = fase
  - ➢r = *release*
  - ➢c = pior caso de ciclos de execução (WCEC)
  - ➢d = *deadline*
  - ➢p = período
  - ➢code= código
- Tarefas Esporádicas (**c_s, d_s, min_s, $code_s$**)
  - min = menor período entre duas ativações
- Tradução de tarefas esporádicas para periódicas

Exemplo

Relação entre Tarefas

- Precedência
- Exclusão

Método de Escalonamento (preempção ou não)

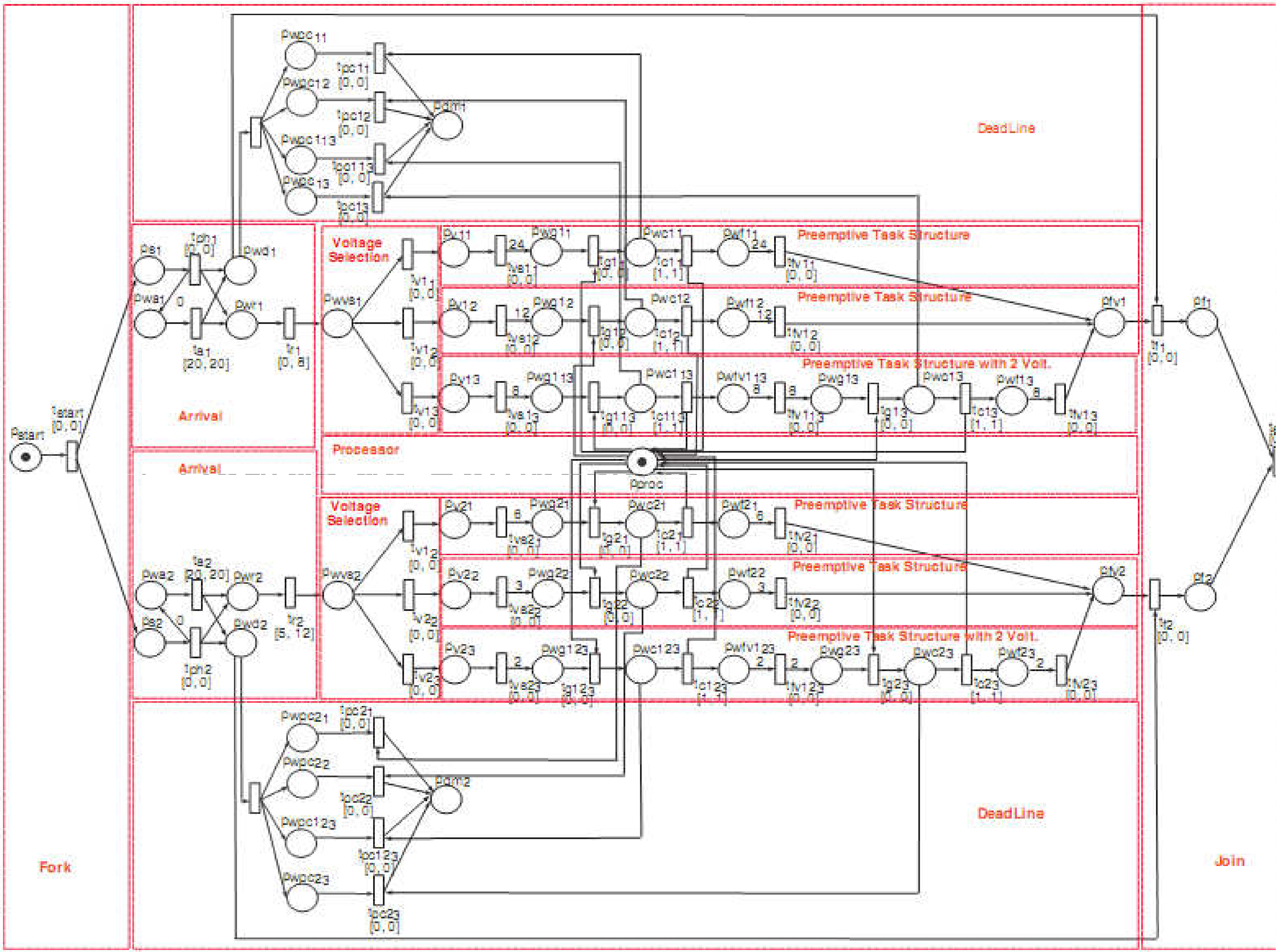
Adoção de uma unidade de tempo (*Task Time Unit* - TTU)

