



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática

Mestrado em Ciência da Computação

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE
CADEIAS DE SUPRIMENTOS
UTILIZANDO COMPONENTES GSPN**

Gabriel Alves de Albuquerque Junior

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Recife
Agosto de 2007

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Informática

Gabriel Alves de Albuquerque Junior

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE CADEIAS DE
SUPRIMENTOS UTILIZANDO COMPONENTES GSPN**

Trabalho apresentado ao Programa de Mestrado em Ciência da Computação do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciência da computação.

Orientador: *Prof. Dr. Paulo Romero Martins Maciel*
Co-orientador: *Prof. Dr. Ricardo Massa Ferreira Lima*

Recife

Agosto de 2007

Albuquerque Junior, Gabriel Alves de
Avaliação de Desempenho de Cadeias de
Suprimentos Utilizando Componentes GSPN /
Gabriel Alves de Albuquerque Junior – Recife: O
autor, 2007.

xxiii, 209 p: il., fig., tab.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal
de Pernambuco. CIN. Ciência da Computação,
2007.

Inclui bibliografia e apêndice.

I. Avaliação de Desempenho. 2. Gerenciamento
de Cadeias de Suprimentos. 3. GSPN. 4.
Processos Estocásticos. I. Título.

004.029 CDD (22.ed.) MEI2007-076

À minha família e amigos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de prestar meus sinceros agradecimentos àqueles que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

À São Mateus Frigorífico pelo total suporte dado ao desenvolvimento deste trabalho, fornecendo insumos suficientes validação e aplicação prática do trabalho.

Ao Professor Dr. Ricardo Massa, co-orientador, pelo apoio, dedicação e comentários de fundamental importância para o sucesso deste trabalho. Ao Professor Dr. Paulo Maciel, orientador, com suas observações e comentários sempre criteriosos e minuciosos, imprescindíveis para a qualidade deste trabalho. Também gostaria de agradecê-lo pela prestatividade, disponibilidade, dedicação e orientação inestimáveis. Agradeço também a todos do grupo *MoDCS* pela amizade e parceria.

Aos meus grandes amigos, principalmente Adroaldo, Chico e Marcelo, que compreenderam, às vezes, minha ausência durante o desenvolvimento deste trabalho. Especialmente a Adilson Arcoverde pela amizade e suporte para o desenvolvimento deste trabalho perante a São Mateus Frigorífico. Meu muito obrigado, também, a André, Fátima e Dna. Vera pelo imenso carinho.

À minha família, especialmente ao meu avô Alfredo (*in memoriam*) pelo exemplo de homem. À Msc. Eliane pelo apoio e incentivo. A Junior e à quase-Msc. Duda, meus irmão do coração. À minha mãe e ao meu pai pelo amor, apoio e incentivo incondicionais às minhas decisões. A Dio, meu irmão, pelo carinho e amor incomparáveis.

A Mel, Ju e Dna. Mirtes, meu muito obrigado pelo carinho e incentivo. Especialmente a Mel, a quem tanto amo, pelo seu companheirismo, carinho, ..., atenção e amor.

O saber a gente aprende com os mestres e com os livros. A sabedoria se aprende é com a vida e com os humildes.

—CORA CORALINA (Poetisa)

RESUMO

O gerenciamento da cadeia de suprimentos é uma atividade de suma importância para o sucesso de empresas de manufatura. Dentre outras atividades, destacam-se o controle de estoques e da distribuição dos produtos acabados. Apenas esta última pode ser responsável por mais de 50% dos custos logísticos totais. A avaliação de desempenho da cadeia de suprimentos é determinante para que se possa otimizá-la, reduzindo os custos e melhorando a qualidade de serviço (QoS). Este trabalho propõe a utilização de componentes pré-definidos com *Generalized Stochastic Petri Nets* (GSPN), permitindo a modelagem de diferentes cenários que permitam avaliar a utilização de frota, controle de estoques e índices de QoS. O processo de modelagem do cenário global adota uma abordagem *bottom-up* através da composição destes modelos pré-definidos. Uma metodologia para a avaliação de desempenho das cadeias de suprimento é proposta em conjunto com a ferramenta *Stochastic Logistics Optimizer Tool* (SLOT), com o intuito de auxiliar os processos de modelagem e avaliação. Assim, a partir de um processo de modelagem, baseado em modelos de alto nível, obtém-se de maneira automatizada uma GSPN que pode ser utilizada para avaliar a cadeia de suprimentos modelada. Por fim, são apresentados alguns estudos de caso. O primeiro foi realizado com o intuito de validar os modelos propostos através da modelagem e avaliação do *Jogo da Cerveja*. Em seguida, apresenta-se alguns estudos de caso realizados na São Mateus Frigorífico, uma indústria de embutidos que atua no norte-nordeste brasileiro.

Palavras-chave: avaliação de desempenho, gerenciamento de cadeias de suprimentos, GSPN, modelagem, processos estocásticos, redes de Petri

ABSTRACT

The supply chain management is an important activity for the success of manufacturers. Beyond others activities, the inventory management and the distribution of goods requires a special attention. Furthermore, the latter can be responsible for more than 50% of the overall logistics costs. The performance evaluation of the supply chain is determinant for its optimization, allowing the costs reduction and achieving a better Quality of Service (QoS). This work proposes the use of pre-defined *Generalized Stochastic Petri Nets* (GSPN) components, which allow the modeling of different scenarios for the evaluation of fleet usage, inventories control and QoS indices. It is adopted a *bottom-up* approach to model the global scenario, through the composition of pre-defined models. A methodology and the *Stochastic Logistics Optimizer Tool* (SLOT), are proposed, with the aim of support the modeling and evaluation processes. Thus, based on a high-level representation, a GSPN model is obtained. Such model can be considered for analyzing a supply chain. Finally, two case studies are presented. The former was performed with the aim of validating the proposed models by modeling and evaluating the *Beer Game*. The latter is a real case study conducted in São Mateus Frigorífico, a Brazilian meat processing industry.

Keywords: GSPN, logistics, modeling, performance evaluation, Petri nets, stochastic processes, supply chain management

SUMÁRIO

Capítulo 1—Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Trabalhos Relacionados	5
1.3 Objetivos e Contribuições	6
1.4 Organização deste Trabalho	8
Capítulo 2—Redes de Petri	11
2.1 Estrutura Definida em Matriz	14
2.2 Regras de Execução	15
2.3 Marcações Alcançáveis	17
2.4 <i>Traps</i> e <i>Siphons</i>	18
2.5 Propriedades	19
2.6 Invariantes	20
2.7 Redução e Refinamento	22
2.8 <i>Generalized Stochastic Petri Nets</i> (GSPN)	22
2.8.1 Cadeias de Markov	28
2.8.2 Marcações <i>Vanish</i> e <i>Tangible</i>	30
2.8.3 Aproximação por Fases	30
2.9 Considerações Finais	32
Capítulo 3—Cadeias de Suprimento	33
3.1 Projeto da Rede de Distribuição	35
3.1.1 Estratégias de Distribuição	39
3.2 Canais de Distribuição	40
3.3 Transporte de Cargas	42
3.4 Controle de Estoques	45

3.4.1	O Efeito Chicote	48
3.5	Considerações Finais	50
Capítulo 4—Modelos & Métricas		53
4.1	Modelos	53
4.1.1	Fábrica	55
4.1.2	Zona	57
4.1.3	Intermediário	59
4.1.4	Fluxo	61
4.1.5	Docas	65
4.1.6	Atraso Inicial	66
4.1.7	Temporizador	68
4.1.8	Política de Estoque	71
4.2	Álgebra Composicional	76
4.3	Composição dos Modelos	94
4.3.1	Utilizando um Atraso Inicial	95
4.3.2	Compondo Políticas de Estoque	95
4.3.3	Utilizando Docas	97
4.3.4	Conectando Fábricas, Zonas e Intermediários	99
4.3.5	Propriedades de Redes de Petri	102
4.4	Métricas	111
4.5	Considerações Finais	118
Capítulo 5—SLOT - Stochastic Logistics Optimizer Tool		121
5.1	Eclipse & Plug-ins	123
5.2	EMF e GEF	127
5.3	Desenvolvimento do SLOT	131
5.4	Considerações Finais	143
Capítulo 6—Metodologia		145
6.1	Entrevista de Reconhecimento	145
6.2	Levantamento da Rede de Distribuição	148
6.3	Índices de Desempenho	152

6.4	Parâmetros do Modelo	153
6.5	Modelo em Alto Nível	156
6.6	Modelo RdP Abstrato	157
6.7	Modelo RdP Refinado	158
6.8	Validação Qualitativa / Quantitativa	160
6.9	Criação das Métricas	161
6.10	Método de Avaliação	161
6.11	Avaliação Quantitativa	164
6.12	Considerações Finais	167
Capítulo 7—Estudos de Caso		169
7.1	O Jogo da Cerveja	169
7.2	São Mateus Frigorífico	177
7.2.1	Utilização de Frota	177
7.2.2	Avaliação de Políticas de Estoque	186
7.3	Considerações Finais	190
Capítulo 8—Conclusões e Trabalhos Futuros		193
Apêndice A—Tabela da Distribuição Normal Padronizada		199

LISTA DE FIGURAS

2.1	Elementos de uma rede de Petri.	12
2.2	RdP representando um dia.	12
2.3	Utilização de arcos com peso.	13
2.4	Modelo de um <i>buffer</i> limitado, utilizando <i>lugares duais</i>	14
2.5	Tornando uma rede pura através da inclusão de um par <i>dummy</i>	16
2.6	RdP modelando a exclusão mútua: as transições $T0$ e $T2$ não podem ser disparadas ao mesmo tempo.	17
2.7	Grafo das marcações alcançáveis da RdP da Figura 2.6.	18
2.8	RdP com um <i>Siphon</i> ($\{P0,P1\}$) e um <i>Trap</i> ($\{P2,P3\}$).	19
2.9	Redução e refinamento para as redes de Petri.	22
2.10	Elementos GSPN que estendem o comportamento das RdP.	25
2.11	Uma GSPN que modela um sistema produtivo.	27
2.12	GSPN, RG e EMC de um modelo para exclusão mútua.	29
2.13	GSPN, RG e EMC de um modelo para exclusão mútua com transições imediatas.	31
2.14	Sub-rede GSPN para representar distribuições polinômio-exponenciais - aproximação por fases utilizando <i>moment matching</i>	31
3.1	Interfaces da logística com outras áreas da empresa.	34
3.2	Agrupamento dos clientes em zonas para uma região atendida.	37
3.3	Redução dos contatos da cadeia de suprimentos.	38
3.4	Níveis dos canais de distribuição.	41
3.5	Rodotrilho: carretas de caminhões conectadas para andar sobre trilhos.	45
3.6	Exemplo de uma cadeia de suprimentos.	49
4.1	Modelo GSPN para as fábricas.	55
4.2	Modelo GSPN para as zonas.	57
4.3	Modelo GSPN para os intermediários.	60

4.4	Modelo GSPN para os fluxos de informação/produtos.	61
4.5	Modelo GSPN para docas nos pontos de <i>cross-docking</i>	65
4.6	Modelo GSPN para atribuir um atraso inicial a uma transição.	66
4.7	Modelo GSPN para o temporizador.	68
4.8	Modelos GSPN para as políticas de estoque.	70
4.9	Renomeação da transição t_2 para t_1	77
4.10	União entre as rede N^2 (Figura 4.9(b)) e N^3	79
4.11	União de duas GSPN gerando uma <i>confusão simétrica</i>	79
4.12	União de duas GSPN gerando uma <i>confusão assimétrica</i>	79
4.13	Modelo da zona considerando um atraso inicial em sua demanda.	95
4.14	Modelo da fábrica composto com os três modelos diferentes de políticas de estoque.	97
4.15	Modelo de um ponto de <i>cross-docking</i>	98
4.16	Modelo de um ponto de <i>cross-docking</i> com dois fornecedores distintos.	98
4.17	Representações de alto nível para as conexões possíveis.	100
4.18	Modelo em RdP para a conexão de uma fábrica para uma zona.	101
4.19	Modelo em RdP para a conexão de uma fábrica para um intermediário.	101
4.20	Modelo em RdP para a conexão de um intermediário para uma zona.	102
4.21	Modelo em RdP para a conexão de um intermediário para outro interme- diário.	102
4.22	Modelo em RdP para a conexão entre uma fábrica e duas zonas e seus <i>T-semiflows</i>	107
4.23	Modelo auxiliar para provar os invariantes de lugar e transição dos modelos resultantes.	108
4.24	Cenário onde uma fábrica distribui produtos para uma zona e para um intermediário, que por sua vez, distribui para uma outra zona.	110
5.1	<i>Screenshot</i> da ferramenta SLOT.	122
5.2	Visão geral da arquitetura do Eclipse.	123
5.3	<i>Screenshot</i> do Eclipse.	124
5.4	<i>Screenshot</i> do Eclipse com o diagrama para criação de modelos Ecore, bem como o arquivo XMI que representa o modelo.	129
5.5	Diagrama com a hierarquia de classes Ecore (classes abstratas em cinza).	129
5.6	Arquitetura MVC do GEF.	130

5.7	Processo adotado pelo GMF para a criação de editores gráficos.	132
5.8	<i>Screenshot</i> do editor Ecore do GMF com o Diagrama das classes de modelo do SLOT.	133
5.9	<i>Screenshot</i> do editor GMF para a definição gráfica do SLOT.	134
5.10	<i>Screenshot</i> do editor GMF para a definição da paleta do SLOT.	135
5.11	<i>Screenshot</i> do editor GMF para a definição de mapeamento do SLOT.	136
5.12	<i>Screenshot</i> do editor GMF para a definição de geração do editor do SLOT.	138
5.13	<i>Screenshot</i> do SLOT com um modelo inválido.	141
5.14	Diagrama denotando o processo do SLOT.	143
6.1	Diagrama de atividades da metodologia proposta.	146
6.2	Redes de distribuição física.	148
6.3	Gráficos de Pareto para auxiliar na seleção dos clientes a serem modelados.	150
6.4	Descrição de uma diagrama de caixa.	154
6.5	Diagrama de caixa dos intervalos apresentados na Tabela 6.2.	156
6.6	Representação em alto nível para uma rede de distribuição obtida a partir da ferramenta SLOT.	157
6.7	Modelo RdP abstrato para a distribuição de uma fábrica para uma zona.	158
6.8	Modelo RdP refinado para a distribuição de uma fábrica para uma zona.	159
6.9	Exemplo de uma rede antes e depois de aproximar sua transição exponencial para uma Erlang com 5 fases.	162
6.10	Alterando a marcação inicial dos modelos para realizar uma avaliação transiente.	163
6.11	Gráficos com os resultados da análise e com o custo calculado a partir dos indicadores da análise.	165
6.12	Custo total variando o custo por <i>backorder</i>	166
7.1	<i>Screenshot</i> da versão para computador do jogo da cerveja.	171
7.2	<i>Screenshots</i> dos ajustes de demanda externa e políticas de estoque no jogo da cerveja.	172
7.3	<i>Backorders</i> e estoque das entidades da cadeia de suprimentos para uma simulação de 20 semanas a partir do programa.	172
7.4	Representação em alto nível do jogo da cerveja utilizando a ferramenta SLOT.	173

7.5	Modelo da fábrica após a inserção dos devidos atrasos na produção / processamento dos pedidos.	174
7.6	Modelo GSPN para representar o jogo da cerveja, omitindo as aproximações por fases aplicadas sobre as transições estocásticas.	175
7.7	<i>Backorders</i> e estoque das entidades da cadeia de suprimentos para uma simulação de 20 semanas a partir do modelo GSPN.	176
7.8	Gráfico de Pareto considerando a quantidade transportada para as zonas atendidas por tocos.	179
7.9	Modelo GSPN, sem a aproximação por fases, para a distribuição de produtos da São Mateus Frigorífico, considera as zonas atendidas por tocos.	182
7.10	Probabilidade de <i>backorders</i> , por zona, variando-se a quantidade de tocos disponíveis.	183
7.11	Probabilidade de <i>backorders</i> , por zona, variando-se a demanda das zonas.	186
7.12	Resultados obtidos por cenário.	188

LISTA DE TABELAS

2.1	Interpretações para as transições e seus lugares de entrada e de saída.	13
3.1	Algumas das decisões tomadas por nos níveis estratégico, tático e operacional.	36
3.2	Percentual de carga transportada por modal no Brasil 1996-2000.	44
3.3	Classificação dos modais de transporte de acordo com os indicadores de desempenho.	44
4.1	Resumo das métricas.	119
5.1	Alguns dos principais pontos de extensão do Eclipse.	127
6.1	Dados das viagens por zona obtidos a partir da entrevista de reconhecimento da metodologia.	150
6.2	Amostra (fictícia) de intervalos entre pedidos	156
6.3	Estatísticas sobre a amostra antes e após a remoção dos <i>outliers</i>	156
6.4	Tabela com resultados da avaliação.	165
7.1	Comparação dos resultados obtidos a partir da execução do programa e da simulação do modelo GSPN (Estoque e <i>Backorders</i> em unidades).	175
7.2	<i>Teste-T emparelhado</i> sobre os valores obtidos a partir da execução do programa e da simulação do modelo GSPN.	177
7.3	Resumo dos dados de viagens da São Mateus Frigorífico	179
7.4	Parâmetros, por zona, utilizados para o modelo GSPN.	181
7.5	Resultado das métricas variando-se a quantidade de tocos disponíveis.	184
7.6	Resultado das métricas variando-se a demanda das zonas.	185
7.7	Resultados obtidos considerando uma taxa de produção de 1/1,5.	188
7.8	Resultados obtidos considerando uma taxa de produção de 1/0,5.	189

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O verdadeiro valor das coisas é o esforço e o problema de as adquirir.

—ADAM SMITH (Economista)

Quando a logística passou a ser utilizada nos meios empresariais, era inicialmente vista como uma atividade de suporte, uma vez que estava associada à armazenagem e transporte de produtos das indústrias, que por sua vez, tinham a produção como atividade principal. Com o passar dos anos, a mudança no perfil do consumidor fez com que as empresas precisassem não apenas fornecer produtos de qualidade compatível com os anseios do cliente, mas também atender outras necessidades como tempo, informação e localização.

Para atender todas as necessidades deste novo cliente as empresas precisaram buscar uma melhoria em seus processos. Isto porque se por um lado precisava-se melhorar a eficiência e o nível de serviço prestado ao cliente, por outro lado, o mercado altamente competitivo as impelia a uma redução contínua dos custos, por exemplo, através da redução de estoques.

Segundo [ASMS04], o ciclo evolutivo da logística pode ser dividido em quatro fases. Na primeira fase, na década de 60, não havia uma integração interna ou externa da logística, que aliada ao fato dos sistemas de informação serem bastante rudimentares, elevava os prazos de entrega, fazendo com que as empresas mantivessem altos níveis de estoque. Na segunda fase, na década de 70, as empresas buscaram realizar uma integração de seus processos internos, focando-se na redução dos seus custos globais, mesmo que para isso fosse necessário onerar alguns de seus processos internos.

Na década de 80, ocorreu a terceira fase, na qual as empresas tiveram que se adaptar às novas necessidades do mercado, focando-se no cliente. Seus processos logísticos precisaram se tornar mais flexíveis, exigindo uma crescente utilização de sistemas de informação. Na quarta fase, que se iniciou na década de 90 e perdura até os dias atuais, a integração interna é estendida para os agentes externos. As diversas empresas da *ca-*

deia de suprimentos precisaram se integrar de forma a conseguir suprir necessidades dos clientes como a qualidade, quantidade, localização, forma de aquisição e prazo.

Este cenário levou as companhias a reconhecer a relevância do *gerenciamento da cadeia de suprimentos* (SCM)¹. A otimização da cadeia de suprimentos permite que as empresas além de reduzir seus custos, também consigam suprir no nível de serviço exigido pelos seus seus clientes. Porém, assim como ocorreu na fase de integração dos processos internos, a integração externa também pode onerar alguns dos membros da cadeias de suprimentos. Nestes casos, quando estas entidades são de corporações diferentes, costuma-se realizar uma distribuição dos lucros obtidos entre estas corporações através de mecanismos contratuais [SLKSL00].

No Brasil, o interesse pela área de logística aumentou apenas na década de noventa, após a consolidação do plano real, que pôs fim à hiperinflação. Antes disso, os investimentos no mercado financeiro costumavam dar lucros maiores e mais rápido. Ademais, os estoques das empresas se valorizavam acima dos patamares de inflação na maioria dos segmentos de mercado, fazendo com que a eficiência da operação ficasse em segundo plano [ASMS04].

A logística das cadeias de suprimentos pode ser sub-dividida em dois macro-processos: a *logística de suprimentos* e a *logística de distribuição*. A *logística de suprimentos* trata da movimentação e armazenagem de matérias-primas e insumos até a manufatura. Já a *logística de distribuição* diz respeito às diferentes atividades realizadas desde a manufatura do produto, até a sua entrega no cliente final. Esta é uma das atividades mais dispendiosas no SCM.

Esta atividade requer decisões no que cerne aos canais de distribuição, aos modais de transporte, às estratégias de distribuição, etc [AN00]. A rede de distribuição logística envolve todas as instalações utilizadas na distribuição dos produtos acabados (ex.: armazéns, centros de distribuição e atacadistas) e a própria fábrica. Quando se analisa a cadeia de suprimentos é necessário considerar todas as instalações envolvidas nesta atividade. Este trabalho será focado na avaliação de desempenho da *logística de distribuição* das cadeias de suprimentos.

¹N. de T.: sigla proveniente do inglês *supply chain management*.

1.1 MOTIVAÇÃO

De acordo com [Hen94] apud [SLKSL00], a indústria de alimentos poderia economizar cerca de US\$30 bilhões, ou 10% de seus custos anuais apenas utilizando estratégias mais eficazes para a cadeia de suprimentos.

Conforme relatado em [SLKSL00], em 1979 a *Kmart* era uma das empresas líderes no mercado de varejo, enquanto a *Wall-Mart* era apenas uma pequena rede varejista do sul dos Estados Unidos. Em 10 anos, a *Wall-Mart* se tornou a rede com maior venda por m^2 , tornando-se, posteriormente, a maior rede varejista do mundo. Os autores atribuem a este sucesso, a meta muito bem definida por esta rede de manter o foco nas necessidades de seus clientes. Esta meta pôde ser atingida com a utilização da estratégia de distribuição denominada *cross-docking*. Com esta estratégia, os fornecedores da *Wall-Mart* entregam seus produtos continuamente em depósitos desta empresa, e a partir destes depósitos os produtos são despachados para as lojas, sem que sequer sejam registrados no estoque. Deste modo, a empresa conseguiu reduzir seus estoques, e conseqüentemente seus custos, permitindo oferecer preços baixos para seus clientes.

Há décadas Peter Drucker [Pet07], um dos nomes mais respeitados da área de administração, dizia que não se pode administrar o que não se pode medir. Segundo [SLKSL00], para se avaliar o desempenho do transporte de cargas de uma organização é importante considerar não apenas os fatores diretamente ligados ao transporte, mas também outros processos que acarretam no gasto de tempo e espaço na cadeia de suprimentos como um todo. Ainda segundo este autor, a análise de desempenho pode ser realizada com o intuito de monitorar e acompanhar as operações logísticas, ou de alterar o comportamento da rede de distribuição e seus resultados.

Corroborando com a afirmação de [SLKSL00], é dito em [AN00] que na logística é necessária a avaliação do sistema como um todo (enfoque sistêmico). Segundo ele, ao se avaliar a empresa utilizando este enfoque é comum não se restringir a apenas uma solução viável, ampliando as análises para soluções alternativas, das quais são extraídas apenas as soluções viáveis.