Informações sobre o despachante

Arquitetura do hardware

- DVS: Níveis de tensão (e as respectivas máximas frequências)
- Consumo de energia por ciclo em cada nível

Restrição de Energia do Sistema

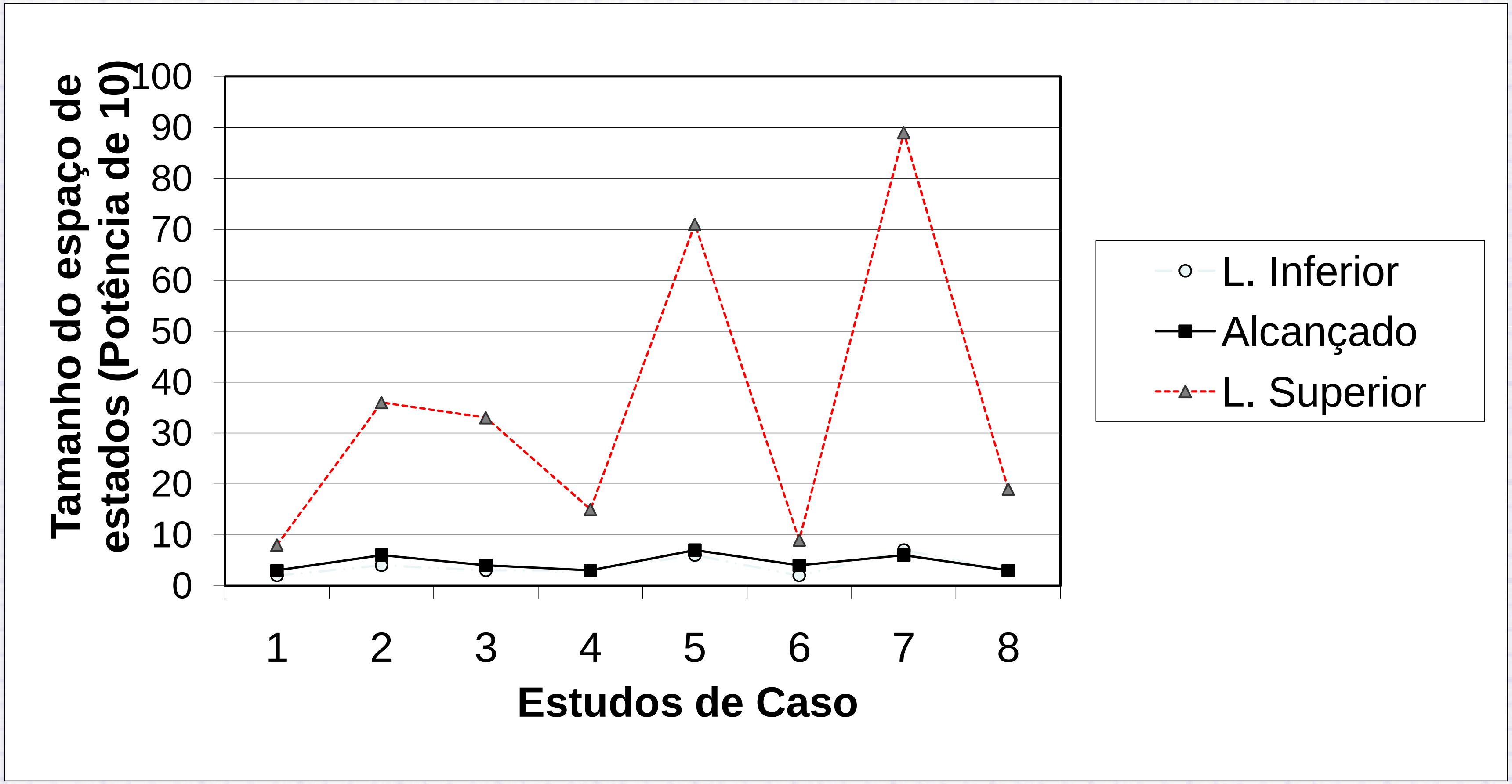

DeadLine
Voltage Selection
Preemptive Task Structure
Preemptive Task Structure
Preemptive Task Structure with 2 Volt.
Arrival
Processor
Arrival
Voltage Selection
Preemptive Task Structure
Preemptive Task Structure
Preemptive Task Structure with 2 Volt.
DeadLine
Fork
Join

Exemplo

- Geração de escalas

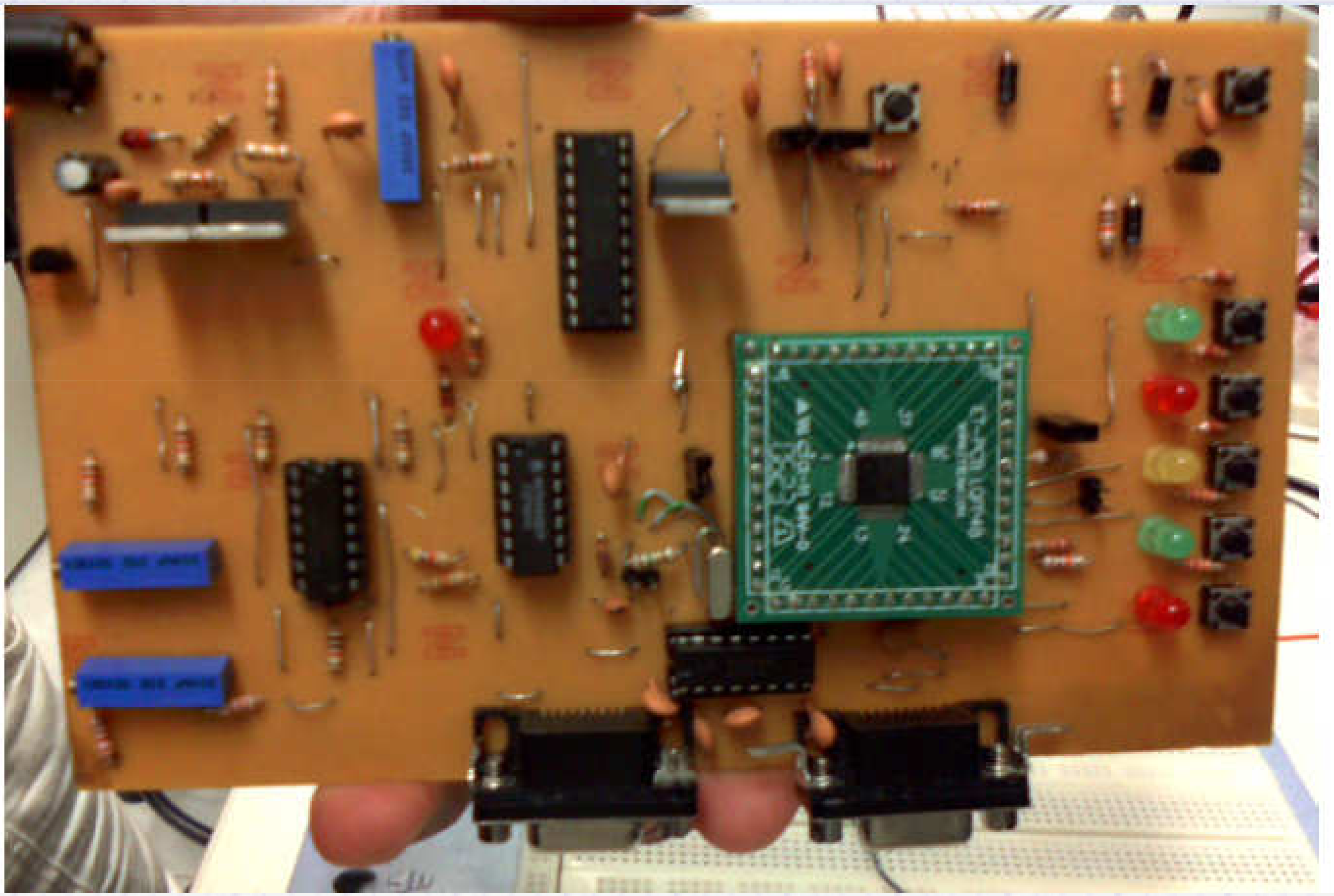
Inst.	Size	Schedule	Found	W/DVS(J)	O/DVS(J)	%	lpedf	Time(s)
4	7×10^{7}	48	141	0.24740	0.31320	21%	45%	0.001
6	7×10^{35}	4377	518406	0.00069	0.00105	34%	54%	35.200
12	2×10^{32}	551	9906	267.00000	360.00000	26%	29%	0.282
4	5×10^{14}	246	246	279.00000	371.00000	25%	25%	0.003
289	9×10^{70}	235852	1884381	0.11900	0.34500	66%	73%	291.221
10	2×10^{8}	83	4268	0.00021	0.00023	9%	39%	0.234
3604	3×10^{68}	381313	381313	3.86200	4.76600	19%	19%	9.606
10	9×10^{18}	320	85085	0.01607	0.01682	4%	27%	0.395