Por isso, ao avaliar uma cadeia de suprimentos, é importante que se tenha uma forma de investigar não apenas a sua situação atual, mas também realizar experimentos de configurações alternativas visando uma redução de custos e uma adequação do nível de serviço. Também é necessário que se obtenha indicadores de desempenho, relacionados, por exemplo, com a utilização de frota, estoques e tempos de entrega, capazes de auxiliar

um processo de tomada de decisão. Portanto, é de extrema importância que se considere o gerenciamento de estoque das diferentes entidades ao longo da cadeia de suprimentos.

A política de estoques dos intermediários da cadeia de suprimentos pode ter impacto sobre todo o restante da cadeia, prejudicando a qualidade de serviço (QoS²) oferecida e os custos globais. Um problema bastante conhecido nas cadeias de suprimentos é o *efeito chicote* [LPW97]. Este efeito é decorrente do aumento da variabilidade dos pedidos ao longo da cadeia de suprimentos, que leva as entidades a manterem níveis de estoque não otimizados. A utilização de métodos formais para a análise de uma cadeia de suprimentos pode fornecer indicadores confiáveis do seu desempenho.

No âmbito dos métodos formais, as redes de Petri (RdP) costumam ser bastante utilizadas para a modelagem e a especificação de sistemas concorrentes, assíncronos, distribuídos, paralelos, não-determinísticos e estocásticos [MBC⁺95]. As RdP foram propostas por Carl Adam Petri, em 1962, na sua tese de doutoramento [Pet62]. Desde então, elas vêm sendo aplicadas nas mais diversas áreas, indo desde a ciência da computação, passando pela administração de empresas e indo até áreas da biologia.

Desde seu surgimento, diversas extensões foram propostas para este formalismo. Entre estas extensões, estão as *Generalized Stochastic Petri nets* (GSPN) [MCB84, Bal01] que incluem a noção de tempo estocástico. Este tipo de rede permite que se obtenha métricas probabilísticas a partir de um modelo. Pode-se, por exemplo, obter a quantidade esperada de estoque de uma fábrica, ou ainda a probabilidade de não se conseguir atender os pedidos de um cliente devido à falta de estoque e/ou veículos disponíveis. Estas métricas podem ser computadas para um determinado intervalo de tempo (análises transientes), ou quando o sistema entra em equilíbrio (análises estacionárias). Ademais, respeitando algumas propriedades necessárias, o modelo pode ser analisado de forma analítica, ou ainda pela sua simulação.

Apesar da sua relativa facilidade de utilização, aplicá-las para a modelagem de sistemas, de maneira que o modelo respeite uma série de restrições de forma a possuir algumas propriedades desejáveis (ex.: limitação e *liveness*), pode não ser uma tarefa trivial. Por isso, a criação de modelos bem definidos que possuam uma série de características importantes e permitam a modelagem e análise de diferentes cadeias de suprimentos, pode auxiliar um processo de avaliação de desempenho, contribuindo para o SCM.

²N. de T.: sigla proveniente do inglês *Quality of Service*.

1.2 TRABALHOS RELACIONADOS

Em [vdA92], propõe-se uma abordagem baseada em *redes de Petri temporizadas de alto-nível* para a modelagem de sistemas de logística. Nas redes utilizadas, associa-se um tempo baseado em um limite máximo e mínimo aos *tokens*. Neste trabalho, o autor concebeu alguns componentes que modelam as entidades das cadeias de suprimentos, além de propor algumas análises de propriedades deste tipo de RdP. As métricas destes modelos são calculadas considerando o limite máximo e mínimo dos tempos, a partir dos quais deriva-se a média. Nestas RdP, o comportamento dos modelos é definido utilizando-se *linguagens de programação funcionais*, como ML [MTH90], através de ferramentas como o CPNTools [Jen91] e o ExSpect [vdAW91]. As métricas dos modelos são, normalmente, computadas a partir da simulação de um programa gerado a partir da especificação em RdP e as anotações comportamentais criadas com as linguagens funcionais.

Em [vdAvHH94], o autor propõe uma estratégia de modelagem para *workflows*, denominada *WF-Nets*. Nestas redes, existe um único lugar de entrada e um lugar de saída, e a composição dos modelos é dada pela fusão do lugar de entrada de uma rede com o lugar de saída de outra. O autor propõe alguns modelos para representar estruturas básicas como AND, OR, envio de mensagens, etc. que podem ser utilizadas para a modelagem do *workflow*. Em [vdAtH05], os autores propõem uma nova linguagem para a modelagem de *workflows*, a *Yet Another Workflow Language* (YAWL), que é uma solução híbrida que tem como base as RdP.

Na década de 60, o *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) desenvolveu o *Jogo da Cerveja* [LPW97, SLKSL00] com o intuito de ilustrar o *efeito chicote* ao longo da cadeia de suprimentos. Desde a sua criação, este jogo vem sendo bastante utilizado em cursos de graduação, pós-graduação e para executivos. Em [MNPV04], este jogo foi modelado utilizando-se *redes de Petri coloridas de alto nível* [Jen97]. Experimentos foram realizados, utilizando os modelos criados, com o intuito de analisar o impacto de diferentes políticas de estoque sobre os custos globais e de cada participante da cadeia.

Um novo tipo de RdP, denominado *Batch Deterministic Stochastic Petri Nets* (BDSPN), foi proposto em [CAC02] para a modelagem e avaliação de cadeias de suprimentos. Este modelo estende as *Deterministic and Stochastic Petri Nets* [MC87] com o conceito de *lugares e tokens batch*. Estes novos tipos de lugares são utilizados para modelar o fluxo de informação, enquanto os fluxos financeiro e de produtos são representados por lugares e *tokens* normais. Os *lugares batch* armazenam uma coleção ordenada

de inteiros não-negativos para representar os *tokens*. Cada elemento deste conjunto representa um *token* de tamanho igual ao inteiro. Estes *lugares batch* podem representar, por exemplo, a chegada de pedidos dos clientes. Poucos trabalhos foram realizados com este tipo de RdP, e existe uma carência de ferramentas que dêem suporte a este tipo de RdP.

Em [VR00], os autores avaliam a utilização de políticas de estoque do tipo *make-to-stock* (MTS), na qual as mercadorias são produzidas e mantidas em estoque até que sejam solicitadas, e *assembly-to-order* (ATO), onde se mantém um estoque de produtos semi-acabados até que se receba um pedido, acarretando na montagem do produto acabado. Alguns experimentos são realizados com o intuito de comparar estas políticas. No caso da política ATO, os autores também procuram avaliar a localização ideal para se manter os estoques de produtos semi-acabados e para realizar a montagem do produto acabado. Os experimentos são conduzidos sobre modelos GSPN criados de forma *ad-hoc* para esta finalidade específica. Neste trabalho os autores não consideram, por exemplo, a utilização de recursos para realizar a distribuição dos produtos.

Uma cadeia de suprimentos que adota uma política de estoque do tipo MTS com múltiplos pontos de estoque é avaliada em [RR05] através de modelos GSPN. Os autores modelam de maneira *ad-hoc* uma cadeia de suprimentos e comparam a utilização das políticas de estoque (r, s, S) e (r^*, s, S) , sendo esta última proposta pelos autores. Na política (r, s, S) , a cada *intervalo de revisão* r , se a posição de estoque i estiver abaixo de um nível s , realiza-se um pedido de $S - i$ itens. A política (r^*, s, S) se diferencia apenas no *intervalo de revisão* que, neste caso, utiliza-se o valor máximo entre um intervalo de revisão pré-determinado r e o tempo w para que o nível de estoque caia abaixo do estoque mínimo s .

1.3 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES

As atividades que mais consomem recursos, físicos e financeiros, são a distribuição e armazenamento dos produtos. Por isso, ao avaliar a cadeia de suprimentos é necessário considerar o meio de transporte utilizado, as estratégias de distribuição adotadas, o relacionamento entre fábricas, intermediários e consumidores, a estratégia de reabastecimento de estoques e os níveis de serviço desejados pela organização. Uma modelagem de alto nível pode auxiliar nos experimentos de diferentes configurações da rede. Além disso, é necessário que estes modelos permitam a extração de métricas importantes durante um

processo de tomada de decisão.

As *Generalized Stochastic Petri Nets* (GSPN) [Bal01, MBC⁺95] têm sido amplamente utilizadas para a avaliação de desempenho de sistemas. Este tipo de rede permite que se calcule a *quantidade média de tokens em um lugar do modelo*, o *throughput de uma transição*, o *tempo médio de espera de um token em um lugar* e a *probabilidade de que se tenha uma determinada marcação* [MBC⁺95]. Além disso, existe uma correspondência direta entre as GSPNs e as cadeias de Markov, especificamente as *continuous-time Markov chain* (CTMC). Assim, as métricas da GSPN podem ser obtidas através da sua CTMC associada.

Este trabalho propõe uma metodologia de modelagem *bottom-up* para redes de distribuição logística, utilizando componentes GSPN. Um cenário qualquer poderá ser modelado através da composição de modelos básicos pré-definidos. Diferentemente de [VR00] e [RR05], deve ser possível se obter um modelo em GSPN para uma cadeia de suprimentos diretamente a partir de uma representação de alto nível, convertida de maneira automática [AML07a].

Os modelos propostos darão suporte à modelagem de diferentes políticas de estoque do tipo MTS (ex.: (r, Q)) e a política *make-to-order* MTO. Na prática, diversas indústrias, especialmente do ramo de alimentos, por não puderem manter grandes estoques de produtos acabados devido à sua perecibilidade, costumam utilizar políticas híbridas MTS-MTO [Li92, Raj02, SvDG02]. Esta composição se mostra bastante útil quando existem produtos que são solicitados, ou mesmo clientes que realizam seus pedidos, com uma variabilidade [SvDG02]. Esta modelagem de políticas híbridas e a utilização de frota, também são tratadas pelos modelos propostos [AML07c].

Ao avaliar a cadeia de suprimentos é necessário que se escolha as métricas que indicarão o seu desempenho [KS03, Bea99]. Os modelos serão criados de forma a permitir que um conjunto bem definido de métricas possa ser obtido. Exemplos destas métricas são: a *média de veículos disponíveis*, a *probabilidade de não haver veículos disponíveis* e a *probabilidade do estoque estar abaixo de um nível de segurança*. Como pode ser observado, diferentemente das RdP que utilizam tempos determinísticos, ou baseados em intervalo, as GSPNs permitem que se obtenha métricas probabilísticas.

A partir dos modelos básicos deverá ser possível modelar diferentes cenários permitindo que se configure a frota disponível, as políticas de estoque e até mesmo que se altere o projeto da rede através da inclusão, ou remoção, de entidades (ex.: armazéns e representantes). Os modelos criados deverão possuir propriedades de RdP, como *limitação* e

liveness, que permitam a computação das métricas a partir do *regime transiente* ou do *regime estacionário* [AML07c].

Dois objetivos adicionais deste trabalho são:

- a definição de uma metodologia que auxilie no processo de avaliação de desempenho utilizando os modelos propostos;
- o desenvolvimento de uma ferramenta que permita uma conversão direta a partir de uma representação em alto nível para um modelo GSPN.

Estudos de caso serão realizados com o intuito de validar os modelos propostos. A versão para computador do *Jogo da Cerveja* [SLKSL00] foi utilizada para este fim. Analisar este jogo é uma maneira eficaz de validar os modelos, devido à sua ampla utilização e à possibilidade de realizar experimentos cujos resultados são conhecidos. Observe que em uma situação real, não seria possível, por exemplo, realizar experimentos com a política de estoque de uma fábrica devido ao impacto que poderia ser causado.

Uma vez validados, os modelos serão utilizados para modelar um estudo de caso real. Neste trabalho, apresenta-se alguns estudos de caso conduzidos na São Mateus Frigorífico, uma indústria de embutidos de grande atuação no norte-nordeste brasileiro.

Alguns dos resultados deste trabalho foram aceitos para publicação nas conferências SMC 2007 [AML07a], SOLI 2007 [AML07b] e Valuetools 2007 [AML07c], sendo este último indicado para ser publicado em uma versão estendida no periódico *Performance Evaluation*. Em [AML07a] e [AML07b], apresenta-se os modelos propostos e um dos estudos de caso realizados na São Mateus Frigorífico. A *Stochastic Logistics Optimizer Tool* (SLOT), bem como o processo de modelagem, é apresentada em [AML07c].

1.4 ORGANIZAÇÃO DESTE TRABALHO

O restante deste trabalho é organizado como segue. No Capítulo 2 são apresentados os conceitos relacionados às redes de Petri. Uma breve introdução às cadeias de suprimento é dada no Capítulo 3. Os modelos propostos, bem como seu processo composicional e algumas métricas que podem ser obtidas a partir destes modelos, são apresentados no Capítulo 4. A ferramenta *Stochastic Logistics Optimizer Tool* (SLOT), que foi desenvolvida com o intuito de auxiliar o processo de modelagem baseado em componentes GSPN, é apresentada no Capítulo 5. O Capítulo 6 detalha a metodologia proposta para a avaliação de desempenho das cadeias de distribuição utilizando os modelos propostos. Os estudos

de caso realizados com o *Jogo da Cerveja* e na São Mateus Frigorífico são apresentados no Capítulo 7. Por fim, no Capítulo 8 apresentam-se as considerações finais deste trabalho e trabalhos futuros que poderão dar continuidade à pesquisa desenvolvida.

REDES DE PETRI

A álgebra é generosa: freqüentemente ela dá mais do que se lhe pediu.

—JEAN LE ROND D’ALEMBERT (Filósofo e Matemático)

Este capítulo faz uma breve introdução sobre as redes de Petri (RdP) [Pet62], focando-se nas *Generalized Stochastic Petri nets* (GSPN) [MCB84, MBC⁺95, Bal01]. Conceitos gerais, como *grafo de alcançabilidade*, *traps*, *siphons*, e algumas das propriedades de RdP serão discutidas. Também será apresentada a relação entre as GSPNs e as *Cadeias de Markov* [BGdMT06].

As RdP foram propostas por Carl Adam Petri em 1962 na sua tese de doutoramento [Pet62]. Sendo, inicialmente, uma extensão da teoria dos autômatos, tornou-se um formalismo amplamente utilizado nas mais diferentes áreas, tais como Ciências da Computação, Engenharia Eletrônica, Engenharia Química, indústrias, etc. Desde sua criação, diversas extensões, como o conceito de tempo, foram propostas para este formalismo.

As RdP fornecem mecanismos para a especificação, análise e verificação de propriedades e corretude dos sistemas modelados. Algumas das extensões propostas para este formalismo, como a inclusão do tempo, aumentam seu poder de análise, possibilitando a obtenção de métricas de avaliação de desempenho, tornando sua aplicação viável em *sistemas de apoio à decisão* (SAD).

Graficamente, as RdP são representadas por lugares (Figura 2.1(a)), transições (Figura 2.1(b)), arcos (Figura 2.1(c)) e *tokens*¹ (Figura 2.1(d)). Uma RdP é um grafo dirigido, onde os lugares e transições são seus vértices, interligados através de arcos dirigidos. Se a origem de um arco for um lugar, seu destino precisa necessariamente ser uma transição, e vice-versa. A distribuição dos *tokens* nos lugares da RdP determinam o estado do sistema.

Na Figura 2.2 apresenta-se uma RdP que representa os períodos do dia. Os lugares representam os períodos do dia (*dia* e *noite*), enquanto as transições representam os

¹N. de T.: termo também utilizado em português. *Marcas* e *fichas* são sinônimos aplicáveis. Ao longo deste trabalho o termo *token* será preferencialmente empregado.

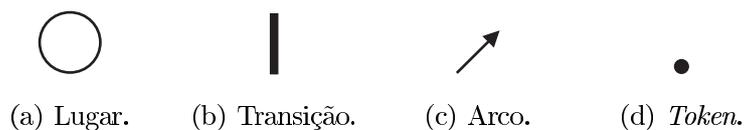


Figura 2.1 Elementos de uma rede de Petri.

eventos que alteram o período do dia (*amanhecer* ou *anoitecer*). Neste exemplo, o arco dirigido do lugar *dia* para a transição *anoitecer* indica que, para *anoitecer*, é necessário que haja um *token* no lugar *dia*. De maneira análoga, o arco dirigido do lugar *noite* para a transição *amanhecer* indica que, para *amanhecer*, é necessário que haja um *token* no lugar *noite*. A localização do *token* na rede indicará, portanto, se é dia (Figura 2.2(a)) ou noite (Figura 2.2(b)).

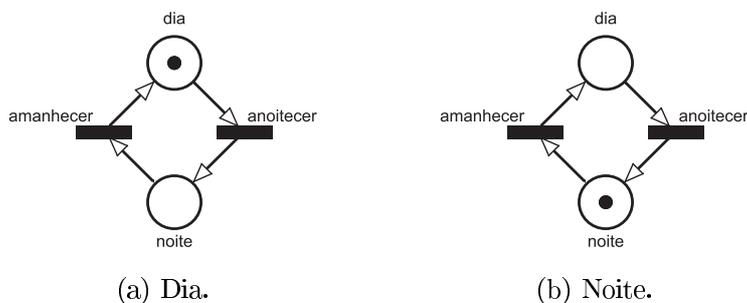
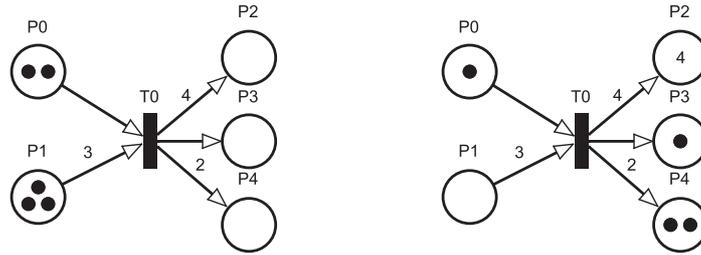


Figura 2.2 RdP representando um dia.

Um lugar pode ser conectado a uma transição através de diversos arcos, ou vice-versa. Estes arcos podem ser substituídos por um único arco com um peso associado. Quando uma transição é disparada, ela consome os *tokens* dos lugares de entrada, colocando outros *tokens* nos lugares de saída. A quantidade de *tokens* consumidos e colocados nos lugares de saída é dada pelo peso do arco que conecta os lugares a esta transição. A Figura 2.3 mostra esta dinâmica das RdP. Observe que, nesta figura, os *tokens* do lugar *P2* foram substituídos por um número que representa a marcação deste lugar. É comum se utilizar esta prática para facilitar a visualização do modelo.

Em uma RdP, as transições podem ser vistas como eventos que ocorrem no sistema, enquanto seus lugares de entrada e de saída são, respectivamente, as pré-condições e pós-condições deste evento. Devido a esta semântica é comum se referenciar às transições e aos lugares como os componentes *ativos* e *passivos* do sistema, respectivamente. Alguns exemplos das interpretações que podem ser dadas às transições e seus lugares de entrada e de saída são mostrados na Tabela 2.1.



(a) Antes do disparo da transição. (b) Após o disparo da transição.

Figura 2.3 Utilização de arcos com peso.

Tabela 2.1 Interpretações para as transições e seus lugares de entrada e de saída.

Lugares de Entrada	Transição	Lugares de Saída
Pré-condições	Evento	Pós-condições
Dados de entrada	Passo computacional	Dados de saída
Sinal de entrada	Processador de sinais	Sinal de saída
Recursos necessários	Execução de tarefa	Liberação de recursos
Condições	Cláusula lógica	Conclusões
<i>Buffers</i> de entrada	Processador	<i>Buffers</i> de saída

Fonte: [Mur89, p. 542]

Definição 2.1 (Redes de Petri). Uma rede de Petri (RdP) é uma 5-tupla $PN = \{P, T, I, O, \mu_0\}$, onde:

- P é o conjunto de lugares;
- T é o conjunto de transições, $P \cap T = \emptyset$;
- $I, O : T \times P \rightarrow \mathbb{N}$ são funções que denotam os lugares de entrada e saída das transições, respectivamente;
- $\mu_0 : P \rightarrow \mathbb{N}$ é a função que denota a marcação inicial dos lugares da rede.

As funções I e O descrevem, respectivamente, os arcos de entrada e saída de uma dada transição $t \in T$ para um lugar $p \in P$. Assim, para se obter o peso do arco que conecta p a t , utiliza-se a notação $I(t, p)$. Esta notação também pode ser utilizada para a função de arcos de saída O .

O conjunto de lugares de entrada e de saída de uma dada transição pode ser definido conforme mostra a Definição 2.2.

Definição 2.2 (Lugares de Entrada e de Saída). Os conjuntos de lugares de entrada e de saída de uma transição $t \in T$ são, respectivamente:

$$\bullet t = \{p \in P | I(t, p) > 0\} \text{ e } t^\bullet = \{p \in P | O(t, p) > 0\}$$

De maneira análoga, o conjunto de transições de entrada e de saída de um dado lugar pode ser definido conforme mostra a Definição 2.3.

Definição 2.3 (Transições de Entrada e de Saída). Os conjuntos de transições de entrada e de saída de um lugar $p \in P$ são, respectivamente:

$$\bullet p = \{t \in T \mid O(t, p) > 0\} \text{ e } p \bullet = \{t \in T \mid I(t, p) > 0\}$$

O lugar *dual*, ou *complementar*, (p_-) de um lugar p de uma RdP, é normalmente utilizado para garantir que a marcação neste lugar p nunca irá exceder uma quantidade k [Mur89]. Esta estrutura pode ser utilizada para garantir a capacidade máxima do lugar p (vide Definição 2.4).

Definição 2.4 (Lugares Duais). Um lugar $p_- \in P$ é o lugar dual de um lugar $p \in P$ se e somente se:

$$(p_- \bullet = \bullet p) \wedge (\bullet p_- = p \bullet) \wedge (O(t, p_-) = I(t, p)) \wedge (I(t, p_-) = O(t, p)), \forall t \in T$$

Nestes lugares, a soma de suas marcações nunca irá exceder uma quantidade k . No exemplo da Figura 2.4, observa-se um modelo de um *buffer* limitado, de capacidade 5. Observe que os lugares *bufferLimit* e *buffer* são lugares duais e que a soma da marcação nestes lugares nunca será maior que 5.

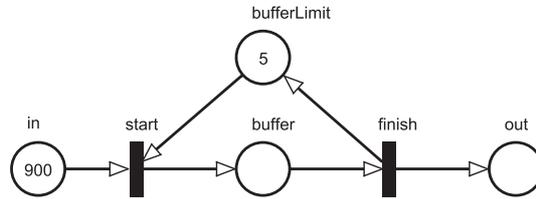


Figura 2.4 Modelo de um *buffer* limitado, utilizando *lugares duais*.

2.1 ESTRUTURA DEFINIDA EM MATRIZ

Na Definição 2.1, os arcos da RdP são definidos como funções. Por conveniência, é possível definir I e O como matrizes $|T| \times |P|$, que representam o mapeamento das transições para o $Bag(P)$ [Bal01]. Com base na rede apresentada na Figura 2.2, estas matrizes são dadas por:

$$I = \begin{matrix} & \begin{matrix} dia & noite \end{matrix} \\ \begin{matrix} amanhecer \\ anoitecer \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ e } O = \begin{matrix} \begin{matrix} amanhecer \\ anoitecer \end{matrix} & \begin{matrix} dia & noite \end{matrix} \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Observe que a *estrutura* da rede pode ser representada exclusivamente por I e O , que definem os lugares, transições e arcos da RdP. A *matriz de incidência* da RdP, é dada pela matriz O transposta menos a matriz I transposta.

Definição 2.5 (Matriz de Incidência). Seja uma RdP $PN = (P, T, I, O, \mu_0)$, sua matriz de incidência C , de ordem $|P| \times |T|$, é obtida como $C = O^t - I^t$, onde

$$C(p, t) = O(t, p) - I(t, p), \forall p \in P \wedge t \in T$$

Nesta matriz, as linhas representam os lugares da rede, enquanto as colunas representam suas transições. Abaixo pode-se observar o cálculo da matriz de incidência da RdP apresentada na Figura 2.2.

$$\begin{aligned}
 I^t &= \begin{matrix} & \begin{matrix} amanhecer & anoitecer \end{matrix} \\ \begin{matrix} dia \\ noite \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{e} \quad O^t = \begin{matrix} & \begin{matrix} amanhecer & anoitecer \end{matrix} \\ \begin{matrix} dia \\ noite \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \\
 C &= \begin{matrix} & \begin{matrix} amanhecer & anoitecer \end{matrix} \\ \begin{matrix} dia \\ noite \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} - \begin{matrix} & \begin{matrix} amanhecer & anoitecer \end{matrix} \\ \begin{matrix} dia \\ noite \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \Rightarrow \\
 C &= \begin{matrix} & \begin{matrix} amanhecer & anoitecer \end{matrix} \\ \begin{matrix} dia \\ noite \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}
 \end{aligned}$$

A matriz de incidência não consegue representar corretamente redes que contenham *self-loops*. Um *self-loop* ocorre quando um mesmo lugar é pré-condição e pós-condição de uma transição da rede. Uma rede é dita *pura* se não tiver *self-loops*.

Definição 2.6 (Rede Pura). Uma RdP é dita pura *sse*:

$$I(t, p) \times O(t, p) = 0, \forall p \in P \wedge \forall t \in T$$

Observe que ao calcular a matriz de incidência de uma rede impura, $C(p, t) = 0$ para todos os seus *self-loops*. Desta forma, a matriz de incidência não consegue representar corretamente a estrutura da rede. Uma rede impura pode ser transformada em uma rede pura através da introdução de pares *dummy*, que correspondem a um lugar e uma transição que refinam um *self-loop*. Este refinamento pode ser observado na Figura 2.5.

2.2 REGRAS DE EXECUÇÃO

O disparo das transições é controlado pelo número e distribuição dos *tokens* nos lugares. Uma transição só estará *habilitada* se a quantidade de *tokens* em cada lugar de entrada

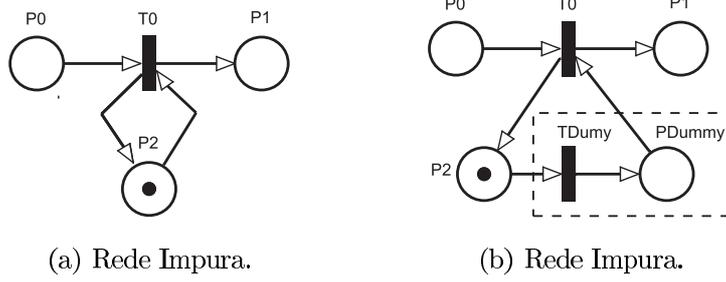


Figura 2.5 Tornando uma rede pura através da inclusão de um par *dummy*.

da transição for maior ou igual ao peso do arco que conecta o respectivo lugar à transição.

Definição 2.7 (Transição Disparável). Uma transição $t \in T$ está habilitada em uma marcação μ_i se e somente se:

$$\mu_i(p) \geq I(t, p), \forall p \in \bullet t$$

Definição 2.8 (Disparo). Se t é uma transição que está habilitada em uma marcação μ_i , o disparo desta transição gera uma nova marcação μ_j tal que:

- $\mu_j(p) = \mu_i(p) - O(t, p), \forall p \in \bullet t;$
- $\mu_j(p) = \mu_i(p) + I(t, p), \forall p \in t^\bullet.$

Denota-se a habilitação de uma transição t_1 em uma marcação μ_i como $\mu_i[t_1 >$. De maneira análoga, a notação $\mu_i[t_1 > \mu_j$ denota o disparo de uma transição t_1 em uma marcação μ_i , levando a uma nova marcação μ_j . Se nesta nova marcação μ_j , existe uma transição t_2 habilitada ($\mu_j[t_2 >$) e seu disparo leva a uma outra marcação μ_k , então pode-se denotar o disparo dessa seqüência de transições como $\mu_i[t_1; t_2 > \mu_k$.

Definição 2.9 (Seqüências Disparáveis). Uma seqüência σ está habilitada, possibilitando a obtenção de uma marcação μ_k a partir de μ_i se, e somente se, ocorre um dos casos baixos:

- $\sigma = \lambda$, onde λ é uma seqüência vazia, tal que $\mu_k = \mu_i$;
- $\sigma = \sigma'; t_x$, onde σ é uma seqüência de transições pertencentes a T e $t_x \in T$ e existe μ_j tal que $\mu_i[\sigma' > \mu_j$ e $\mu_j[t_x > \mu_k$.

O conjunto de todas as seqüências disparáveis de uma RdP a partir de uma marcação μ é denotado por $L(\mu)$.

2.3 MARCAÇÕES ALCANÇÁVEIS

O disparo de uma transição altera a marcação da rede de acordo com sua marcação atual e estrutura. O conjunto com todas as marcações que podem ser alcançadas a partir das possíveis seqüências disparáveis de uma RdP, a partir de uma marcação inicial, é denominado *conjunto de marcações alcançáveis* (RS). Por sua vez, o *grafo de marcações alcançáveis* (RG) de uma RdP é um grafo no qual seus vértices representam as marcações alcançáveis de RS e os arcos que interconectam estes vértices representam o disparo de cada transição.

Definição 2.10 (Conjunto das Marcações Alcançáveis). O conjunto de marcações acessíveis de uma RdP qualquer, que possua uma marcação inicial μ_0 , é representado por $RS(\mu_0)$ e é definido como o menor conjunto de marcações onde:

- $\mu_0 \in RS(\mu_0)$;
- $\mu_i \in RS(\mu_0) \wedge \exists t \in T : \mu_i[t > \mu_j \Rightarrow \mu_j \in RS(\mu_0)$.

Definição 2.11 (Grafo das Marcações Alcançáveis). O grafo das marcações alcançáveis de uma RdP com uma marcação inicial μ_0 é um multigrafo dirigido cujos nós pertencem a $RS(\mu_0)$, μ_0 é o nó inicial do grafo e A é seu conjunto de arcos onde:

- $A \subseteq RS(\mu_0) \times RS(\mu_0) \times T$;
- $(\mu_i, \mu_j, t) \in A \Leftrightarrow \mu_i[t > \mu_j$.

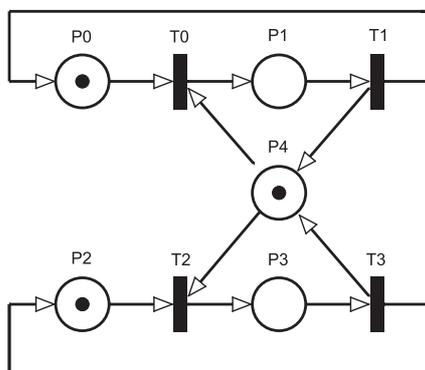


Figura 2.6 RdP modelando a exclusão mútua: as transições T_0 e T_2 não podem ser disparadas ao mesmo tempo.

O RS da RdP representada na Figura 2.6 é dado por $RS = \{(1, 0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, 0, 0), (1, 0, 0, 1, 0)\}$. Por sua vez, o RG desta rede pode ser visto na Figura 2.7. Neste exemplo, percebe-se que RS e RG são *finitos*. Porém, alguns modelos em RdP podem gerar um RS, e conseqüentemente um RG, *infinito*.

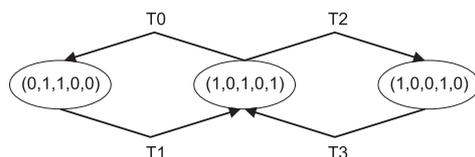


Figura 2.7 Grafo das marcações alcançáveis da RdP da Figura 2.6.

2.4 TRAPS E SIPHONS

Trap é a denominação do conjunto de lugares de uma RdP para os quais suas transições de saída são um subconjunto de suas transições de entrada, ou seja:

$$\bigcup_{p \in Trap} \{p^\bullet\} \subset \bigcup_{p \in Trap} \{\bullet p\}$$

Assim, uma vez que um lugar de um *trap* possui um *token*, sempre haverá um *token* em pelo menos um dos lugares do *trap*.

Siphon é a denominação do conjunto de lugares de uma RdP para os quais suas transições de entrada são um subconjunto de suas transições de saída, ou seja:

$$\bigcup_{p \in Siphon} \{\bullet p\} \subset \bigcup_{p \in Siphon} \{p^\bullet\}$$

Assim, uma vez que não existam *tokens* em nenhum lugar pertencente ao *siphon*, nenhum destes lugares voltará a possuir um *token*.

Na Figura 2.8 é apresentada uma RdP, na qual os lugares $P0$ e $P1$ formam um *siphon* e $P2$ e $P3$ formam um *trap*. Note que, enquanto $T0$ for disparada, o *token* continuará em $P0$ e $P1$. Porém quando $T4$ dispara, o *token* é removido de $P0$ e colocado em $P2$. Este *token*, não será mais colocado em $P0$. Uma vez que os dois *tokens* tenham sido removidos de $P0$, $P0$ e $P1$ não possuirão mais marcação, enquanto sempre haverá marcação em $P2$ ou em $P3$.

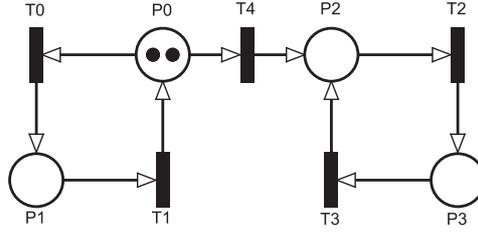


Figura 2.8 RdP com um *Siphon* ($\{P0, P1\}$) e um *Trap* ($\{P2, P3\}$).

2.5 PROPRIEDADES

Existem diversas propriedades das RdP que podem ser obtidas a partir de um modelo [Mur89] [MLC96], permitindo a sua verificação. Estas propriedades podem ser subdivididas em *comportamentais*, que dependem da marcação, e *estruturais*, que não dependem da marcação. Nesta seção, serão apresentadas as propriedades comportamentais de *limitação* e *liveness* e as propriedades estruturais de *limitação estrutural*, *conservação* e *repetitividade*.

Definição 2.12 (Limitação (*Boundedness*)). Dado um lugar $p \in P$, este lugar é dito *k-limitado*, ou simplesmente limitado, se e somente se:

$$\mu(p) \leq k, \forall \mu \in RS \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < \infty$$

Caso a propriedade acima não seja observada, o lugar é dito *não-limitado*. Note que o limite k é o número máximo de *tokens* que o lugar pode acumular, para qualquer marcação alcançável. Na RdP do *buffer* limitado, apresentada anteriormente na Figura 2.4, os lugares *buffer* e *bufferLimit* são 5-limitados, enquanto os lugares *in* e *out* são 900-limitados. Uma rede é dita limitada se todos os seus lugares forem limitados.

Definição 2.13 (Rede Limitada). Uma RdP é dita limitada se e somente se:

$$\mu(p) \leq k, \forall p \in P \wedge \forall \mu \in RS \wedge k \in \mathbb{N} \wedge k < \infty$$

A propriedade de *liveness* está fortemente relacionada à ausência de *deadlocks*. Em uma RdP, o *deadlock* ocorre quando não existe a possibilidade de disparo de nenhuma transição. Uma RdP é dita *live* se, para qualquer marcação alcançável, todas as transições da RdP puderem ser disparadas a partir de uma seqüência de disparos.

Definição 2.14 (Rede *Live*). Uma RdP PN é dita *live* se, para toda marcação $\mu \in RS$, é possível disparar-se quaisquer transições de PN através de uma seqüência de disparos $\sigma \in L(\mu_0)$.

A seguir são apresentados os conceitos das propriedades estruturais de *limitação estrutural*, *conservação*, *repetitividade* e *consistência* [MLC96].

Definição 2.15 (Rede Estruturalmente Limitada). Uma RdP é dita *estruturalmente limitada* se for limitada para qualquer marcação inicial μ_0 . Ou seja, existe um vetor de inteiros positivos $W = (w_1, w_2, \dots, w_{|P|})$ tal que $W \times C \leq 0$.

Definição 2.16 (Rede Conservativa). Uma RdP é dita *conservativa* (ou *parcialmente conservativa*) com relação a um vetor de inteiros positivos (ou não-negativos) $W = (w_1, w_2, \dots, w_{|P|})$ se e somente se:

$$\sum w_i \times \mu(p_i) = \sum w_i \times \mu_0(p_i), \forall p_i \in P \wedge \mu \in RS \wedge w_i \in \mathbb{N}$$

Definição 2.17 (Rede Repetitiva). Uma RdP é dita *repetitiva* (ou *parcialmente repetitiva*) se existe uma seqüência de disparos σ tal que $\mu_0[\sigma > \mu$ e toda (ou alguma) $t \in T$ dispara um número infinito de vezes em σ .

Definição 2.18 (Rede Consistente). Uma RdP é dita *consistente* (ou *parcialmente consistente*) se existe uma seqüência σ de disparos tal que $\mu_0[\sigma > \mu_0$ e toda (ou alguma) $t \in T$ dispara um número infinito de vezes em σ .

Estas propriedades podem ser utilizadas para realizar a verificação do sistema modelado. A redes *limitadas*, por exemplo, garantem que o RG será finito, ou seja, que o sistema modelado possui uma quantidade limitada de estados. Já se a RdP for *repetitiva*, então nunca uma ação do sistema modelado deixará de ocorrer seja qual for o estado em que ele esteja. De maneira complementar, se o modelo for *consistente*, então o sistema também deverá retornar ao seu estado inicial.

2.6 INVARIANTES

Nesta seção, serão apresentados os conceitos de invariantes de transição e de lugar das RdP. Enquanto os *invariantes de transição* estão relacionados com os *componentes repetitivos estacionários* do modelo, os *invariantes de lugar* denotam seus *componentes conservativos*, sem a necessidade da observação exaustiva do RG [MLC96].

Definição 2.19 (Invariante de Transição). Dada uma RdP e um vetor de inteiros *não-negativos* $I_t = (w_1, w_2, \dots, w_{|T|})$, I_t será um invariante de transição da rede se, e somente se, $C \times I_t = 0$.

Definição 2.20 (Invariante de Lugar). Dada uma RdP e um vetor de inteiros *não-negativos* $I_p = (w_1, w_2, \dots, w_{|P|})$, I_p será um invariante de transição da rede se, e somente se, $C^t \times I_p = 0$, onde C^t é a matriz de incidência transposta.

Dada a RdP que modela exclusão mútua, apresentada na Figura 2.6, sua matriz de incidência é dada por:

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & T_0 & T_1 & T_2 & T_3 \\ P_0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ P_1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ P_2 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ P_3 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ P_4 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{array} \end{array}$$

Os invariantes de transição desta rede são:

$$I_{1_t} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} T_0 & T_1 & T_2 & T_3 \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array} \text{ e } I_{2_t} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} T_0 & T_1 & T_2 & T_3 \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \end{array} \end{array}$$

Pela composição linear destes invariantes, obtém-se um único vetor de invariantes de transição, para o qual todas as transições estão *cobertas por um invariante positivo*.

$$I_t = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} T_0 & T_1 & T_2 & T_3 \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right] \end{array} \end{array}$$

Ainda nesta rede, tem-se os seguintes invariantes de lugar:

$$I_{1_p} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right], \end{array} I_{2_p} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{array} \text{ e}$$

$$I_{3_p} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

Pela composição linear destes invariantes, obtém-se um único vetor de invariantes de lugar, para o qual todos os lugares estão *cobertos por um invariante positivo*.

$$I_p = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} P_0 & P_1 & P_2 & P_3 & P_4 \\ \left[\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right] \end{array} \end{array}$$

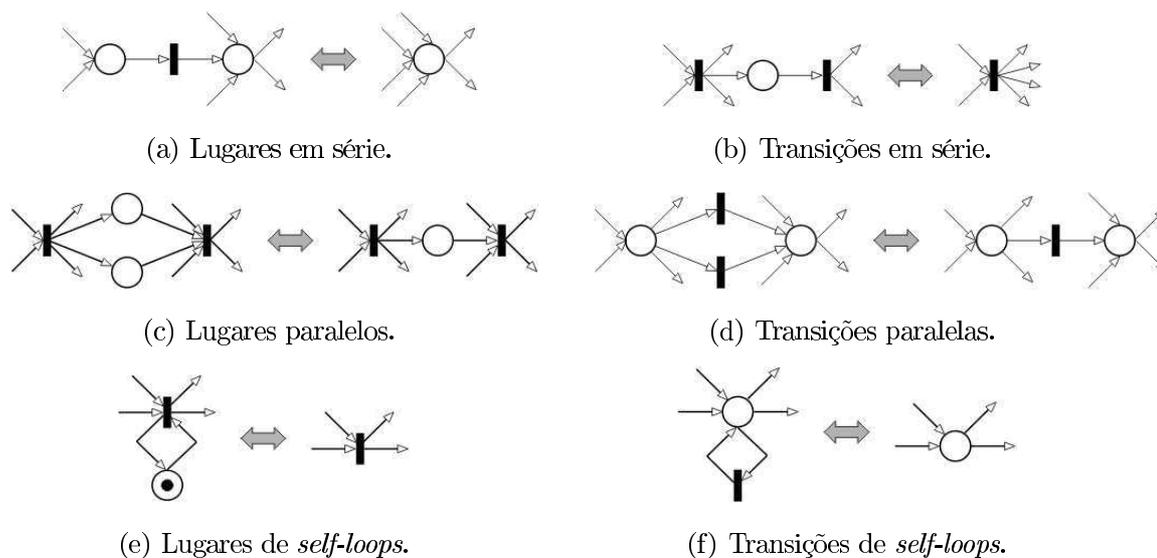
Definição 2.21 (Rede Coberta por Invariantes de Transição). Uma RdP é *coberta por invariantes de transição* se, e somente se, existe um vetor de inteiros *positivos* $I_t = (w_1, w_2, \dots, w_{|T|})$ tal que $C \times I_t = 0$.

Definição 2.22 (Rede Coberta por Invariantes de Lugar). Uma RdP é *coberta por invariantes de lugar* se, e somente se, existe um vetor de inteiros *positivos* $I_p = (w_1, w_2, \dots, w_{|P|})$ tal que $C^t \times I_t = 0$.

Uma RdP coberta por invariantes de transição é *repetitiva e consistente*. Ademais, se ela for coberta por invariantes de lugar, também será *estruturalmente limitada e conservativa* [DAJ94].

2.7 REDUÇÃO E REFINAMENTO

A técnica de *redução* de RdP pode ser utilizada para simplificar as análises do modelo, sem que se altere suas propriedades. Por outro lado, é possível *refinar* um modelo criado em um nível mais abstrato, mantendo-se suas propriedades [Mur89]. A Figura 2.9 apresenta seis dessas possíveis transformações.



Fonte: [Mur89, p. 553]

Figura 2.9 Redução e refinamento para as redes de Petri.

2.8 GENERALIZED STOCHASTIC PETRI NETS (GSPN)

O tempo é um aspecto bastante importante ao se analisar problemas reais. Diversas extensões foram propostas para as redes de Petri de maneira a incorporar este conceito nos modelos. Ao considerar o tempo, as RdP além de poderem realizar análises como

reversibilidade e *deadlock-freedom*, passam a considerar aspectos temporais como *deadlines*, tempo de duração das atividades, tempo de espera, etc. Existem diversas formas de se incorporar o tempo em um modelo, que nas RdP podem divergir quanto à *localização* e ao *tipo* do tempo associado.

Quanto à *localização*, o tempo pode estar associado aos lugares, aos *tokens*, ou às transições, sendo esta última a mais utilizada. Em [Zub80] propõe-se a atribuição de um tempo associado ao *disparo* das transições. Nestas redes, quando a marcação da rede habilita uma transição, os *tokens* dos seus lugares de entrada são consumidos e somente após o término do tempo, a ela associado, é que serão colocados em seus lugares de saída. A forma mais comum de se atribuir o tempo às RdP é associando-os à habilitação das transições [Ram94, Mol81, FN82, MCB84]. Neste tipo de rede, as transições permanecem habilitadas durante um determinado tempo, sem consumir os *tokens* de seus lugares de entrada, até que possam ser disparadas.

Também existem propostas onde o tempo é associado aos lugares [Sif77, WDF85]. Nestas redes, quando os *tokens* que chegam em um lugar ficam “inativos” por um determinado tempo até que possam ser utilizados para habilitar as transições de saída dos lugares. O tempo também pode estar associado aos *tokens* [Jen91, GMMP91] que possuem uma indicação de quando estarão disponíveis para habilitar uma transição.

Quanto ao *tipo*, o tempo pode ser *determinístico* [Ram94, Zub80], um *intervalo* [MF76] ou *estocástico* [FN82, MCB84, MBC⁺95, Bal01]. Nas redes de tempo determinístico, atribui-se um tempo fixo, enquanto que nas redes com tempo associado a um intervalo, são utilizados os tempos máximos e mínimos para que ocorra uma determinada tarefa. Já as redes com tempos estocásticos, o tempo é descrito através funções de distribuição probabilística. Neste trabalho utiliza-se as *Generalized Stochastic Petri Nets* (GSPN) [MCB84, MBC⁺95, Bal01], que possuem tempos estocásticos associados às transições.

Neste trabalho serão utilizadas duas extensões propostas para as GSPNs: a *peso dos arcos dependentes das marcações* [Cia94] e *guardas* [CM00], também conhecidas como *função de habilitação*². A primeira permite que o peso dos arcos do modelo seja definido utilizando-se uma expressão baseada na marcação dos lugares da rede. Esta extensão precisa ser utilizada com cautela já que pode alterar os invariantes de transição e de lugar da rede.

Já a utilização de guardas permite que se associe a uma transição uma expressão, tal que, a transição só estará habilitada caso esta expressão seja avaliada como *verdadeira*

²N. de T.: do inglês *enabling function*.

(*true*). Pode-se aplicar as guardas, por exemplo, quando o uso de arcos para a habilitação de uma transição, iria resultar em um modelo de difícil visualização. Observe que, caso a guarda de uma transição nunca seja avaliada como verdadeira para nenhuma marcação μ alcançável ($\mu \in RS$), esta transição nunca ficará habilitada, o que poderia resultar em um *deadlock* no sistema.

A Definição 2.23 apresenta as GSPNs. Esta definição foi criada com base nos trabalhos de [CM00] e [MBC⁺95], visando incorporar na própria definição os conceitos de *prioridade*, *peso*, *arcos inibidores*, *transições estocásticas*, *semântica de servidor*, *guardas* e *pesos dos arcos dependentes da marcação*.

Definição 2.23 (*Generalized Stochastic Petri Nets*). Uma *Generalized Stochastic Petri Net* (GSPN) é uma 10-tuple $N = (P, T, \pi, I, O, H, g, ss, \mu_0, W)$, onde:

- P é o conjunto de lugares;
- T é o conjunto de transições, $P \cap T = \emptyset$;
- $\pi : T \rightarrow \mathbb{N}$ é a função de prioridades, onde:

$$\pi(t) = \begin{cases} \geq 1, & \text{se } t \text{ é uma transição imediata;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- $I, O, H : T \times P \times \mathbb{N}^{|P|} \rightarrow \mathbb{N}$ são funções dependentes da marcação que denotam os lugares de entrada, saída e de inibição das transições, respectivamente;
- $g : T \times \mathbb{N}^{|P|} \rightarrow \{true, false\}$ é a função de guarda das transições;
- $ss : T \rightarrow \mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$ é a função que determina a semântica de servidor da transição;
- $\mu_0 : P \rightarrow \mathbb{N}$ é a função que denota a marcação inicial dos lugares da rede;
- $W : T \rightarrow \mathbb{R}^+$ é a função de pesos, que representa os pesos (w_t) das transições imediatas e as taxas (λ_t) das transições estocásticas, onde:

$$W(t) = \begin{cases} w_t \geq 0, & \text{se } t \text{ é uma transição imediata;} \\ \lambda_t > 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Nas GSPNs podem existir transições *imediatas* e *estocásticas*. As *transições imediatas* não possuem tempo associado, enquanto às *transições estocásticas* atribui-se uma taxa

que respeita uma distribuição exponencial. A *taxa* da transição exponencial é obtida pelo inverso de seu tempo associado. Assim, se uma transição leva 5 unidades de tempo para ser disparada sua taxa será de $1/5$.