Exemplo

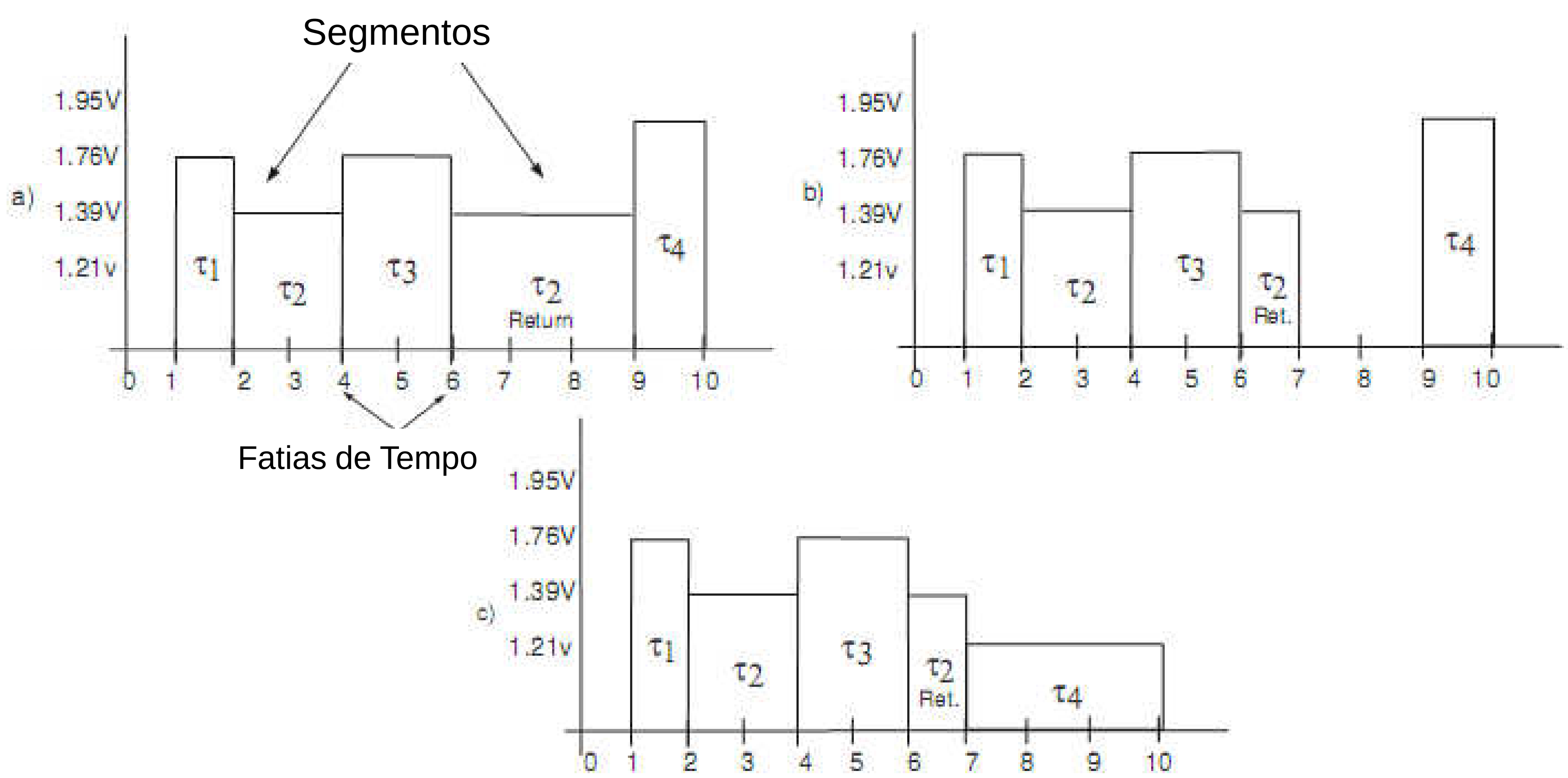


Tamanho do espaço de estados (Potência de 10)
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
Estudos de Caso
L. Inferior
Alcançado
L. Superior