Os *arcos inibidores* têm a responsabilidade de inibir o disparo das transições da rede. De maneira semelhante aos arcos tradicionais, estes arcos também podem ter um peso associado. Graficamente, as transições estocásticas e os arcos inibidores costumam ser representados conforme mostra a Figura 2.10.

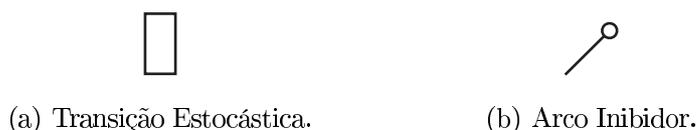


Figura 2.10 Elementos GSPN que estendem o comportamento das RdP.

A *semântica de servidor* indica a quantidade máxima de disparos paralelos que uma transição pode realizar [MBC⁺95]. Esta notação é proveniente da *Teoria das Filas* [BGdMT06]. Se $ss(t)$ for igual a 1, k ou ∞ , onde $1 < k < \infty$, a semântica da transição será tipo *single server*, *k-server* ou *infinite server*, respectivamente. Por exemplo, dada uma GSPN na qual $ss(t_1) = 1$, $ss(t_2) = 3$ e $ss(t_3) = \infty$, as transições t_1 , t_2 e t_3 desta rede serão, respectivamente, *single server*, *3-server* e *infinite server*.

As *prioridades* e *pesos* são atributos associados às transições. Em uma GSPN, a prioridade das transições estocásticas será sempre zero, que é a menor prioridade possível, enquanto a das transições imediatas será sempre maior que zero. Assim, caso a GSPN atinja uma marcação capaz de habilitar tanto uma transição imediata quanto uma transição estocástica, a transição imediata sempre será disparada primeiro. De maneira análoga, se em uma dada marcação existem duas transições imediatas habilitadas, a transição com a prioridade mais alta sempre será disparada primeiro.

Porém, se o conflito ocorre entre duas transições imediatas que possuam uma mesma prioridade, este conflito será resolvido com base em seus pesos. Os pesos são utilizados para resolver o conflito de maneira probabilística. Se, por exemplo, em uma dada marcação de uma RdP, ocorre um conflito entre as transições t_1 e t_2 e $\pi(t_1) = \pi(t_2)$, então tentar-se-á resolver este conflito probabilisticamente através de seus pesos. Assim, se $w_{t_1} = 3$ e $w_{t_2} = 5$, e estas são as únicas transições habilitadas, a probabilidade de ocorrer o disparo de t_1 ou t_2 é dada, respectivamente, por $3/(3+5)$ e $5/(3+5)$. Ou seja, nesta marcação, existe uma probabilidade de 37,5% de ocorrer o disparo de t_1 e de 62,5% de t_2 disparar.

As funções de guarda associam equações baseadas na marcação da rede às transições. Para que uma transição esteja efetivamente habilitada, além das regras de habilitação apresentadas anteriormente (Definição 2.7), também é necessário que a função de guarda seja avaliada para *true* (verdadeiro). Alguns exemplos de funções de guarda $g(t, \mu)$ são:

- $\mu(p_1) = 0$, onde a transição só estará habilitada se a marcação do lugar p_1 for igual a zero;
- $\mu(p_1) \leq \mu(p_2)$, onde a transição só estará habilitada se a marcação do lugar p_1 for menor ou igual à marcação de p_2 ;
- *true*, onde a transição sempre estará habilitada para qualquer marcação;
- *false*, onde a transição nunca estará habilitada para qualquer marcação;

As definições das funções de arcos I , O e H foram estendidas para contemplar a dependência da marcação. Assim, os pesos dos arcos podem ser definidos como um inteiro positivo constante para qualquer marcação, ou ainda como uma expressão dependente da marcação da rede, de forma que a avaliação desta expressão resulte em um número natural. Assim, para uma marcação $\mu \in RS$, a denota-se o peso de um arco de entrada de uma transição $t \in T$ a partir de um lugar $p \in P$, como $I(t, p, \mu)$.

Logo abaixo são apresentadas novamente algumas definições que são impactadas com os conceitos adicionais incorporados às GSPNs.

Definição 2.24 (Lugares de Entrada, de Saída e Inibidores). Os conjuntos de lugares de entrada, de saída e inibidores de uma transição $t \in T$ são, respectivamente:

$$\bullet t = \{p \in P \mid I(t, p, \mu) > 0, \exists \mu \in RS\}, \quad t^\bullet = \{p \in P \mid O(t, p, \mu) > 0, \exists \mu \in RS\} \text{ e} \\ \circ t = \{p \in P \mid H(t, p, \mu) > 0, \exists \mu \in RS\}$$

Definição 2.25 (Transições de Entrada, de Saída e Inibidas). Os conjuntos de transições de entrada e de saída de um lugar $p \in P$ são, respectivamente:

$$\bullet p = \{t \in T \mid O(t, p, \mu) > 0, \exists \mu \in RS\}, \quad p^\bullet = \{t \in T \mid I(t, p, \mu) > 0, \exists \mu \in RS\} \text{ e} \\ p^\circ = \{t \in T \mid H(t, p, \mu) > 0, \exists \mu \in RS\}$$

Definição 2.26 (Transição Disparável). Uma transição $t \in T$ está habilitada em uma marcação μ_i se, e somente, todas as condições abaixo forem respeitadas:

- $\mu_i(p) \geq I(t, p, \mu_i), \forall p \in \bullet t;$

- $\mu_i(p) < H(t, p, \mu_i), \forall p \in {}^\circ t$;
- $g(t, \mu_i) = true$.

Definição 2.27 (Disparo). Se t é uma transição que está habilitada em uma marcação μ_i , o disparo desta transição gera uma nova marcação μ_j tal que:

- $\mu_j(p) = \mu_i(p) - O(t, p, \mu_i), \forall p \in {}^\bullet t$;
- $\mu_j(p) = \mu_i(p) + I(t, p, \mu_i), \forall p \in t^\bullet$.

A Figura 2.11 apresenta uma GSPN que será utilizada para exemplificar a utilização destas extensões. Esta rede modela um sistema produtivo, no qual pode ocorrer falhas e que os produtos são armazenados em dois estoques de maneira balanceada, ou seja, tenta-se manter a mesma quantidade de produtos armazenados em cada um dos estoques. Nesta figura utiliza-se a notação $\#p$ para denotar a marcação de um lugar p da rede.

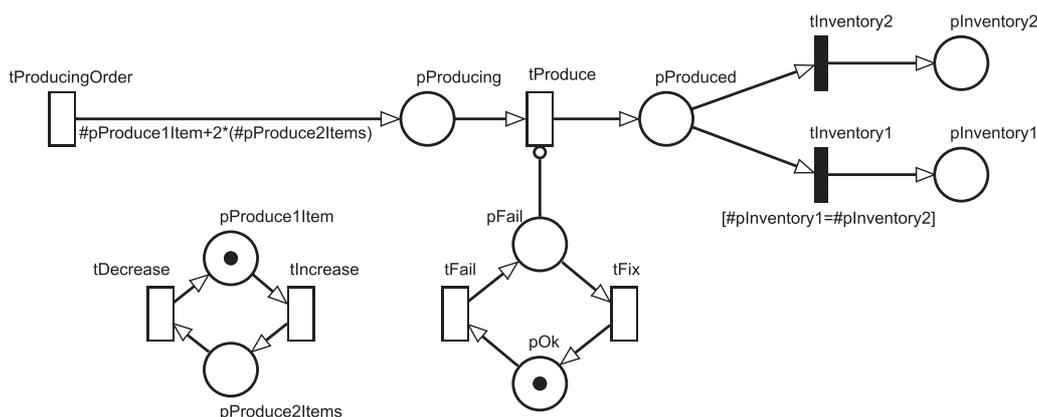


Figura 2.11 Uma GSPN que modela um sistema produtivo.

A ordem para produzir os produtos é modelada pela transição $tProducingOrder$ que irá disparar a cada $1/\lambda_{tProducingOrder}$ unidades de tempo. Quando esta transição for disparada, será gerada uma ordem para que se produza $\#pProduce1Item + 2 \times \#pProduce2Items$ itens. Esta equação é baseada na marcação dos lugares $\#pProduce1Item$ e $\#pProduce2Items$ e está associada ao arco que conecta $pProducing$ a $tProducingOrder$. Note que os lugares $\#pProduce1Item$ e $\#pProduce2Items$ pertencem a uma sub-rede que é executada paralelamente à sub-rede que representa o sistema de produção.

Uma vez que é criada uma solicitação para que se produza os itens, será colocado um *token* em $pProducing$ para cada item que se deseja produzir. Estes itens serão produzidos

a uma taxa $\lambda_{tProduce}$. Porém, como existe um arco inibidor, com peso 1, do lugar $pFail$ para esta transição, ela só poderá disparar caso não exista nenhum *token* em $pFail$. Este lugar terá um token a cada $1/\lambda_{tFix}$ unidades de tempo, que será removido em $1/\lambda_{tFix}$ unidades de tempo. Este modelo representa, por exemplo, a quebra de uma máquina na linha de produção.

Uma vez que os itens são produzidos, eles serão armazenados no estoque. A escolha do estoque é realizada pelo disparo das transições $tInventory1$ ou $tInventory2$, que colocará o produto no estoque representado pelo lugar $pInventory1$ ou $pInventory2$, respectivamente. Supondo $\pi(tInventory1) > \pi(tInventory2)$, sempre que ambas as transições estejam habilitadas, $tInventory1$ será disparada primeiro. Porém, como esta transição possui a função de guarda $\sharp pInventory1 = \sharp pInventory2$ associada, uma vez que a quantidade de tokens em $pInventory1$ seja maior que em $pInventory2$, esta transição não estará mais habilitada. Quando $tInventory2$ for disparada, a quantidade de *tokens* em $pInventory1$ e $pInventory2$ será igual. Assim, a função de guarda $g(tInventory1)$ será avaliada como verdadeira novamente, habilitando $tInventory1$; este modelo representa o balanceamento entre os estoques da empresa, onde as quantidades de produtos armazenados nos estoques 1 ($pInventory1$) e 2 ($pInventory2$) serão sempre próximas, se não iguais.

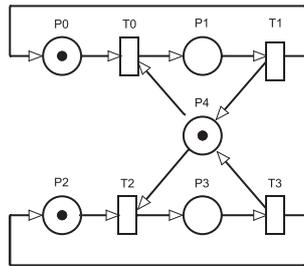
2.8.1 Cadeias de Markov

As métricas de um modelo GSPN podem ser computadas através da sua simulação exaustiva. Porém, também é possível obter as soluções de maneira analítica através da *cadeia de Markov* (MC) gerada a partir da GSPN [DAJ94, BGdMT06]. As MCs podem ser de tempo discreto (*discrete-time Markov chains* (DTMC)), ou de tempo contínuo (*continuous-time Markov chains* (CTMC)). Nas DTMCs, as transições entre os estados da MC ocorrem em intervalos de tempo uniformes. Já nas CTMCs, estas transições ocorrem em intervalos de tempo estocásticos.

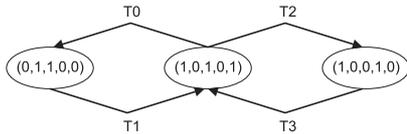
A partir das GSPNs, pode-se obter uma MC isomórfica à rede, que costuma ser denominada *embedded Markov chain* (EMC) [MBC⁺95]. Caso o modelo GSPN seja *k-limitado*, a CTMC será finita. Se o modelo além de *k-limitado* também for *live*, a CTMC será ergódica podendo ser analisada através do sistema de equações lineares da Equação (2.1). A

resolução deste sistema fornece as probabilidades das marcações no estado estacionário.

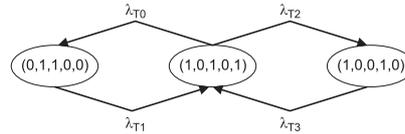
$$\begin{cases} \pi \times Q = 0 \\ \sum \pi_i = 1 \end{cases} \quad (2.1)$$



(a) GSPN modelando exclusão mútua.



(b) RG da GSPN.



(c) EMC da GSPN.

Figura 2.12 GSPN, RG e EMC de um modelo para exclusão mútua.

Considere a GSPN da Figura 2.12 e sua EMC. Sejam π_0 , π_1 e π_2 as probabilidades correspondentes às marcações $\mu_0 = (1, 0, 1, 0, 1)^t$, $\mu_1 = (0, 1, 1, 0, 0)^t$ e $\mu_2 = (1, 0, 0, 1, 0)^t$, respectivamente. A matriz de taxas Q desta GSPN é dada por:

$$Q = \begin{matrix} & \mu_0 & \mu_1 & \mu_2 \\ \begin{matrix} \mu_0 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -(\lambda_{T0} + \lambda_{T2}) & \lambda_{T0} & \lambda_{T2} \\ \lambda_{T1} & -\lambda_{T1} & 0 \\ \lambda_{T3} & 0 & -\lambda_{T3} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Cada elemento da *diagonal principal* desta matriz é obtido pela soma das taxas com que o sistema sai do estado μ_i . Os outros elementos são obtidos pela taxa com que o sistema vai de um estado μ_i (linha) para um estado μ_j (coluna). Resolvendo-se o sistema de equações lineares abaixo obtém-se as probabilidades para as marcações μ_0 , μ_1 e μ_2 no regime estacionário.

$$\begin{cases} [\pi_0 \ \pi_1 \ \pi_2] \times Q = 0 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases}$$

Assim:

$$\begin{cases} (-\lambda_{T0} - \lambda_{T2})\pi_0 + \lambda_{T1}\pi_1 + \lambda_{T3}\pi_2 = 0 \\ \lambda_{T0}\pi_0 - \lambda_{T1}\pi_1 + 0\pi_2 = 0 \\ \lambda_{T2}\pi_0 + 0\pi_1 - \lambda_{T3}\pi_2 = 0 \\ \pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases}$$

Supondo que $\lambda_{T0} = 6$, $\lambda_{T1} = 9$, $\lambda_{T2} = 7$ e $\lambda_{T3} = 10$, após aplicar alguma álgebra sobre as equações do sistema acima obtém-se $\pi_1 = 6(\pi_0)/9$ e $\pi_2 = 7(\pi_0)/10$. Substituindo π_1 e π_2 na equação $\pi_0 + \pi_1 + \pi_2 = 1$ tem-se que $\pi_0 = 0,42$. A partir de π_0 obtém-se $\pi_1 = 0,28$ e $\pi_2 = 0,30$. Com as probabilidades de π_0 , π_1 e π_2 pode-se calcular a probabilidade de se ter uma determinada marcação. Por exemplo, a probabilidade de $\mu(P1) > \mu(P3)$ é dada por $\pi_0 + \pi_1$ (70%), já que esta situação só ocorre em μ_0 e μ_1 .

2.8.2 Marcações *Vanish* e *Tangible*

Um modelo GSPN pode possuir transições imediatas e transições estocásticas. Seja $\mu \in RS$ uma marcação na qual apenas transições imediatas estão habilitadas, diz-se que μ é uma *marcação vanish*. Porém, se nesta marcação as transições habilitadas forem estocásticas, diz-se que μ é uma *marcação tangible*.

Uma GSPN que contenha marcações *vanish* e *tangible* ainda é equivalente às MCs. A MC associada à GSPN (*embedded Markov chain* (EMC)) pode ser obtida removendo-se as marcações *vanish* do grafo de alcançabilidade (RG) da rede. A Figura 2.13 apresenta o modelo de exclusão mútua para uma GSPN, utilizando transições imediatas, seu RG e sua EMC.

2.8.3 Aproximação por Fases

As transições das GSPNs podem ser apenas imediatas ou estocásticas, cujo tempo respeita uma distribuição exponencial. Apesar disso, é possível utilizar uma técnica conhecida como *aproximação por fases* para representar tempos que sigam outra distribuição [DAJ94, MR93]. Esta técnica pode ser utilizada para representar funções polinômio-exponenciais como Erlang, Hipo-exponencial e Hiper-exponencial [Tri01].

A aproximação é realizada através da construção de uma sub-rede cujo throughput segue a distribuição desejada, conforme mostra a Figura 2.14. Esta sub-rede é construída utilizando-se o *moment matching*, que consiste em aproximar os dois primeiros momentos da distribuição, calculando-se a *média* (\bar{x}) e o *desvio padrão* (σ) da amostra.

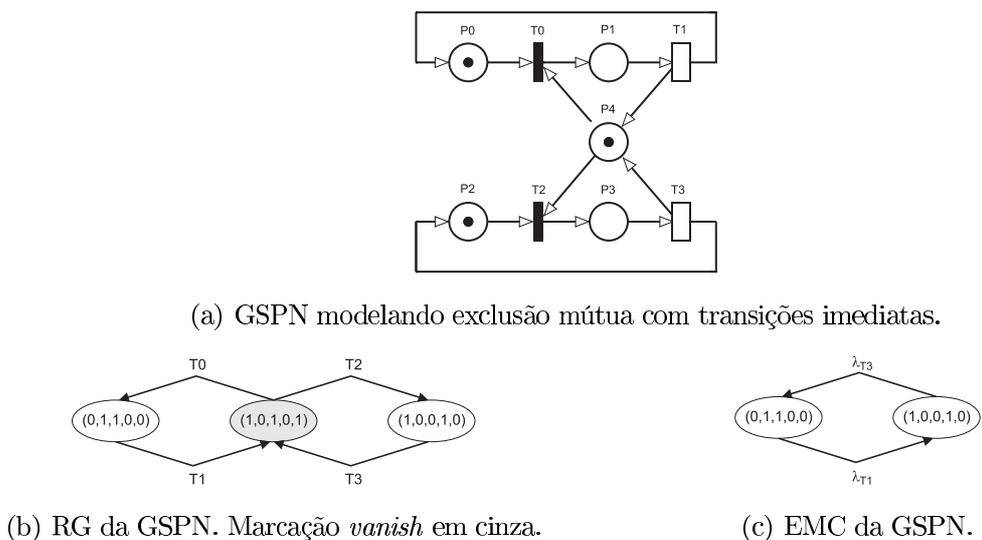


Figura 2.13 GSPN, RG e EMC de um modelo para exclusão mútua com transições imediatas.

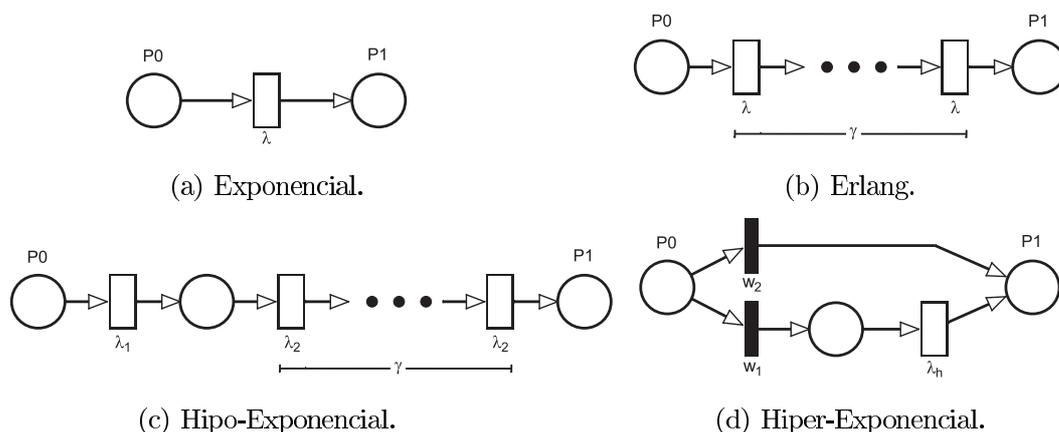


Figura 2.14 Sub-rede GSPN para representar distribuições polinômio-exponenciais - aproximação por fases utilizando *moment matching*.

A partir dos valores encontrados para \bar{x} e σ utiliza-se o algoritmo a seguir para realizar a aproximação por fases.

1. $\bar{x}/\sigma = 1$ – **Distribuição Exponencial (Figura 2.14(a))**. Basta utilizar uma transição exponencial com taxa $\lambda = \bar{x}$;
2. $\bar{x}/\sigma \in \mathbb{Z} \wedge \bar{x}/\sigma \neq 1$ – **Distribuição Erlang (Figura 2.14(b))**. Seus parâmetros são dados por:

$$\gamma = \left(\frac{\bar{x}}{\sigma}\right)^2 \tag{2.2}$$

$$\lambda = \frac{\gamma}{\bar{x}} \tag{2.3}$$

3. $\bar{x}/\sigma > 1$ – **Distribuição Hipo-Exponencial (Figura 2.14(c))**. Seus parâmetros são dados por:

$$\left(\frac{\bar{x}}{\sigma}\right)^2 - 1 \leq \gamma < \left(\frac{\bar{x}}{\sigma}\right)^2 \quad (2.4)$$

$$\lambda_1 = \frac{\gamma + 1}{\bar{x} \mp \sqrt{\gamma(\gamma + 1)\sigma^2 - \gamma\bar{x}^2}} \quad (2.5)$$

$$\lambda_2 = \frac{\gamma + 1}{\gamma\bar{x} \pm \sqrt{\gamma(\gamma + 1)\sigma^2 - \gamma\bar{x}^2}} \quad (2.6)$$

4. $\bar{x}/\sigma < 1$ – **Distribuição Hiper-Exponencial (Figura 2.14(d))**. Seus parâmetros são dados por:

$$w_1 = \frac{2\bar{x}^2}{\bar{x}^2 + \sigma^2} \quad (2.7)$$

$$w_2 = 1.0 - w_1 \quad (2.8)$$

$$\lambda_h = \frac{2\bar{x}}{\bar{x}^2 + \sigma^2} \quad (2.9)$$

2.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As redes de Petri vêm sendo utilizadas nas mais diversas áreas desde a sua criação. Desde sua proposta original, diversas extensões foram propostas para este formalismo, equiparando seu poder de modelagem ao da *máquina de Turing* [MLC96].

Neste trabalho foram utilizadas as *Generalized Stochastic Petri nets* (GSPN) que incluem a noção de tempo na proposta original de Carl Petri. Nestas redes, o tempo é associado às transições e segue uma distribuição exponencial. Neste tipo de RdP, é possível obter métricas probabilísticas como a *probabilidade de faltar estoque em uma fábrica*. Observe que este tipo de métrica é inerente das RdP que possuem tempo estocástico associado, como as GSPNs.

Como será demonstrado no Capítulo 4, os modelos criados foram definidos de tal forma que o modelo final possua algumas propriedades desejáveis. Assim, os modelos criados podem ser analisados através da sua simulação, ou analiticamente através da computação das probabilidades da cadeia de Markov (MC) associada ao modelo GSPN. Assim, devido ao conjunto de métricas passíveis de serem obtidas e à possibilidade de computá-las analiticamente, foram escolhidas as GSPNs como formalismo para a avaliação das cadeias de suprimentos.

CAPÍTULO 3

CADEIAS DE SUPRIMENTO

Demora dias para se aprender Marketing. Infelizmente, leva-se uma vida inteira para ser um mestre.

—PHILIP KOTLER (Publicitário e Escritor)

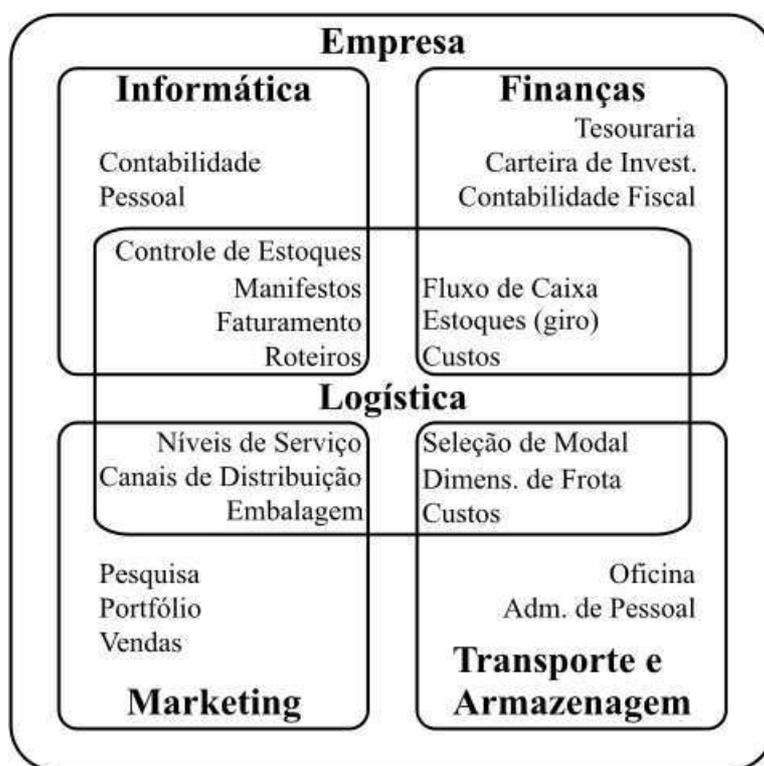
Neste capítulo, será dada uma breve introdução a alguns conceitos importantes referentes às cadeias de suprimentos, que serão necessários ao longo deste trabalho.

A logística começou a ganhar força graças aos meios militares a partir das guerras Napoleônicas. Segundo [ASMS04], isto possivelmente ocorreu com a utilização de armamentos pesados, inseridos no campo de batalha devido à primeira revolução industrial, e toda a sua complexidade de deslocamento. Após sua aplicação na área militar, a logística passou a ser valorizada pelas indústrias civis.

O *Council of Supply Chain Management Professionals* (CSCMP) [CSC], anteriormente conhecido como *Council of Logistics Management* (CLM), diz que o **gerenciamento logístico** envolve tarefas como transporte interno e externo, gerenciamento de frota, armazenagem, cumprimento dos pedidos, desenho da rede logística, gerenciamento de estoque, planejamento de demanda e suprimentos e gerenciamento dos serviços logísticos prestados por terceiros. Assim, para realizar uma avaliação logística é necessário avaliar diversas atividades diferentes das mais diferentes áreas da empresa, conforme denota a Figura 3.1, extraída de [ASMS04].

Apesar da logística não tratar apenas de estoque e distribuição é comum confundir-la com estas atividades. Isto se deve ao fato destas serem as atividades que mais requerem recursos e porque no início, estas eram as atividades que mais requeriam atenção devido aos seus custos. Isto mudou quando se notou que toda a cadeia de suprimentos precisa ser considerada para que se obtenha uma situação ótima [ASMS04].

Ainda de acordo com o CSCMP, além de todas as atividades relacionadas à logística, o **gerenciamento da cadeia de suprimentos** também trata da coordenação e colaboração entre os parceiros de canais, que podem ser fornecedores, intermediários, prestadores



Fonte: [ASMS04, p. 24]

Figura 3.1 Interfaces da logística com outras áreas da empresa.

de serviço e clientes, integrando suprimento e demanda entre as companhias. Assim, a avaliação de uma cadeia de suprimentos deve considerar não apenas os índices da empresa, mas de todas, ou parte, das entidades envolvidas. Pois, muitas vezes, a redução dos custos locais da empresa, pode acarretar em um aumento no custo geral da cadeia de suprimentos [SLKSL00].

A logística de uma empresa pode ser dividida em duas etapas: antes e depois da manufatura dos produtos. A *logística de suprimentos*, também conhecida como *logística de entrada* ou *inbound logistics*¹, trata da movimentação dos produtos (ex.: matérias-primas) a partir dos fornecedores até a empresa. A *logística de distribuição*, *logística de saída*, *distribuição*, *distribuição física*, ou *outbound logistics*², trata do processo pelo qual passam os produtos acabados a partir de sua produção, ou seja, desde seu armazenamento até que sejam entregues aos clientes. Este trabalho é focado na *logística de distribuição* que é, normalmente, a atividade mais complexa [AN00], tendo impacto direto sobre a

¹N. de T.: termo também utilizado em português.

²N. de T.: termo também utilizado em português.

qualidade de serviço prestada pela empresa.

Além destes dois macro-processos, também pode-se analisar a *logística interna*, ou *de operações*, e a *logística reversa*. A primeira diz respeito ao controle das movimentações e dos estoques em processo (WIP³) nas linhas de produção. A segunda, se refere ao fluxo de produtos no sentido *cliente*→*fornecedor*. Segundo [ASMS04], este processo ganhou força nos últimos anos, com a disseminação da reciclagem e a responsabilização de algumas empresas no que tange ao destino de seus produtos utilizados, como ocorre com baterias e pneus.

Os níveis das decisões tomadas no gerenciamento de uma cadeia de suprimentos são classificados como[SLKSL00]:

Nível estratégico. Trata de decisões de longo prazo, o que inclui, por exemplo, decisões no que cerne ao número, localização e capacidade dos depósitos e plantas de produção;

Nível tático. As decisões são, geralmente, revistas em períodos trimestrais ou anuais. Neste nível de decisão, considera-se a estratégia de compras, políticas de estoques e estratégias de transporte;

Nível operacional. Se refere às questões do cotidiano da empresa, como roteamento e carregamento de caminhões.

Este trabalho atém-se às decisões estratégicas e táticas. A Tabela 3.1 fornece um exemplo de algumas decisões tomadas em cada um dos níveis descritos.

3.1 PROJETO DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO

Para que se realize uma boa conceituação e implementação da logística de distribuição de uma empresa, é necessária a correta representação e análise da *rede de distribuição*. Segundo [AN00], esta rede é *a representação físico-espacial dos pontos de origem e destino das mercadorias, bem como de seus fluxos e demais aspectos relevantes, de forma a possibilitar a visualização do sistema logístico no seu todo*.

Em uma rede de distribuição física, os pontos de origem dos produtos são as fábricas, responsáveis pela transformação das matérias-primas em produtos acabados. O ponto

³N. de T.: sigla proveniente do inglês *Work-In-Process*.

Tabela 3.1 Algumas das decisões tomadas por nos níveis estratégico, tático e operacional.

Área	Nível		
	Estratégico	Tático	Operacional
Localização das instalações	Quantidade, área e localização de armazéns, plantas de produção e terminais		
Estoques	Localização de estoques e normas de controle	Níveis de estoque de segurança	Quantidade e momento de reposição
Transporte	Seleção de modal	<i>Leasing</i> de equipamentos	Roteamento e despacho de veículos
Processamento de pedidos	Projeto do sistema de entrada, transmissão de pedidos e processamento		Processamento de pedidos e atendimento de pedidos pendentes
Serviço aos clientes	Padrões de procedimentos	Regras de priorização dos pedidos dos clientes	Preparação de remessas
Armazenagem	Seleção do material de deslocamento, <i>layout</i> da instalação	Escolhas de espaços sazonais e utilização de espaços privados	Separação de pedidos e reposição de estoques
Compra	Desenvolvimento de relações fornecedor-comprador	Contratação, seleção de fornecedores, compras antecipadas	Liberação de pedidos e compras emergenciais

Fonte: [Bal04, p. 53]

final das redes são os clientes. Além disso, podem existir vários intermediários (ex.: atacadistas e representantes) entre a fábrica e o cliente.

Devido à grande quantidade de clientes em uma cadeia de suprimentos é comum agrupá-los em *zonas*. Uma *zona* é composta por diversos clientes de uma mesma região geográfica, que possuem características comuns de consumo e são atendidos pelo mesmo meio de transporte com uma dada periodicidade [AN00]. A Figura 3.2 mostra um esquema de agrupamento dos clientes em zonas para uma determinada região atendida por um depósito.

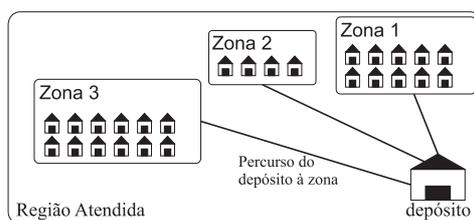


Figura 3.2 Agrupamento dos clientes em zonas para uma região atendida.

Os *intermediários* de uma cadeia de suprimentos têm a função de dar suporte à distribuição de produtos acabados das fábricas. Estes *intermediários* podem ser atacadistas, distribuidores, representantes, ou mesmo depósitos/centros de distribuição da empresa. Sua função é manter estoques de produtos acabados que são distribuídos para os clientes finais. Muitas vezes, estes intermediários disponibilizam um *mix* mais diversificado de produtos, melhorando a qualidade do serviço prestado, reduzindo os *lead times* e a quantidade de pedidos pendentes dos clientes. Na área de logística, entende-se por *lead time* os atrasos, seja no fluxo de informações ou na entrega dos produtos, que ocorrem ao longo da cadeia.

Na Figura 3.3(a), é apresentada uma cadeia de suprimentos onde três fábricas distribuem seus produtos para três zonas. Neste cenário, são necessários nove contatos para que se realize a distribuição. Alterando-se este cenário de forma que as fábricas entreguem seus produtos a um intermediário, que por sua vez os distribui para as zonas, obtém-se uma rede semelhante à descrita na Figura 3.3(b).

Observe que os intermediários podem fazer parte da mesma corporação da empresa (ex.: armazéns), ou mesmo serem empresas independentes (ex.: atacadistas). O primeiro caso é, geralmente, empregado quando a fábrica distribui seus produtos para clientes de uma região distante. Assim, um armazém, mais próximo aos clientes, pode reduzir os custos de transporte e ainda melhorar o nível de serviço. Neste caso, nota-se claramente



(a) Cadeia de suprimentos sem intermediários. (b) Cadeia de suprimentos com um intermediário.

Fonte: [KK05, p. 468]

Figura 3.3 Redução dos contatos da cadeia de suprimentos.

a vantagem da utilização do intermediário.

No segundo caso, porém, quando o intermediário é uma empresa independente, a vantagem de sua utilização pode não ser claramente percebida. Porém, estes intermediários têm a importante função de *diminuir a distância entre a variedade de mercadorias e serviços oferecida pelo fabricante e a variedade necessária para atender à demanda exigida pelo consumidor* [KK05]. Isto ocorre porque, em geral, os fabricantes produzem uma variedade limitada de produtos em grande quantidade, enquanto os clientes demandam uma quantidade limitada de uma grande variedade de produtos.

Além disso, os intermediários ainda possibilitam que os produtos de um fabricante sejam entregues a clientes de localidades cujo atendimento não seria economicamente viável caso fosse realizado diretamente pelo fabricante.

Quanto ao gerenciamento das informações, as cadeias de suprimentos podem ser classificadas como *descentralizadas* ou *centralizadas*. Nas cadeias *descentralizadas*, cada entidade possui informação apenas sobre ela própria e suas decisões são tomadas visando uma *otimização local*. Muitas vezes, a otimização local onera a cadeia de suprimentos como um todo, acarretando, por exemplo, em níveis de estoque mais elevados, quando analisa-se o total de estoque na cadeia de suprimentos.

Nos sistemas *centralizados*, a informação é compartilhada entre as diversas instalações da cadeia de suprimentos. Neste tipo de sistema, as decisões são tomadas objetivando a *otimização global* da cadeia de suprimentos. Quando a rede de distribuição é composta por instalações de uma mesma organização, torna-se mais fácil de implantar esta estratégia. Porém, mesmo quando diversas organizações participam da rede de distribuição, pode-se adotar esta estratégia, repartindo os lucros entre as organizações por meios contratuais [SLKSL00]. Este tipo de sistema auxilia a previsão de demanda, reduzindo a variabilidade dos pedidos ao longo da rede e, conseqüentemente amenizando o *efeito*

chicote, apresentado na Seção 3.4.1, e melhorando os *níveis de serviço*.

3.1.1 Estratégias de Distribuição

A distribuição dos produtos acabados, geralmente, emprega uma ou mais, das seguintes *estratégias de distribuição* [SLKSL00]:

Remessa direta. Os produtos acabados são enviados diretamente da fábrica para os consumidores e varejistas, sem a utilização de intermediários;

Estoques em armazéns. É a estratégia clássica, onde os estoques são mantidos em armazéns/depósitos, a partir dos quais, os pedidos dos clientes são atendidos;

Cross-docking. Os itens são distribuídos para os clientes de forma contínua, através de depósitos que, ao contrário da estratégia anterior, não mantêm estoque. Os itens que chegam a estes estoques não costumam ser estocados por mais de 15 horas.

Na estratégia de *remessa direta*, os fabricantes evitam a utilização de centros de distribuição e depósitos, entregando seus produtos diretamente para varejistas ou mesmo para os clientes finais. Com esta estratégia os custos decorrentes da utilização de depósitos são reduzidos, além de se obter uma redução nos *lead times*. Porém, como se faz necessário o envio de caminhões menores para diversos destinos, devido ao aumento do número de contatos da rede, os custos de transporte aumentam. Esta estratégia mostra-se bastante eficaz em setores que lidam com produtos de alta perecibilidade, uma vez que os *lead times* são reduzidos.

O *cross-docking* procura evitar a armazenagem de produtos acabados, transferindo o estoque físico para *estoques em trânsito*. Para adotá-la, são necessários diversos investimentos e requerem um gerenciamento complexo e caro. Além disso, esta estratégia requer que as informações sejam compartilhadas entre as entidades da cadeia de suprimentos, uma vez que, para se obter um bom gerenciamento do fluxo de produtos através da cadeia de suprimentos é necessário que as previsões de demanda sejam o mais próximo possível da realidade.

Raramente utiliza-se apenas uma destas estratégias para realizar a distribuição dos produtos acabados. Estratégias diferentes podem ser adotadas para clientes e/ou famílias de produtos diferentes. Produtos de alta perecibilidade, por exemplo, podem precisar ser entregues através de remessa direta. Varejistas podem necessitar que estratégias

específicas, como o *cross-docking*, sejam utilizadas e clientes de uma dada região, podem ser melhor atendidos com o uso da estratégia clássica, ou seja, através de depósitos que lhes propiciem um melhor nível de serviço, podendo, ainda, resultar em uma redução de custos.

3.2 CANAIS DE DISTRIBUIÇÃO

A partir do conceito de rede de distribuição, nota-se que os produtos acabados percorrem um determinado caminho desde a sua manufatura até os clientes. Este caminho é denominado *canal de distribuição*, ou *canal de marketing* [KK05, ASMS04]. Em [KK05], os *canais de distribuição* são definidos formalmente como *organizações independentes envolvidas no processo de disponibilizar um produto para uso ou consumo*.

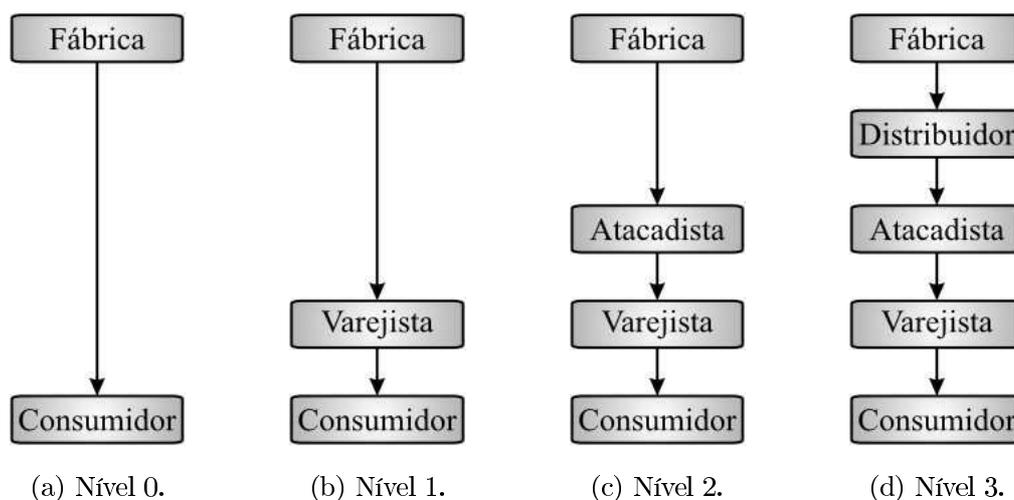
Duas estratégias podem ser utilizadas com relação ao gerenciamento dos estoques dos intermediários de um canal de marketing: *puxar* ou *empurrar*⁴. Nos *sistemas puxados*, a reposição dos estoques dos intermediários do canal de distribuição (ex.: armazéns) é feita a partir da solicitação realizada pelos próprios intermediários aos seus fornecedores. Já nos *sistemas empurrados*, a reposição destes estoques é dada a partir de previsões realizadas pelo próprio fornecedor, que envia seus produtos aos intermediários [KK05, Bal04].

Os canais de distribuição podem ser classificados de acordo com a sua *extensão* ou sua *amplitude*. A *extensão* indica a quantidade de intermediários pelos quais o produto precisa passar desde a manufatura até o consumidor final. Cada um destes intermediários representa um *nível do canal*. Caso a fábrica envie seus produtos diretamente para o consumidor final sem a necessidade de intermediários, ou seja, utilizando a *remessa direta* como estratégia de distribuição, o canal é dito de *nível 0*, ou *canal de marketing direto* [KK05]. Na Figura 3.4 são apresentados quatro cenários com diferentes níveis.

A *amplitude* diz respeito à quantidade de intermediários existentes em um mesmo nível do canal. Quanto à sua *amplitude*, os canais de distribuição podem ser classificados como:

Distribuição exclusiva. Limita-se ao máximo o número de intermediários por nível, muitas vezes havendo apenas um. É utilizada quando o produtor deseja ter mais controle sobre as vendas realizadas por seus revendedores. Esta estratégia é bastante utilizada no mercado da moda, onde grifes de grande porte, como Gucci, costumam

⁴N. de T.: é comum se referir a estas estratégias utilizando-se os termos em inglês *pull* e *push*, respectivamente.



Fonte: [KK05, p. 471]

Figura 3.4 Níveis dos canais de distribuição.

ter lojas próprias, ou fornecer um rigoroso treinamento para vendedores das lojas que revendem a marca.

Distribuição seletiva. Existem poucos intermediários atuando em um mesmo nível, geralmente revendendo produtos específicos. Apesar de não possuir tanto controle sobre os revendedores, quanto na distribuição exclusiva, a empresa ainda fornece treinamento e decide que revendedores irão atuar e como eles o farão. As empresas de celulares são um bom exemplo deste tipo de canal. Geralmente, suas lojas próprias disponibilizam todos os serviços possíveis, enquanto serviços mais simples são disponibilizados através de seus pontos-de-venda (PDV) localizados em grandes varejistas, como Wall-Mart.

Distribuição intensiva. O fabricante procura colocar seus produtos na maior quantidade possível de PDVs. Costuma ser bastante utilizada para itens como cigarros, bebidas, jornais, etc. Este tipo de canal é indicado para *commodities*⁵ e produtos de baixo custo. Apesar de aumentar a cobertura de mercado e as vendas, este tipo de canal pode baixar o preço dos produtos, ao ponto de sua venda não ser mais suficientemente lucrativa.

⁵N. de T.: termo também utilizado em português. Se refere a produtos de baixo custo e consumo freqüente, para os quais apesar do cliente poder ter uma marca de preferência, pode substituí-la facilmente caso não esteja disponível no momento da compra.

Os canais ainda pode ser classificados como *verticais*, *híbridos* e *múltiplos* [ASMS04]. No canais *verticais*, os fluxos de informação e de produtos, ocorre entre as instalações adjacentes. Em uma canal como o da Figura 3.4(b), o consumidor realiza seus pedidos ao varejista que por sua vez solicita à fábrica. A fábrica então envia os produtos para o varejista que se encarrega de suprir a demanda dos clientes.

Em um canal *híbrido*, ocorre uma separação entre os fluxos de informação e de produtos. Neste tipo de canal, o consumidor pode realizar seus pedidos direto para a fábrica, por exemplo, porém o envio dos produtos se dá através dos intermediários do canal. *Call centers* e a internet podem ser utilizados para auxiliar o processo de vendas, tornando o fluxo de informações mais eficiente. A principal vantagem deste tipo de canal, é que o fabricante possui um contato direto com o consumidor final, permitindo-lhe obter informações estratégicas que lhe auxiliam, por exemplo, na previsão de demanda.

Canais *múltiplos* podem ser utilizados para otimizar a cadeia de suprimentos, oferecendo aos clientes mais de uma forma de comprar e receber seus produtos. A empresa pode, por exemplo, vender seus produtos através da internet e ainda possuir lojas físicas para que o cliente efetue suas compras. Exemplo deste tipo de canal ocorre com algumas livrarias que permitem que o cliente compre seus livros pela internet, recebendo-os em casa, ou que a compra seja realizada na própria loja. Observe que, com este tipo de canal, a empresa pode realizar suas vendas mesmo em lugares onde não possua loja física.

3.3 TRANSPORTE DE CARGAS

O transporte de produtos é uma das atividades de maior impacto sobre a qualidade de serviço e os custos da cadeia de suprimentos. Se por um lado, um sistema de transporte super-dimensionado leva a empresa a operar com um custo muito elevado, um sistema sub-dimensionado gera sérios impactos na qualidade de serviço, podendo implicar na perda de vendas. A otimização do transporte de cargas da cadeia de suprimentos é um fator primordial para que se obtenha melhores margens de lucro, uma vez que esta atividade pode representar mais de 50% dos custos logísticos totais [ASMS04].

Neste capítulo, já foram apresentadas algumas das estratégias de distribuição como a remessa direta, o estoque em armazéns e o *cross-docking*. Estas estratégias estão diretamente relacionadas com o sistema de transporte, e o dimensionamento da frota depende, entre outras coisas, da estratégia adotada na cadeia de suprimentos, ou em um canal de distribuição específico. Por exemplo, com o *cross-docking*, que utiliza caminhões

para realizar a distribuição dos produtos, se faz necessário uma quantidade maior de veículos disponíveis, uma vez que nesta estratégia os armazéns não mantêm estoques, substituindo-os pelo fluxo constante de produtos ao longo da cadeia de suprimentos.

A distribuição de produtos pode ser realizada através de cinco *modais de transporte*: *aquaviário*, *dutoviário*, *ferroviário*, *rodoviário* e *aeroviário* [Bal04].

No *modal aquaviário*, o transporte é realizado por vias aquáticas e, conseqüentemente, sua utilização depende da existência de rios e mar, na região atendida. Pode ser subdividido em *marítimo*, quando o transporte é feito pelo mar, e *fluviário*, quando feito por rios. Este modal possui um baixo custo, porém a movimentação de produtos se dá de forma lenta.

Os serviços do *modal dutoviário* ainda são bastante restritos, devido à viabilidade da utilização de dutos no transporte dos produtos. Atualmente, é aplicado principalmente no transporte de petróleo e seus derivados, como o gás. Este modal possui um baixo custo de transporte, e apesar da velocidade dos produtos dentro dos dutos ser lenta, ela é realizada em uma escala⁶ 24/7, o que resulta em uma velocidade efetiva maior que a de outros modais.

No século XIX, com a revolução industrial, o *modal ferroviário* ganhou força, passando a ser mais utilizado que o, então dominante, *modal aquaviário* [MCF01]. No século XX, porém, este modal cedeu espaço para o *modal rodoviário*. Entre outros fatores, isto se deu devido ao elevado custo de implantação de novas ferrovias, quando comparados ao custo das rodovias, e devido à melhor adequação do modal rodoviário com relação à redução dos *lead times*, que viabiliza a entrega dos produtos das empresas em escalas menores. O *modal ferroviário* se mostra mais eficiente no transporte de cargas completas por distâncias mais longas, enquanto o *modal rodoviário* é mais eficiente no transporte de cargas menores em distâncias mais curtas, apesar de poder ser empregado para distâncias mais longas.