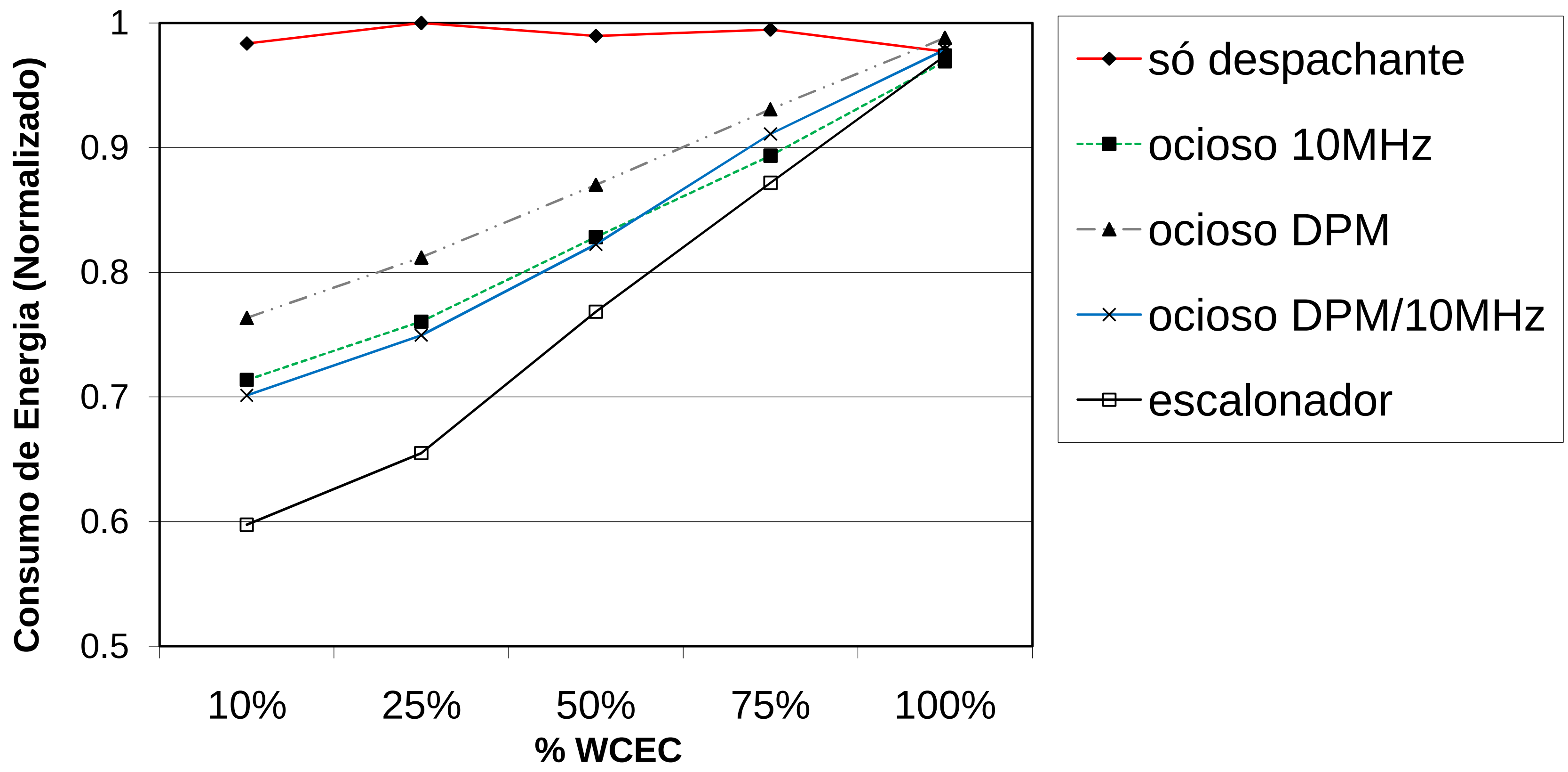
Exemplo



Escalonador Runtime (Abordagem Híbrida)



Exemplo



Consumo de Energia (Normalizado)
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
10%
25%
50%
75%
100%
% WCEC
só despachante
ocioso 10MHz
ocioso DPM
ocioso DPM/10MHz
escalonador