Certamente, o *modal aéreo* é o mais eficiente dos modais quando se considera o fator tempo. Porém seu custo bastante elevado, não o torna viável para todos os tipos de mercadorias. No Brasil, o modal rodoviário é o mais utilizado, sendo responsável por 60% do total de transporte de cargas realizado, conforme mostra a Tabela 3.2.

A escolha do modal de transporte a ser utilizado depende de uma série de variáveis quantitativas e qualitativas tais como: *custo operacional*, *lead times*, *disponibilidade e*

⁶Termo utilizado para indicar uma escala de 24 horas por dia durante os 7 dias da semana, ou seja, sem interrupções.

Tabela 3.2 Percentual de carga transportada por modal no Brasil 1996-2000.

Modal	%				
	1996	1997	1998	1999	2000
Aéreo	0,33	0,26	0,31	0,31	0,33
Aquaviário	11,47	11,56	12,69	13,19	13,86
Dutoviário	3,78	4,55	4,44	4,61	4,46
Ferrovário	20,74	20,72	19,99	19,6	20,86
Rodoviário	63,68	62,91	62,57	62,29	60,49
Total	100	100	100	100	100

Fonte: Anuário Estatístico dos Transportes 1996-2000, GEIPOT.

Tabela 3.3 Classificação dos modais de transporte de acordo com os indicadores de desempenho.

Modal	Características de Desempenho				
	Custo 1 = maior	Tempo de Entrega 1 = mais rápido	Variabilidade do Tempo de Entrega		Perdas e Danos 1 = menor
			Absoluta 1 = menor	Percentual 1 = menor	
Ferrovário	3	3	4	3	5
Rodoviário	2	2	3	2	4
Aquaviário	5	5	5	4	2
Dutoviário	4	4	2	1	1
Aéreo	1	1	1	5	3

Fonte: [Bal04, p. 158]

confiabilidade das informações providas, capacidade e segurança na movimentação dos produtos [MMR01]. A Tabela 3.3 apresenta uma classificação dos modais de transporte de acordo com seus resultados para alguns indicadores de desempenho. Esta tabela confirma a afirmação de que o modal aéreo é o mais rápido e o mais caro de todos os modais. Nota-se também, que o modal rodoviário aparece como o segundo modal mais caro e como um dos menos confiáveis, com relação a perdas e danos nos produtos transportados.

Estes modais podem ser utilizados de maneira exclusiva ou combinada. Esta operação com mais de um modal costuma ser denominada como *intermodal*. Esta estratégia visa tirar proveito das vantagens existentes em modais diferentes. Uma das combinações mais comuns é a integração dos modais rodoviário-ferrovário, ou *piggyback*. Esta intermodalidade utiliza as ferrovias para os transportes de longa distância e os caminhões para realizar as entregas porta-a-porta, percorrendo distâncias menores [Bal04].

Nesta intermodalidade, o trem acumula diversas cargas dos caminhões, até que seja completada a sua capacidade, para que então realize o transporte das mercadorias. Com isso, reduz-se os custos de transporte já que o modal ferrovário se mostra mais econômico

para percorrer longas distâncias e ainda se mantém as vantagens do modal rodoviário, como a entrega porta-a-porta.

O principal gargalo no modal ferroviário é o carregamento e descarregamento das mercadorias, devido ao grande volume da carga transportada [ASMS04]. Uma tecnologia recente, conhecida como *rodotrilho* (Figura 3.5), elimina este problema quando se emprega o intermodal rodoviário-ferroviário. Os *rodotrilhos* permitem que as carretas dos caminhões sejam colocadas diretamente sobre os trilhos, sem que haja a necessidade de realizar o transbordo das mercadorias.



Fonte: Empresa Noma do Brasil S.A., <http://www.noma.com.br>, acesso em 10/07/2007

Figura 3.5 Rodotrilho: carretas de caminhões conectadas para andar sobre trilhos.

3.4 CONTROLE DE ESTOQUES

Outro fator preponderante ao se otimizar a cadeia de suprimentos é o *controle de estoques*. Assim como ocorre com os transportes, o excesso de estoques leva a um aumento desnecessário dos custos, enquanto sua escassez impacta consideravelmente a qualidade do serviço prestado. As fórmulas apresentadas ao longo desta seção são baseadas em [Bal04]. Estas fórmulas podem ser aplicadas para estimar, por exemplo, a quantidade ideal de produtos a serem solicitados. Os resultados obtidos podem ser utilizados para criar diferentes cenários, com o intuito de avaliar uma cadeia de suprimentos.

Como apresentado, o gerenciamento dos estoques de um canal de distribuição pode ser feito de maneira puxada ou empurrada. Quando controlado de maneira empurrada, a quantidade a ser enviada para cada cliente deve ser calculada pela soma de sua demanda prevista mais um valor que garanta um nível de serviço de $x\%$. Este cálculo é realizado

conforme a Equação (3.1), onde Q é a quantidade enviada, D é a demanda prevista, s_d é o erro da previsão de demanda e z é obtido a partir da curva de distribuição normal (Apêndice A).

$$Q = D + (z \times s_d) \quad (3.1)$$

Se um armazém atendido pela fábrica, por exemplo, tem uma demanda de 10000 toneladas, e cujo erro de previsão da demanda é de 1000 toneladas, e deseja ter um nível de disponibilidade de 90%, a partir da tabela do Apêndice A, $z = 1,28$ e a quantidade a ser enviada a este armazém será de 11280 toneladas. Caso a fábrica possua excedente de produção, este deverá ser rateado entre os seus clientes de maneira proporcional à sua demanda.

O gerenciamento dos estoques em sistemas puxados pode ser realizado de diferentes maneiras. As principais maneiras são:

(r,Q). Pedidos de Q unidades realizados a cada intervalo de tempo r . O intervalo r é denominado *período de revisão*⁷.

(r,S). A cada intervalo de tempo r é realizado um pedido de $S - IP$, onde IP é a *posição de estoque* atual e S é o nível máximo de estoque.

(s,Q). Quando o estoque atinge um nível mínimo s , realiza-se um pedido de Q unidades.

(s,S). Quando o estoque atinge um nível mínimo s , realiza-se um pedido de $S - IP$, onde IP é a *posição de estoque* atual e S é o nível máximo de estoque.

(r,s,Q). Semelhante à política (s, Q) , porém o nível de estoque só é aferido a cada *período de revisão* r .

(r,s,S). Semelhante à política (s, S) , porém o nível de estoque só é aferido a cada *período de revisão* r .

A *posição de estoque* de uma fábrica, ou um intermediário, é obtida pela soma do seu estoque armazenado com o estoque em processo (WIP⁸), ou seja, os itens solicitados que ainda não chegaram⁹. A política (r, S) pode ser denominada como *política de estoque-base* quando o *período de revisão* é 1 ($r = 1$). Estas políticas apresentadas são do tipo

⁷N. de T.: do inglês *review period*.

⁸N. de T.: sigla proveniente do inglês *Work-In-Process*.

⁹Uma variante desta abordagem também considera os pedidos pendentes ao calcular a *posição de estoque* [Bal04].

make-to-stock (MTS), nas quais as mercadorias são produzidas e armazenadas até que sejam solicitadas pelos clientes.

Na fábrica, a produção ainda pode ser controlada com uma política do tipo *make-to-order* (MTO), onde a produção ocorre após a fábrica receber o pedido dos clientes. A *quantidade ótima de pedido* (Q^*) é calculada conforme a Equação (3.2), onde D é a demanda anual dos itens, S é o custo por pedido, I é o custo percentual de manutenção do estoque por ano e C é o custo por unidade estocada.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{IC}} \quad (3.2)$$

O *intervalo ótimo entre pedidos* e a quantidade de pedidos por ano são obtidos a partir da Equação (3.3) e Equação (3.4), respectivamente.

$$T^* = \frac{Q^*}{D} \quad (3.3)$$

$$N = \frac{D}{Q^*} = (T^*)^{-1} \quad (3.4)$$

Se, por exemplo, um armazém enfrenta uma demanda anual de 10000 toneladas, tendo um custo de \$100 por pedido, custos de manutenção de 25% ao ano e o seu estoque é avaliado em \$20 a unidade estocada. Supondo ainda que existe um erro de 20% na previsão da demanda, a quantidade ótima de pedidos e o intervalo entre pedidos serão de:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(10000)(100)}{(0,25)(20)}} = 632,45 \text{ toneladas}$$

e

$$T^* = 632,45/10000 = 0,063245 \text{ ano} \cong 23 \text{ dias} \cong 3,28874 \text{ semanas}$$

A política baseada na solicitação de uma quantidade fixa de produtos em períodos fixos é aplicada quando se enfrenta uma demanda fixa. A noção de quantidade ótima de pedido pode ser complementada pela definição de *ponto de reposição de estoque* (ROP), permitindo a inclusão da variabilidade de demanda.

O cálculo do ROP, considera os *lead times* de entrega e a variabilidade dos pedidos ao longo destes *lead times*. A Equação (3.5) mostra o cálculo deste ponto de reposição, onde d é a demanda prevista em um intervalo de tempo, r é o período de revisão, LT é o *lead time* de recebimento do pedido, s_d é o erro na previsão da demanda e z é encontrado a partir da tabela do Apêndice A, considerando-se a probabilidade de haver itens em estoque durante o prazo de entrega.

Vale salientar que pode-se atribuir ao intervalo entre revisões de estoque r o *intervalo ótimo entre pedidos* (T^*). As políticas que adotam este período de revisão são denominadas *políticas de revisão periódica* (ex.: (r,s,S)). Além disso, também é possível considerá-lo igual a 0 (zero), neste caso têm-se uma *política de revisão contínua*.

$$s = d \times (r + LT) + (z \times s_d \times \sqrt{LT}) \quad (3.5)$$

Continuando o exemplo anterior, se o armazém enfrenta uma demanda mensal de 1000 toneladas, com um erro de previsão de 100 toneladas, o período de revisão é 0 (zero) o prazo de entrega de pedidos é de 1,5 mês e este armazém deseja ter uma probabilidade de 75% de haver itens em estoque durante o *lead time*, seu ponto de pedido será $s = 1000 \times (0 + 1,5) + (0,67 \times 100 \times \sqrt{1,5}) \cong 232$ toneladas. Assim, sempre que o estoque chegar a um nível de 232 toneladas, será realizado um pedido de 632,45 toneladas.

Quando se considera uma política de estoque do tipo mínimo-máximo (s,S) , o estoque máximo é calculado conforme a Equação (3.6). Este tipo de política é indicado para itens de demanda incerta, ou seja, quando $s_d \geq d$.

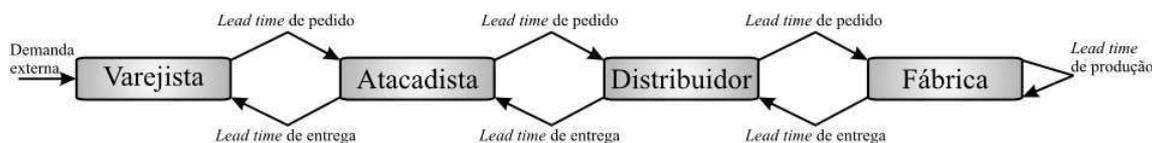
$$S = s + Q^* \quad (3.6)$$

3.4.1 O Efeito Chicote

O *efeito chicote* [LPW97] é a denominação dada ao aumento da variabilidade dos pedidos ao longo da cadeia de suprimentos. Este efeito costuma ser observado mesmo em situações onde existe pouca variabilidade na demanda externa.

A Figura 3.6 mostra uma cadeia de suprimentos bastante simples, composta por quatro instalações. O fluxo de informação neste tipo de cadeia, ocorre dos níveis mais altos para os mais baixos, enquanto o fluxo de produtos ocorre no sentido inverso. No exemplo da figura, o varejista enfrenta uma demanda externa e, para suprir esta demanda, efetua pedidos à instalação subjacente da rede, o atacadista. Por sua vez, o atacadista solicita ao distribuidor seus pedidos, e assim por diante, até chegar na fábrica. Para cada um desses estágios demanda um certo tempo para que os pedidos sejam recebidos e processados pela instalação subjacente.

Uma vez que a fábrica recebe e processa os pedidos do distribuidor, caso não existam itens em estoque, ela produz os itens necessários para atender este pedido. Possuindo itens suficientes em estoque, a fábrica os envia para o distribuidor. Vale salientar que, geralmente, os *lead times* do fluxo de produtos são maiores que os *lead times* do fluxo



Fonte: [SLKSL00, p. 103]

Figura 3.6 Exemplo de uma cadeia de suprimentos.

de informação. Isto se deve ao fato de que os *lead times* do fluxo de informação podem ser reduzidos com ações de baixo custo, como através do *intercâmbio eletrônico de dados* (EDI¹⁰), enquanto a redução dos *lead times* de produtos requerem investimentos mais elevados, como a adoção de modais de transporte mais eficientes (ex.: aéreo).

Cada instalação da cadeia de suprimentos costuma manter estoques visando atender os pedidos recebidos com o menor *lead time* possível. Para isto, se faz necessário realizar uma previsão da demanda de seus clientes. No exemplo dado, a fábrica precisa prever a demanda do distribuidor, que por sua vez estima a demanda do atacadista e assim por diante. Um adendo a esta afirmação, é que, em sistemas *centralizados*, as entidades podem realizar suas previsões baseadas na demanda de todas as outras instalações da cadeia, inclusive a demanda dos clientes, uma vez que estas informações são disponibilizadas para todos os membros da cadeia.

Quanto maior a variabilidade nos pedidos, maior precisa ser o valor adotado para o *estoque de segurança*. O *estoque de segurança* é estimado de forma que a entidade consiga atender possíveis variações na demanda, por ela enfrentada [Bal04]. O valor deste estoque de segurança é estimado com base no *nível de serviço* (SL¹¹) que se deseja prestar. Com o aumento da variabilidade dos pedidos ao longo da cadeia de suprimentos, as entidades dos níveis mais baixos precisam trabalhar com estoques de segurança mais elevados para obter o mesmo nível de serviço das entidades dos níveis mais altos, resultando em um aumento nos seus custos.

Visando amenizar os impactos do *efeito chicote*, [SLKSL00] propõe:

redução de incertezas. Um *sistema centralizado*, onde as informações de demanda do cliente final é compartilhada por todas as instalações da cadeia, auxilia na previsão de demanda, reduzindo o erro nas previsões.

¹⁰N. de T.: sigla proveniente do inglês *Electronic Data Interchange*.

¹¹N. de T.: sigla proveniente do inglês *Service Level*.

redução da variabilidade. Caso o cliente externo realmente possua uma demanda bastante variável, algumas medidas, como a estratégia de *Preço Baixo Todo Dia*¹² (PBTB), podem auxiliar na redução da sua variabilidade de sua demanda. Com isso, mesmo ocorrendo o efeito chicote, as variações observadas ao longo da cadeia serão menores, uma vez que o cliente possuirá uma demanda mais estável.

redução dos *lead times*. *Lead times* mais elevados, tendem a aumentar a variabilidade ao longo da cadeia de suprimentos. Quanto maior o *lead time* enfrentado por uma instalação, maior será o valor adotado para seu estoque de segurança e, conseqüentemente, o aumento da variabilidade devido ao erro na previsão de demanda. Por isso, reduzindo os *lead times*, também reduz-se este efeito.

alianças estratégicas. Estas alianças permitem que as empresas da cadeia de suprimentos, trabalhem de maneira coordenada, com informações centralizadas. A utilização de políticas como a de *estoques gerenciados pelo fornecedor* (VMI¹³) reduz a variabilidade dos pedidos, uma vez que o próprio produtor determina o estoque que seus clientes manterão de seus produtos. Muitas vezes, estas alianças necessitam que ocorra uma divisão nos lucros, entre as instalações da cadeia de suprimentos, geralmente garantida por meios contratuais.

3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou uma breve introdução a conceitos fundamentais no gerenciamento das cadeias de suprimentos. Ao analisar a cadeia de suprimentos, faz-se necessário considerar as diferentes empresas e instalações que fazem parte dela. Otimizar apenas um dos elos, pode onerar a cadeia como um todo.

Este trabalho será focado na análise da *logística de distribuição* das cadeias de suprimento, uma vez que esta é a atividade de maior complexidade e custo. Além disso serão considerados os canais de distribuição verticais, onde o fluxo de informações e produtos ocorre entre as entidades adjacentes da cadeia.

Considera-se ainda, o gerenciamento de estoques puxado dos canais de distribuição, permitindo-se a análise de diversas políticas de estoque (ex.: (s,S)). Apesar do modal rodoviário possuir maior enfoque ao longo deste trabalho, devido à maior utilização e

¹²N. de T.: do inglês *Every Day Low Prices* (EDLP).

¹³N. de T.: sigla proveniente do inglês *Vendor Managed Inventory*.

disponibilidade para a aplicação de estudos de caso, outros modais também podem ser considerados. Estas escolhas foram feitas com o intuito de definir um escopo capaz de englobar as principais características das cadeias de suprimentos.

MODELOS & MÉTRICAS

*Divide as dificuldades em tantas partes como seja possível e necessário
para as resolver.*

—RENÉ DECARTES (Filósofo e Matemático)

Este capítulo, apresenta os modelos propostos para representar as entidades da rede de distribuição (fábricas, consumidores e intermediários). Além destes modelos básicos também são propostos outros modelos para representar, por exemplo, políticas de estoque. Estes modelos, bem como suas regras de composição, permitem uma conversão direta de uma representação de alto nível para um modelo em RdP. Desta forma, pode-se modelar cenários complexos, sem que se tenha um profundo conhecimento em RdP. A composição destes modelos, bem como as propriedades de RdP dos modelos resultantes desta composição, também será tratada. Finalmente, algumas métricas, as quais podem ser extraídas dos modelos propostos, serão apresentadas.

Este trabalho não trata de problemas de roteirização. Seu foco é na avaliação do transporte de produtos, nas diferentes políticas de estoque, na configuração dos canais de distribuição e em alguns índices de qualidade de serviço (QoS¹). Referente aos canais de distribuição é possível, por exemplo, avaliar a inclusão ou remoção de intermediários na cadeia de suprimentos. Os modelos propostos consideram a utilização de *canais verticais* [ASMS04].

Ao longo deste trabalho, o termo *consumidor* (ou *cliente*) é utilizado para se referir às zonas e aos intermediários, enquanto o termo *produtor* (ou *fornecedor*) refere-se às fábricas e aos intermediários.

4.1 MODELOS

Esta seção apresenta os modelos para as entidades envolvidas na rede de distribuição física: fábricas, consumidores e intermediários. Além destas entidades, o modelo para o

¹N. de T.: sigla proveniente do inglês *Quality of Service*.

fluxo de informações/produtos, os modelos para diferentes políticas de estoque e alguns modelos auxiliares também são apresentados.

Este trabalho propõe a utilização de redes de Petri com tempos estocásticos para a modelagem de redes de distribuição física [AML07b]. Especificamente, serão empregadas as *Generalized Stochastic Petri nets* (GSPN) para a definição, formal e visual, dos modelos. Devido à utilização deste formalismo, é possível reaproveitar os modelos propostos com outros tipos de redes que estendem o comportamento das redes de Petri estocásticas.

As *Stochastic Well Formed Petri Nets* (SWN) [CDFH93], por exemplo, estendem as redes estocásticas com cores, permitindo assim, a distinção dos *tokens* dos lugares. Esta capacidade pode ser utilizada, por exemplo, para considerar diferentes produtos no modelo. Em [CDFH90] é demonstrado que o grafo de alcançabilidade resultante desta classe de redes é isomorfo aos processos Markovianos. Conforme apresentado no Capítulo 2, as cadeias de Markov podem ser utilizadas para computar as métricas dos modelos.

Ao definir os modelos é importante que estes sejam mantidos o mais simples possível, visando reduzir o espaço de estados final gerado pela rede e, conseqüentemente, a cadeia de Markov associada (EMC). Com isso, também se reduz o tempo de simulação e/ou análise dos modelos. Além deste aspecto, é importante que a rede seja *limitada*, caso contrário, o espaço de estados será infinito e não será possível computar as métricas a partir da EMC.

Alguns dos elementos, como lugares duais, foram inseridos nos modelos básicos com o intuito de garantir algumas propriedades de redes de Petri (ex.: limitação estrutural) no modelo resultante da sua composição. Ao utilizar os modelos aqui apresentados, ainda é possível aplicar reduções ou refinamentos nas transições [Mur89]. Além disso, a aproximação por fases pode ser aplicada às transições estocásticas para que estas representem outras distribuições polinômio-exponenciais além da exponencial (ex.: Erlang e Hiper-Exponencial) [DAJ94].

Muitas vezes, os dados de tempo (ex.: intervalo entre saídas e tempo de viagem) obtidos após o levantamento dos dados da cadeia de suprimentos, são representados em unidades de tempo diferentes (ex.: horas e dias). É imprescindível que ao passar estes parâmetros para os modelos, seja utilizada a mesma unidade de tempo. Assim, caso a unidade de tempo do modelo seja representada em horas e o intervalo entre viagens para um cliente tenha sido obtido em dias, por exemplo, será necessário convertê-los para horas.

A seguir, serão apresentados os modelos GSPN propostos. Para cada modelo será apresentada a sua representação gráfica e sua definição formal. Observe que, visando obter uma melhor visualização, os índices utilizados nas definições formais dos modelos serão omitidos nas imagens com as suas representações gráficas.

4.1.1 Fábrica

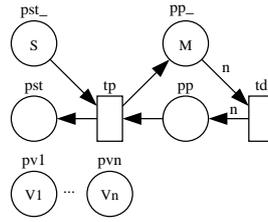


Figura 4.1 Modelo GSPN para as fábricas.

Uma vez que a distribuição física trata da distribuição dos produtos acabados desde a sua manufatura até os consumidores finais, as fábricas representam os pontos de origem de produto na rede. Elas são responsáveis pela produção e envio de seus produtos para intermediários (ex.: armazéns e atacadistas), ou diretamente para os consumidores finais (remessa direta).

Cada fábrica da rede de distribuição física será representada por um modelo GSPN conforme mostra a Figura 4.1. O modelo básico da fábrica utiliza uma política de estoques do tipo (r, Q) , outros modelos de estoque serão apresentados na Seção 4.1.8. Também são contemplados o estoque e a capacidade produtiva da fábrica. A Definição 4.1 apresenta formalmente este modelo.

Definição 4.1 (Fábrica). O modelo para cada fábrica é uma GSPN definida como $FC_i = (P^{FC_i}, T^{FC_i}, \pi^{FC_i}, I^{FC_i}, O^{FC_i}, H^{FC_i}, g^{FC_i}, ss^{FC_i}, \mu_0^{FC_i}, W^{FC_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{FC_i} = \{pst^{FC_i}, pst_{-}^{FC_i}, pp^{FC_i}, pp_{-}^{FC_i}, pv1^{FC_i}, \dots, pvn^{FC_i}\};$
- $T^{FC_i} = \{td^{FC_i}, tp^{FC_i}\};$
- $\pi^{FC_i}(t) = 0, \forall t \in T^{FC_i};$
- $I^{FC_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{FC_i}, pp_{-}^{FC_i})\}; \\ 1, & \text{se } (t, p) \in \{(tp^{FC_i}, pp^{FC_i}), (tp^{FC_i}, pst_{-}^{FC_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

- $O^{FC_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{FC_i}, pp^{FC_i})\}; \\ 1, & \text{se } (t, p) \in \{(tp^{FC_i}, pp_{-}^{FC_i}), (tp^{FC_i}, pst^{FC_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{FC_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{FC_i} \wedge \forall p \in P^{FC_i};$
- $g^{FC_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{FC_i};$
- $ss^{FC_i}(t) = 1, \forall t \in T^{FC_i};$
- $\mu_0^{FC_i}(p) = \begin{cases} S, & \text{se } p = pst_{-}^{FC_i}; \\ V1, & \text{se } p = pv1^{FC_i}; \\ \dots & \\ Vn, & \text{se } p = pvn^{FC_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $W^{FC_i}(t) = \begin{cases} \lambda_{td^{FC_i}}, & \text{se } t = td^{FC_i}; \\ \lambda_{tp^{FC_i}}, & \text{se } t = tp^{FC_i}. \end{cases}$

O lugar pst^{FC_i} representa o estoque atual da fábrica, enquanto o lugar $pst_{-}^{FC_i}$ representa o espaço físico disponível no estoque. A marcação inicial $\mu_0(pst_{-}^{FC_i})$ representa a capacidade total do estoque, supondo que inicialmente o estoque se encontra vazio. Observe que pst^{FC_i} e $pst_{-}^{FC_i}$ são lugares duais. Assim, toda transição que remover um *token* de pst^{FC_i} precisa colocar um *token* em $pst_{-}^{FC_i}$ e vice-versa.

Cada *token* no lugar pp^{FC_i} , representa uma solicitação para produzir uma *stock keeping unit*² (SKU). O lugar $pp_{-}^{FC_i}$ é o lugar dual de pp^{FC_i} e foi inserido com a finalidade de gerar um modelo final estruturalmente limitado, garantindo um espaço de estados finito.

Para cada meio de transporte disponível na fábrica, deve-se incluir um lugar pvx^{FC_i} , onde cada lugar representa um meio de transporte específico. A quantidade de meios de transporte depende da avaliação a ser realizada. No modelo da fábrica, um lugar $pv1^{FC_i}$ poderia representar aviões, enquanto um lugar $pv2^{FC_i}$ poderia representar caminhões. Se a avaliação requer uma diferenciação entre os diversos tipos de caminhões (ou qualquer outro meio de transporte), cada tipo de caminhão deveria ser representado por um lugar diferente. Supondo que os caminhões da fábrica são representados pelo lugar $pv1^{FC_i}$, $V1 = \mu_0(pv1^{FC_i})$ determina a quantidade de caminhões que a fábrica possui.

²N. de T.: termo também utilizado em português. Denota uma unidade estocada de produto acabado (ex.: tonelada, caixa e palette).

A representação dos diferentes meios de transporte é importante, pois o custo e o tempo de distribuição podem variar consideravelmente dependendo do meio de transporte utilizado. Além disso, cada meio de transporte possui uma capacidade máxima que precisa ser respeitada ao criar os modelos. Caminhões diferentes, por exemplo, possuem diferentes capacidades de carga. Quando os pedidos são enviados para um consumidor, uma determinada quantidade de SKUs é removida do estoque. Esta quantidade precisa ser menor ou igual à capacidade máxima do meio de transporte utilizado para transportar os produtos.

O disparo da transição td^{FC_i} representa a solicitação para a produção de n SKUs, onde $n = O(td^{FC_i}, pp^{FC_i}, \mu)$. O disparo da transição tp^{FC_i} representa a produção de uma SKU. A taxa desta transição deve ser baseada na capacidade produtiva real da fábrica.

Se não houver *tokens* no lugar pp_{FC_i} em qualquer marcação alcançável, a transição que modela a solicitação de pedidos internos da fábrica será desabilitada, o que não é desejado. Assim, a marcação inicial deste lugar (ou seja, $\mu_0(pp_{FC_i})$) deve ser suficientemente alta para garantir que $\mu(pp_{FC_i}) > 0, \forall \mu \in RS$.

Uma vez que o disparo da transição td^{FC_i} remove n *tokens* do lugar pp_{FC_i} , pode-se observar que quanto maior for n ou $\lambda_{td^{FC_i}}$, maior precisará ser $\mu_0(pp_{FC_i})$. Também é necessário que $\mu_0(pp_{FC_i}) \geq n$. Se esta restrição não for respeitada, a transição td^{FC_i} nunca ficaria habilitada.

4.1.2 Zona

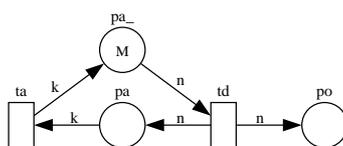


Figura 4.2 Modelo GSPN para as zonas.

Em uma cadeia de suprimentos, frequentemente existe um número muito grande de clientes. Representar estes clientes individualmente no modelo é muitas vezes inviável. Assim, é comum realizar o agrupamento de clientes em *zonas*. Uma zona é composta por diversos clientes de uma mesma região geográfica, que possuem características comuns de consumo e são atendidos pelo mesmo meio de transporte com uma dada periodicidade [AN00]. Estas zonas são o ponto de destino final dos produtos acabados.

Cada zona da rede de distribuição física será representada por um modelo GSPN conforme mostra a Figura 4.2. O modelo básico da zona considera que a cada período de tempo serão solicitadas n SKUs ao produtor que provê a zona (ou seja, fábricas e intermediários). Na prática, é comum um consumidor enviar pedidos para um produtor que irá acumulá-los até que se atinja uma quantidade c que torne viável o envio dos produtos. Geralmente, esta quantidade c é um valor muito próximo, ou igual, à carga completa do veículo utilizado para o transporte.

Vale frisar, que a modelagem do envio destes pequenos pedidos de n SKUs ao produtor a cada período de tempo t , pode aumentar o espaço de estados gerado pela RdP. Supondo que uma zona solicite 3 toneladas por dia ao produtor e que o produtor só poderá enviar os pedidos quando estes totalizarem pelo menos 9 toneladas, seria possível aumentar o período entre as solicitações do cliente de forma a solicitar 9 toneladas a cada 3 dias. Este procedimento diminuirá o espaço de estados. Note porém que, neste exemplo, não haveria pedidos pendentes para o cliente no primeiro e segundo dias, tornando esta opção inviável, caso fosse necessário avaliar a demanda dos clientes detalhadamente. A Definição 4.2 apresenta formalmente este modelo.

Definição 4.2 (Zona). O modelo para cada zona é uma GSPN definida como $ZN_i = (P^{ZN_i}, T^{ZN_i}, \pi^{ZN_i}, I^{ZN_i}, O^{ZN_i}, H^{ZN_i}, g^{ZN_i}, ss^{ZN_i}, \mu_0^{ZN_i}, W^{ZN_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{ZN_i} = \{pa^{ZN_i}, pa_{-}^{ZN_i}, po^{ZN_i}\};$
- $T^{ZN_i} = \{td^{ZN_i}, ta^{ZN_i}\};$
- $\pi^{ZN_i}(t) = 0, \forall t \in T^{ZN_i};$
- $I^{ZN_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{ZN_i}, pa_{-}^{ZN_i})\}; \\ k, & \text{se } (t, p) \in \{(ta^{ZN_i}, pa^{ZN_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{ZN_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{ZN_i}, pa^{ZN_i}), (td^{ZN_i}, po^{ZN_i})\}; \\ k, & \text{se } (t, p) \in \{(ta^{ZN_i}, pa_{-}^{ZN_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{ZN_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{ZN_i} \wedge \forall p \in P^{ZN_i};$
- $g^{ZN_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{ZN_i};$

- $s_S^{Z_{N_i}}(t) = \begin{cases} \infty, & \text{se } t = ta^{Z_{N_i}}; \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $\mu_0^{Z_{N_i}}(p) = \begin{cases} M, & \text{se } p = pa_{-}^{Z_{N_i}}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $W^{Z_{N_i}}(t) = \begin{cases} \lambda_{td^{Z_{N_i}}}, & \text{se } t = td^{Z_{N_i}}; \\ \lambda_{ta^{Z_{N_i}}}, & \text{se } t = ta^{Z_{N_i}}. \end{cases}$

As marcações nos lugares $po^{Z_{N_i}}$ e $pa^{Z_{N_i}}$ representam os pedidos que ainda não foram enviados para a zona e os pedidos que ainda não foram entregues na zona. O lugar $pa_{-}^{Z_{N_i}}$ é o lugar dual de $pa^{Z_{N_i}}$ e foi inserido com a finalidade de gerar um modelo final estruturalmente limitado, garantindo um espaço de estados finito.

O disparo da transição $td^{Z_{N_i}}$ denota a solicitação de n SKUs ao fornecedor da zona, onde $n = O(td^{Z_{N_i}}, pa^{Z_{N_i}}, \mu)$. Estas solicitações são geradas a uma taxa $\lambda_{td^{Z_{N_i}}}$. O disparo da transição $ta^{Z_{N_i}}$ representa a chegada de uma carga de k SKUs à zona. Esta quantidade k precisa ser igual à quantidade c retirada do estoque do seu fornecedor, ou seja, a quantidade transportada pelo veículo na viagem. Este valor será mostrado no modelo de *fluxo* apresentado na Seção 4.1.4.

Se não houver *tokens* em $pa_{-}^{Z_{N_i}}$ em qualquer marcação alcançável, a transição que modela a demanda da zona será desabilitada, o que não é desejado. Assim, a marcação inicial deste lugar (ou seja, $\mu_0(pa_{-}^{Z_{N_i}})$) deve ser suficientemente alta para garantir que $\mu(pa_{-}^{Z_{N_i}}) > 0, \forall \mu \in RS$.

Uma vez que o disparo da transição $td^{Z_{N_i}}$ remove n *tokens* do lugar $pa_{-}^{Z_{N_i}}$, observa-se que quanto maior for n ou $\lambda_{td^{Z_{N_i}}}$, maior precisará ser $\mu_0(pa_{-}^{Z_{N_i}})$. Também é necessário que $\mu_0(pa_{-}^{FC_i}) \geq n$. Se esta restrição não for respeitada, a transição $td^{Z_{N_i}}$ nunca ficaria habilitada.

4.1.3 Intermediário

É comum a existência de intermediários em uma rede de distribuição física. Estes intermediários podem ser controlados diretamente pela fábrica, como ocorre com armazéns e representantes exclusivos, ou podem ser entidades independentes, como atacadistas ou centros de distribuição de varejistas. Podem existir vários intermediários entre uma fábrica e o consumidor final. O nível deste *canal de distribuição*, da fábrica até o consumidor

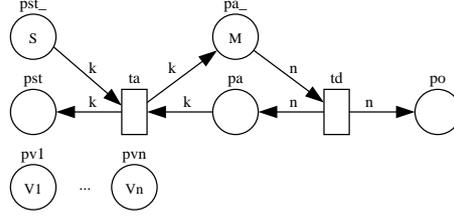


Figura 4.3 Modelo GSPN para os intermediários.

final, é dado pela quantidade de intermediários existentes. Caso a fábrica distribua seus produtos diretamente para o consumidor, o canal é dito de nível zero.

Cada intermediário da rede de distribuição física será representado por um modelo GSPN conforme mostra a Figura 4.3. O modelo básico dos intermediários utiliza uma política de estoques do tipo (r, Q) , outros modelos de estoque serão apresentados na Seção 4.1.8. A Definição 4.3 apresenta formalmente este modelo.

Definição 4.3 (Intermediário). O modelo para cada intermediário é uma GSPN definida como $IE_i = (P^{IE_i}, T^{IE_i}, \pi^{IE_i}, I^{IE_i}, O^{IE_i}, H^{IE_i}, g^{IE_i}, ss^{IE_i}, \mu_0^{IE_i}, W^{IE_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{IE_i} = \{pa^{IE_i}, pa_{-}^{IE_i}, po^{IE_i}, pst^{IE_i}, pst_{-}^{IE_i}, pv1^{IE_i}, \dots, pvn^{IE_i}\};$
- $T^{IE_i} = \{td^{IE_i}, ta^{IE_i}\};$
- $\pi^{IE_i}(t) = 0, \forall t \in T^{IE_i};$
- $I^{IE_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{IE_i}, pa_{-}^{IE_i})\}; \\ k, & \text{se } (t, p) \in \{(ta^{IE_i}, pa^{IE_i}), (ta^{IE_i}, pst_{-}^{IE_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{IE_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{IE_i}, pa^{IE_i}), (td^{IE_i}, po^{IE_i})\}; \\ k, & \text{se } (t, p) \in \{(ta^{IE_i}, pa_{-}^{IE_i}), (ta^{IE_i}, pst^{IE_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{IE_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{IE_i} \wedge \forall p \in P^{IE_i};$
- $g^{IE_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{IE_i};$
- $ss^{IE_i}(t) = \begin{cases} \infty, & \text{se } t = ta^{IE_i}; \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\bullet \mu_0^{IE_i}(p) = \begin{cases} M, & \text{se } p = pa_{IE_i}; \\ S, & \text{se } p = pst_{IE_i}; \\ V1, & \text{se } p = pv1^{IE_i}; \\ \dots & \\ Vn, & \text{se } p = pvn^{IE_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\bullet W^{IE_i}(t) = \begin{cases} \lambda_{td^{IE_i}}, & \text{se } t = td^{IE_i}; \\ \lambda_{ta^{IE_i}}, & \text{se } t = ta^{IE_i}. \end{cases}$$

Os intermediários possuem características inerentes às zonas e às fábricas. Observe que apesar de não produzirem propriamente os produtos acabados, os intermediários solicitam estes produtos aos seus fornecedores e fornecem estes produtos aos seus consumidores. As explicações dadas para os modelos da fábrica e da zona também são válidas para o modelo dos intermediários.

4.1.4 Fluxo

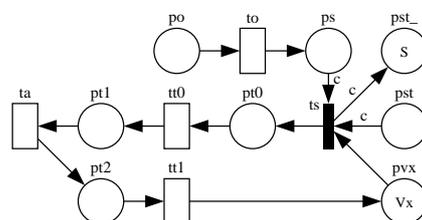


Figura 4.4 Modelo GSPN para os fluxos de informação/produtos.

Este modelo representa o fluxo de produtos do produtor para o consumidor e o fluxo de informações do consumidor para o produtor. Além disso, também representa o retorno do meio de transporte utilizado para o ponto de saída (produtor).

Cada fluxo da rede de distribuição física será representado por um modelo GSPN conforme mostra a Figura 4.4. No modelo aqui apresentado contemplam-se os tempos para o envio do pedido do consumidor até o produtor, o tempo de viagem e entrega no consumidor e o tempo de retorno do veículo para o produtor. Note que o consumidor pode ser tanto uma zona quanto um intermediário, e o produtor pode ser tanto uma fábrica quanto um intermediário.

A técnica de refinamento e redução de transições [Mur89] pode ser aplicada sobre as transições temporizadas com a finalidade de incluir ou remover, respectivamente, fases dos fluxos contemplados. É possível, por exemplo, incluir um fluxo específico para considerar o tempo de carregamento dos veículos, ou unificar todo o tempo de viagem como sendo uma única fase. A Definição 4.4 apresenta formalmente este modelo.

Definição 4.4 (Fluxo). O modelo para cada fluxo de informações/produtos é uma GSPN definida como $FL_i = (P^{FL_i}, T^{FL_i}, \pi^{FL_i}, I^{FL_i}, O^{FL_i}, H^{FL_i}, g^{FL_i}, ss^{FL_i}, \mu_0^{FL_i}, W^{FL_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{FL_i} = \{po^{FL_i}, ps^{FL_i}, pst^{FL_i}, pst_{-}^{FL_i}, pvx^{FL_i}, pt0^{FL_i}, pt1^{FL_i}, pt2^{FL_i}\};$
- $T^{FL_i} = \{to^{FL_i}, ts^{FL_i}, ta^{FL_i}, tt0^{FL_i}, tt1^{FL_i}\};$
- $\pi^{FL_i}(t) = \begin{cases} > 1, & \text{se } t = ts^{FL_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $I^{FL_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} c, & \text{se } (t, p) \in \{(ts^{FL_i}, pst^{FL_i}), (ts^{FL_i}, ps^{FL_i})\}; \\ 1, & \text{se } (t, p) \in \{(to^{FL_i}, po^{FL_i}), (ts^{FL_i}, pvx^{FL_i}), \\ & (tt0^{FL_i}, pt0^{FL_i}), (ta^{FL_i}, pt1^{FL_i}), (tt1^{FL_i}, pt2^{FL_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{FL_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} c, & \text{se } (t, p) \in \{(ts^{FL_i}, pst_{-}^{FL_i})\}; \\ 1, & \text{se } (t, p) \in \{(to^{FL_i}, ps^{FL_i}), (ts^{FL_i}, pt0^{FL_i}), (tt0^{FL_i}, pt1^{FL_i}), \\ & (ta^{FL_i}, pt2^{FL_i}), (tt1^{FL_i}, pvx^{FL_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{FL_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{FL_i} \wedge \forall p \in P^{FL_i};$
- $g^{FL_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{FL_i};$
- $ss^{FL_i}(t) = \infty, \forall t \in T^{FL_i};$
- $\mu_0^{FL_i}(p) = \begin{cases} S^{FL_i}, & \text{se } p = pst_{-}^{FL_i}; \\ Vx^{FL_i}, & \text{se } p = pvx^{FL_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\bullet W^{FL_i}(t) = \begin{cases} w_{ts^{FL_i}}, & \text{se } t = ts^{FL_i}; \\ \lambda_{to^{FL_i}}, & \text{se } t = to^{FL_i}; \\ \lambda_{tt0^{FL_i}}, & \text{se } t = tt0^{FL_i}; \\ \lambda_{ta^{FL_i}}, & \text{se } t = ta^{FL_i}; \\ \lambda_{tt1^{FL_i}}, & \text{se } t = tt1^{FL_i}. \end{cases}$$

Ao modelar a rede de distribuição, será criada uma conexão entre um produtor e um consumidor, indicando que o consumidor é atendido pelo produtor através de um dado fluxo de informações e produtos. Nos modelos GSPNs, será realizada uma composição entre os referidos modelos e o modelo de fluxos aqui apresentado.

No fluxo de informações, este modelo representa o processamento dos pedidos dos consumidores, representados pelo seu lugar po^{FL_i} . Já o fluxo de produtos irá ocorrer utilizando-se um veículo pvx^{FL_i} disponível no produtor e uma quantidade c de SKUs disponíveis no seu estoque, representado pelos lugares pst^{FL_i} e $pst_^{FL_i}$. A entrega dos produtos no consumidor é modelada pela sua transição ta^{FL_i} . Observe que estes elementos são homônimos aos respectivos elementos dos modelos para os produtores (fábricas e intermediários) e dos consumidores (intermediários e zonas).

Os produtores possuem um lugar diferente para representar cada tipo de veículo disponível e o fluxo de produtos ocorre utilizando-se um único tipo de veículo. Supondo que o consumidor é servido por uma fábrica com veículos representados pelo seu lugar $pv1^{FC_i}$, ocorrerá uma fusão entre este lugar e o lugar pvx^{FL_i} do modelo de fluxo. Estas composições serão melhor detalhadas na Seção 4.3.4.

Cada marcação no lugar po^{FL_i} representa um pedido recém realizado pelo consumidor. Cada marca nos lugares $pt0^{FL_i}$, $pt1^{FL_i}$ e $pt2^{FL_i}$ representa um veículo viajando para o consumidor, entregando produtos no consumidor e o retornando para seu ponto de origem (produtor). Os *tokens* no lugar ps^{FL_i} denotam os pedidos que já chegaram ao produtor, porém ainda não foram atendidos, seja devido à falta de produtos no estoque ou devido à falta de veículos para realizar a entrega³.

O disparo da transição ts^{FL_i} modela o envio de produtos ao consumidor. Quando ocorre o disparo desta transição, c *tokens* são removidos do lugar pst^{FL_i} , o que representa a retirada de c SKUs do estoque do produtor. Esta quantidade não deve exceder a quantidade máxima suportada pelo meio de transporte utilizado para realizar as entregas para o consumidor.

³É comum se referir a estes pedidos pendentes como *backorders*, termo proveniente do inglês.

Na prática costuma-se realizar uma classificação ABC dos clientes, onde os clientes mais importantes são classificados como A, e assim por diante [AN00]. Pode-se então dar prioridade de atendimento a pedidos realizados por clientes A, em relação aos pedidos feitos por clientes B, por exemplo. A transição imediata ts^{FL_i} permite que se modele a prioridade de envio de mercadorias para determinados clientes de um produtor. Isto é possível atribuindo-se diferentes *prioridades* (ou seja, $\pi^{FL_i}(ts^{FL_i})$) ou *pesos* (ou seja, $W^{FL_i}(ts^{FL_i})$) às transições ts^{FL_i} dos diferentes fluxos atendidos pelo mesmo produtor.

Suponha um cenário em que duas zonas ZN_1 e ZN_2 são atendidas por uma fábrica FC_1 através de dois fluxos FL_1 e FL_2 , utilizando o mesmo tipo de veículo, e que só existe um veículo deste tipo disponível na fábrica. Se em um dado momento os pedidos de ambas as zonas estiverem prontos para serem enviados, ocorrerá um conflito entre estas zonas, já que a fábrica só dispõe de um veículo. Este conflito será resolvido considerando a *prioridade* e o *peso* das transições ts^{FL_1} e ts^{FL_2} [MLC96]. Neste cenário, caso a prioridade da zona ZN_1 seja maior que a da zona ZN_2 ($\pi^{FL_1}(ts^{FL_1}) > \pi^{FL_2}(ts^{FL_2})$), os produtos sempre serão enviados à zona ZN_1 . Se, por outro lado, estas zonas possuem a mesma prioridade ($\pi^{FL_1}(ts^{FL_1}) = \pi^{FL_2}(ts^{FL_2})$), o conflito será resolvido probabilisticamente, considerando os pesos $W^{FL_1}(ts^{FL_1})$ e $W^{FL_2}(ts^{FL_2})$ das transições. Supondo, por exemplo, que $W^{FL_1}(ts^{FL_1}) = 0,6$ e $W^{FL_2}(ts^{FL_2}) = 0,4$, sempre que ocorrer um conflito haverá uma chance de 60% dos produtos serem enviados para a zona ZN_1 e de 40% dos produtos serem enviados para a zona ZN_2 . Observe que, caso a prioridade e o peso das referidas transições seja igual, a probabilidade dos produtos serem enviados para cada uma das zonas também será igual (50%).

O disparo das transições to^{FL_i} , $tt0^{FL_i}$, ta^{FL_i} e $tt1^{FL_i}$ modelam, respectivamente, um pedido do consumidor, a viagem do veículo do produtor ao consumidor, a entrega de produtos ao consumidor e o retorno do veículo ao produtor. Na prática, é possível existir mais de um veículo entregando produtos em um consumidor, ou viajando do produtor para o consumidor, ou vice-versa. Por isso, as transições temporizadas deste modelo de fluxo precisam considerar uma semântica com infinitos servidores (ISS⁴) [MBC⁺95]. Nesta semântica, proveniente da teoria das filas, as taxas das transições são incrementadas juntamente com seus graus de habilitação. A variável de tempo, associada à habilitação das transições, será decrementada em paralelo até que atinja-se zero, acarretando no disparo da transição.

⁴N. de T.: sigla proveniente do inglês *Infinite Server Semantics*.

4.1.5 Docas

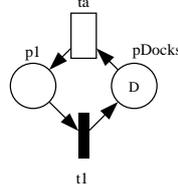


Figura 4.5 Modelo GSPN para docas nos pontos de *cross-docking*.

Ao avaliar uma rede de distribuição física que possua centros de distribuição (CD), ou armazéns, para a realização de *cross-docking* é necessário representar as docas de entrada dos veículos. Os veículos utilizam as docas de entrada disponíveis no CD para descarregar os produtos. Estes produtos são, então, enviados para os consumidores do CD.

Como um CD pode receber produtos de diversos fornecedores é necessário modelar as docas de entrada, já que a quantidade de veículos que descarregam produtos pode ser no máximo igual à quantidade de docas do CD. As docas de um CD serão representadas por um modelo GSPN, conforme mostra a Figura 4.5. A Definição 4.5 apresenta formalmente este modelo.

Definição 4.5 (Docas). O modelo para as docas de cada intermediário é uma GSPN definida como $DK_i = (P^{DK_i}, T^{DK_i}, \pi^{DK_i}, I^{DK_i}, O^{DK_i}, H^{DK_i}, g^{DK}, ss^{DK}, \mu_0^{DK_i}, W^{DK_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{DK_i} = \{p1^{DK_i}, pDocks^{DK_i}\}$;
- $T^{DK_i} = \{t1^{DK_i}, ta^{DK_i}\}$;
- $\pi^{DK_i}(t) = \begin{cases} > 1, & \text{se } t = t1^{DK_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $I^{DK_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} 1, & \text{se } (t, p) \in \{(t1^{DK_i}, p1^{DK_i}), (ta^{DK_i}, pDocks^{DK_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{DK_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} 1, & \text{se } (t, p) \in \{(t1^{DK_i}, pDocks^{DK_i}), (ta^{DK_i}, p1^{DK_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{DK_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{DK_i} \wedge \forall p \in P^{DK_i}$;

- $g^{DK_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{DK_i};$
- $s_s^{DK_i}(t) = \infty, \forall t \in T^{DK_i};$
- $\mu_0^{DK_i}(p) = \begin{cases} D^{DK_i}, & \text{se } p = pDocks^{DK_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $W^{FL_i}(t) = \begin{cases} w_{t1^{DK_i}}, & \text{se } t = t1^{DK_i}; \\ \lambda_{ta^{DK_i}}, & \text{se } t = ta^{DK_i}; \end{cases}$

Para utilizar este modelo em conjunto com o modelo dos intermediários, deverá ser realizada uma fusão entre suas respectivas transições ta^{DK_i} e ta^{IE_i} . A habilitação da transição ta^{IE_i} do intermediário só poderá ocorrer caso exista alguma doca disponível. Uma vez que esta transição utiliza a semântica *ISS*, quando o modelo das docas é considerado, a transição ta^{IE_i} passará a utilizar uma semântica *k-server*, onde $k = \mu_0(pDocks^{DK_i})$. Note que $\mu_0(pDocks^{DK_i})$ denota a quantidade de docas do intermediário. Assim, pode-se ter no máximo k veículos entregando produtos ao intermediário ao mesmo tempo.

4.1.6 Atraso Inicial

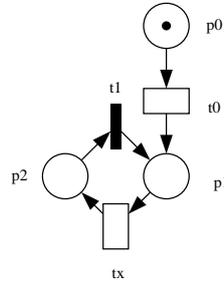


Figura 4.6 Modelo GSPN para atribuir um atraso inicial a uma transição.

Este modelo (vide Figura 4.6) tem como finalidade fazer com que a primeira habilitação de uma transição ocorra em pelo menos $1/\lambda_{t0^{SD_i}}$ unidades de tempo. A Definição 4.6 apresenta este modelo.

Definição 4.6 (Atraso Inicial). O modelo para cada atraso inicial é uma GSPN definida como $SD_i = (P^{SD_i}, T^{SD_i}, \pi^{SD_i}, I^{SD_i}, O^{SD_i}, H^{SD_i}, g^{SD_i}, s_s^{SD_i}, \mu_0^{SD_i}, W^{SD_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{SD_i} = \{p0^{SD_i}, p1^{SD_i}, p2^{SD_i}\};$

- $T^{SD_i} = \{t0^{SD_i}, t1^{SD_i}, tx^{SD_i}\};$
- $\pi^{SD_i}(t) = \begin{cases} > 1, & \text{se } t = t1^{SD_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $I^{SD_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} 1, & \text{se } (t, p) \in \{(t0^{SD_i}, p0^{SD_i}), (tx^{SD_i}, p1^{SD_i}), (t1^{SD_i}, p2^{SD_i})\} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{SD_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} 1, & \text{se } (t, p) \in \{(t0^{SD_i}, p1^{SD_i}), (tx^{SD_i}, p2^{SD_i}), (t1^{SD_i}, p1^{SD_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{SD_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{SD_i} \wedge \forall p \in P^{SD_i};$
- $g^{SD_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{SD_i};$
- $ss^{SD_i}(t) = 1, \forall t \in T^{SD_i};$
- $\mu_0^{SD_i}(p) = \begin{cases} 1, & \text{se } p = p0^{SD_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $W^{SD_i}(t) = \begin{cases} w_{t1^{SD_i}}, & \text{se } t = t1^{SD_i}; \\ \lambda_{t0^{SD_i}}, & \text{se } t = t0^{SD_i}; \\ \lambda_{tx^{SD_i}}, & \text{se } t = tx^{SD_i}. \end{cases}$

Para que se considere um atraso em uma transição t qualquer do modelo, basta que se realize uma composição com este componente, através da fusão de sua transição tx^{SD_i} e a referida transição t . Assim, a primeira habilitação desta transição só poderia ocorrer a partir de $1/\lambda_{t0^{SD_i}}$ unidades de tempo⁵.

Suponha um cenário onde duas zonas ZN_1 e ZN_2 são atendidas por uma fábrica, e que ambas as zonas enviam um pedido de 10 SKU à fábrica a cada 4 dias. Caso estas zonas enviem seus pedidos para a fábrica ao mesmo tempo, a fábrica precisará dispor de 20 SKUs no estoque a cada 4 dias. Porém, se a zona ZN_2 só faz pedidos no segundo dia, a fábrica precisaria ter apenas 10 SKUs a cada 2 dias. Observe que neste segundo caso, pode ocorrer uma diferença tanto na utilização de estoque, quanto na utilização de veículos.

Neste exemplo, para atribuir o atraso na demanda da zona ZN_2 , seria necessário realizar uma fusão entre as transições tx^{SD_i} e td^{ZN_2} deste modelo e da zona, respectivamente. Supondo que a unidade de tempo do modelo seja dada em dias, para atribuir

⁵O tempo de uma transição é obtido pelo inverso da taxa.

o atraso de 2 dias para a primeira solicitação da zona ZN_2 , bastaria atribuir uma taxa de 0,5 à transição $t0^{SD_i}$. Caso este atraso fosse determinístico, seria necessário realizar uma aproximação por fases da transição $t0^{SD_i}$, com o objetivo de aproximá-la a tal distribuição.

4.1.7 Temporizador

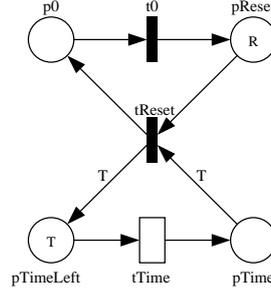


Figura 4.7 Modelo GSPN para o temporizador.

O temporizador funciona de forma semelhante a um cronômetro e pode ser cíclico ou acíclico. Este temporizador é representado por um modelo GSPN conforme mostra a Figura 4.7. A utilização de um temporizador cíclico, ou com um tempo muito grande, pode aumentar consideravelmente o espaço de estados, por isso este modelo deve ser utilizado com cautela. A Definição 4.7 apresenta formalmente este modelo.

Definição 4.7 (Temporizador). O modelo para o temporizador é uma GSPN definida como $TM = (P^{TM_i}, T^{TM_i}, \pi^{TM_i}, I^{TM_i}, O^{TM_i}, H^{TM_i}, g^{TM_i}, ss^{TM_i}, \mu_0^{TM_i}, W^{TM_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{TM_i} = \{p0^{TM_i}, pReset^{TM_i}, pTimeLeft^{TM_i}, pTime^{TM_i}\};$
- $T^{TM_i} = \{t0^{TM_i}, tReset^{TM_i}, tTime^{TM_i}\};$
- $\pi^{TM_i}(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } t \in \{t0^{TM_i}, tReset^{TM_i}\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $I^{TM_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} 1, & \text{se } (t, p) \in \{(t0^{TM_i}, p0^{TM_i}), (tReset^{TM_i}, pReset^{TM_i}), \\ & (tTime^{TM_i}, pTimeLeft^{TM_i})\}; \\ T, & \text{se } (t, p) \in \{(tReset^{TM_i}, pTime^{TM_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

- $O^{TM_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} 1, & \text{se } (t, p) \in \{(t0^{TM_i}, pReset^{TM_i}), (tReset^{TM_i}, p0^{TM_i}), \\ & (tTime^{TM_i}, pTime^{TM_i})\} \\ T, & \text{se } (t, p) \in \{(tReset^{TM_i}, pTimeLeft^{TM_i})\} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{TM_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{TM_i} \wedge \forall p \in P^{TM_i};$
- $g^{TM_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{TM_i};$
- $ss^{TM_i}(t) = 1, \forall t \in T^{TM_i};$
- $\mu_0^{TM_i}(p) = \begin{cases} R, & \text{se } p = pReset^{TM_i}; \\ T, & \text{se } p = pTimeLeft^{TM_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $W^{TM_i}(t) = \begin{cases} w_{t0^{TM_i}}, & \text{se } t = t0^{TM_i}; \\ w_{tReset^{TM_i}}, & \text{se } t = tReset^{TM_i}; \\ \lambda_{tTime^{TM_i}}, & \text{se } t = tTime^{TM_i}. \end{cases}$

Este modelo representa um temporizador com T unidades de tempo, onde $T = \mu_0^{TM_i}(pTimeLeft^{TM_i})$. Quando a transição $tTime^{TM_i}$ dispara, um *token* é removido do lugar $pTimeLeft^{TM_i}$ e colocado no lugar $pTime^{TM_i}$. Se, por exemplo, a taxa da transição $tTime^{TM_i}$ é igual a 0,5 ($\lambda_{tTime^{TM_i}} = 0,5$), então o temporizador irá alterar o seu tempo, em média, a cada duas unidades de tempo do modelo. Nota-se, pois, que a unidade de tempo do temporizador, obtida pelo inverso da taxa, não necessariamente será igual à unidade de tempo adotada no modelo.

A marcação inicial do lugar $pReset^{TM_i}$ indica se o temporizador será cíclico, ou acíclico. Se a marcação inicial deste lugar for maior que zero ($\mu_0^{TM_i}(pReset^{TM_i}) > 0$), então o temporizador será cíclico. Caso a marcação inicial seja igual a zero ($\mu_0^{TM_i}(pReset^{TM_i}) = 0$) o temporizador será acíclico. Caso o temporizador seja cíclico, quando todos os *tokens* forem removidos de $pTimeLeft^{TM_i}$, a transição $tReset^{TM_i}$ será disparada, removendo todos os *tokens* de $pTime^{TM_i}$ e colocando-os no lugar $pTimeLeft^{TM_i}$. Assim, o temporizador retorna ao seu estado inicial.

A transição imediata $tReset^{TM_i}$ deve possuir a menor prioridade entre as transições imediatas do modelo final. Esta restrição é necessária pois, caso ocorra um conflito entre a transição $tReset^{TM_i}$ e qualquer outra transição tx do modelo que tenha como pré-condição o lugar $pTime^{TM_i}$, a transição tx precisa ser disparada antes. Observe, ainda,

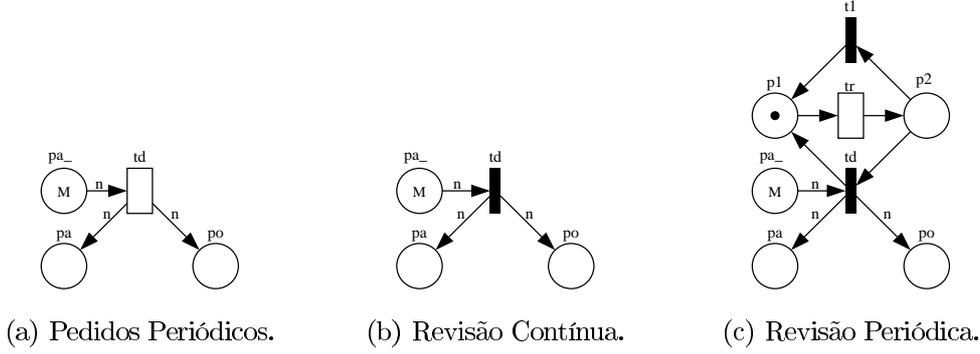


Figura 4.8 Modelos GSPN para as políticas de estoque.

que $tTime^{TM_i}$ é a única transição que deverá poder alterar o tempo decorrido neste temporizador.

Alguns modelos podem utilizar funções de guarda associadas a um temporizador. Suponha, por exemplo, que em um modelo para uma cadeia de suprimentos qualquer, existem um fluxo FL_1 e um temporizador cíclico TM_1 com $\mu_0(pTimeLeft^{TM_1}) = 24$. Se cada *token* no temporizador representa uma hora, seria possível atribuir a expressão $\mu(pTime^{TM_1}) \geq 8$ AND $\mu(pTime^{TM_1}) < 18$ à função de guarda $g(ts^{FL_1}, \mu)$. Assim, os produtos só poderiam ser enviados por este fluxo entre 8:00 e 18:00 horas, representando um horário comercial. De maneira análoga seria possível desabilitar as entregas em fins de semana. Isto torna possível, por exemplo, avaliar a viabilidade de criar novos turnos em uma fábrica.

Os modelos de atraso inicial (vide Definição 4.6) também podem se valer do temporizador em conjunto com funções de guarda. Suponha que se deseja atribuir um atraso inicial de 3 unidades de tempo para a habilitação de duas transições $t1$ e $t2$. Para isto, seria necessário utilizar dois modelos de atraso inicial, SD_1 e SD_2 , associados a $t1$ e $t2$, respectivamente. Caso fosse necessário realizar uma aproximação por fases, esta teria que ser feita nas transições $t0$ de SD_1 e de SD_2 . Uma alternativa seria utilizar um temporizador acíclico com $\mu_0(pTimeLeft^{TM_1}) = 2$, cuja aproximação por fases seria aplicada na transição $pTime^{TM_1}$, atribuindo-se a expressão $\mu(pTimeLeft^{TM_1}) = 2$ às funções de guarda $g(t0^{SD_1}, \mu)$ e $g(t0^{SD_2}, \mu)$. Note que neste caso, ambas transições $t0$ poderiam ser substituídas por transições imediatas.

4.1.8 Política de Estoque

Nesta seção, apresenta-se os modelos capazes de representar diferentes políticas de estoque (Figura 4.8). As políticas de estoque podem ser adotadas de forma a sempre manter um estoque de produtos acabados (MTS⁶) ou de forma a produzi-los apenas quando a entidade recebe um pedido (MTO⁷).

É comum que um fornecedor trabalhe com diferentes tipos de produtos, onde cada produto possui características diferentes. Devido à perecibilidade, por exemplo, pode não ser possível armazenar alguns itens durante um longo tempo, o que pode inviabilizar a produção através de uma política MTS. Além disso, produtos diferentes podem possuir demandas diferentes. Enquanto alguns podem ser solicitados a uma taxa praticamente constante, outros podem ter uma demanda altamente variável e imprevisível. Analogamente, um fornecedor pode possuir clientes cuja demanda é constante e outros cuja demanda apresenta uma alta variabilidade.

De uma maneira geral, é possível realizar um planejamento para a produção/aquisição de mercadorias que possuem pouca variação em sua demanda. Para isto é possível adotar uma estratégia do tipo MTS. Já produtos com demanda de alta variabilidade podem ser fabricados/adquiridos utilizando-se uma política MTO [SvDG02]. Esta afirmação pode ser generalizada quando se considera não a variabilidade na demanda dos produtos, mas na demanda dos clientes. Nestes casos, o fornecedor pode optar por uma *política híbrida* MTS-MTO. Nestas políticas, as parte das mercadorias são produzidas/adquiridas com uma política MTS e parte delas através de uma política MTO [Li92, Raj02, SvDG02].

Observe que o modelo da Figura 4.8(a) é utilizado nas definições dos modelos das entidades (ou seja, fábricas, intermediários e zonas). Estas entidades podem ter seus modelos de controle de estoque alterados para qualquer um dos modelos aqui apresentados. Isto será tratado posteriormente na Seção 4.3.2.

As zonas, entretanto, só devem utilizar o modelo apresentado na Figura 4.8(a). Ainda é possível utilizar uma composição com dois ou mais destes modelos, objetivando modelar a demanda da zona.

Utilizando dois modelos destes, seria possível representar uma demanda onde a cada período de tempo t a zona solicitaria Q SKUs ao produtor e a cada $6t$ solicitaria mais Q SKUs. Supondo que t representa um mês, este cenário específico modelaria picos

⁶N. de T.: sigla proveniente do inglês *Make-To-Stock*.

⁷N. de T.: sigla proveniente do inglês *Make-To-Order*.

semestrais na demanda da zona. Esta combinação de políticas de estoque também pode ser utilizada para as fábricas e para os intermediários. Pode-se, por exemplo, compor os modelos para a política MTO e um modelo para a política (r, Q) , representando a utilização de uma política híbrida MTS-MTO.

Os modelos apresentados na Figura 4.8(a), Figura 4.8(b) e Figura 4.8(c) são especificados na Definição 4.8, Definição 4.9 e Definição 4.10, respectivamente.

Definição 4.8 (Pedidos Periódicos). Seja IP uma expressão dependente da marcação que representa a *posição de estoque* de um produtor. Se o estoque deste produtor é controlado utilizando-se uma política de pedidos periódicos, esta política será representada por um modelo GSPN definido como $PO_i = (P^{PO_i}, T^{PO_i}, \pi^{PO_i}, I^{PO_i}, O^{PO_i}, H^{PO_i}, g^{PO_i}, ss^{PO_i}, \mu_0^{PO_i}, W^{PO_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{PO_i} = \{pa_{}^{PO_i}, pa^{PO_i}, po^{PO_i}\};$
- $T^{PO_i} = \{td^{PO_i}\};$
- $\pi^{PO_i}(t) = 0, \forall t \in T^{PO_i};$
- $I^{PO_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PO_i}, pa_{}^{PO_i})\} \text{ e utiliza-se a política } (\mathbf{r}, \mathbf{Q}); \\ S - IP, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PO_i}, pa_{}^{PO_i})\} \text{ e utiliza-se a política } (\mathbf{r}, \mathbf{S}); \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{PO_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PO_i}, pa^{PO_i}), (td^{PO_i}, po^{PO_i})\} \text{ e utiliza-se a política } (\mathbf{r}, \mathbf{Q}); \\ S - IP, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PO_i}, pa^{PO_i}), (td^{PO_i}, po^{PO_i})\} \text{ e utiliza-se a política } (\mathbf{r}, \mathbf{S}); \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{PO_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{PO_i} \wedge \forall p \in P^{PO_i};$
- $g^{PO_i}(t, \mu) = true, \forall t \in T^{PO_i};$
- $ss^{PO_i}(t) = 1, \forall t \in T^{PO_i};$
- $\mu_0^{PO_i}(p) = \begin{cases} M^{PO_i}, & \text{se } p = pa_{}^{PO_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

- $W^{PO_i}(td^{PO_i}) = \lambda_{td^{PO_i}}$.

O modelo de pedidos periódicos (vide Definição 4.8) contempla as políticas de estoque (r, Q) e (r, S) . A primeira é modelada atribuindo-se um valor inteiro ao peso n dos arcos de entrada e saída da transição td^{PO_i} . Este valor representa a quantidade Q solicitada a cada período de revisão r . O intervalo de revisão r é dado pelo inverso da taxa $\lambda_{td^{PO_i}}$.

A política de estoque (r, S) é modelada atribuindo-se a expressão baseada em marcações⁸ $S - IP$ ao peso dos arcos de entrada e saída da transição td^{PO_i} . Nesta expressão, S é o estoque máximo definido na política e IP é a *posição de estoque* atual, obtida pela soma do estoque de produtos acabados com o estoque em processo (WIP⁹) do produtor.

Definição 4.9 (Revisão Contínua). Sejam IP e BL expressões dependentes da marcação que representam a *posição de estoque* e o *backlog*¹⁰ de um produtor, respectivamente. Se o estoque deste produtor é controlado utilizando-se uma política de revisão contínua, esta política será representada por um modelo GSPN definido como $CR_i = (P^{CR_i}, T^{CR_i}, \pi^{CR_i}, I^{CR_i}, O^{CR_i}, H^{CR_i}, g^{CR_i}, ss^{CR_i}, \mu_0^{CR_i}, W^{CR_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{CR_i} = \{pa_{-}^{CR_i}, pa^{CR_i}, po^{CR_i}\}$;

- $T^{CR_i} = \{td^{CR_i}\}$;

- $\pi^{CR_i}(td^{CR_i}) > 1$;

- $I^{CR_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{CR_i}, pa_{-}^{CR_i})\} \text{ e utiliza-se a política } \\ & \mathbf{(s, Q)}; \\ S - IP, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{CR_i}, pa_{-}^{CR_i})\} \text{ e utiliza-se a política } \\ & \mathbf{(s, S)}; \\ BL, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{CR_i}, po^{CR_i})\} \text{ e utiliza-se a política } \\ & \mathbf{MTO}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

⁸A obtenção do valor relativo à *posição de estoque* nos modelos propostos a partir de sua marcação será tratada na Seção 4.4. O mesmo vale para outros valores (ex.: *backlog*) necessários para os demais modelos de políticas de estoques, apresentados a seguir.

⁹N. de T.: sigla proveniente do inglês *Work-In-Process*.

¹⁰O *backlog* de um produtor é a diferença entre a soma dos *backorders* de seus clientes e a sua posição de estoque ($\sum \text{Backorders} - IP$).

$$\bullet O^{PO_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{CR_i}, pa^{CR_i}), (td^{CR_i}, po^{CR_i})\} \text{ e utiliza-se} \\ & \text{a política } (\mathbf{s}, \mathbf{Q}); \\ S - IP, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{CR_i}, pa^{CR_i}), (td^{CR_i}, po^{CR_i})\} \text{ e utiliza-se} \\ & \text{a política } (\mathbf{s}, \mathbf{S}); \\ BL, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{CR_i}, pa^{CR_i}), (td^{CR_i}, po^{CR_i})\} \text{ e utiliza-se} \\ & \text{a política } \mathbf{MTO}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\bullet H^{CR_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{CR_i} \wedge \forall p \in P^{CR_i};$$

$$\bullet g^{CR_i}(td^{CR_i}, \mu) = \begin{cases} IP < s, & \text{se utiliza-se a política } (\mathbf{s}, \mathbf{Q}) \text{ ou } (\mathbf{s}, \mathbf{S}); \\ BL > 0, & \text{se utiliza-se a política } \mathbf{MTO}. \end{cases}$$

$$\bullet s_s^{CR_i}(td^{CR_i}) = 1;$$

$$\bullet \mu_0^{CR_i}(p) = \begin{cases} M^{PO_i}, & \text{se } p = pa_{-}^{CR_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$\bullet W^{CR_i}(td^{CR_i}) = w_{td^{CR_i}}.$$

O modelo de revisão contínua (vide Definição 4.9) contempla as políticas de estoque (s, Q) e a (s, S) . Para ambas políticas, atribui-se $IP < s$ à função de guarda $g(td^{CR_i})$, onde IP é a posição de estoque e s é um inteiro que determina o estoque mínimo. Note que sempre que a posição de estoque estiver abaixo do estoque mínimo s , esta função de guarda será avaliada como verdadeira, permitindo que a transição td^{CR_i} seja disparada, representando a solicitação de itens para o reabastecimento do estoque.

A política (s, Q) é modelada atribuindo-se um valor inteiro n ao peso dos arcos de entrada e saída da transição td^{CR_i} . Este valor inteiro representa a quantidade Q solicitada sempre que a posição do estoque IP estiver abaixo da quantidade mínima s . De maneira análoga à política de estoque (r, S) , a política (s, S) é modelada atribuindo-se a expressão baseada em marcações $S - IP$ ao peso dos arcos de entrada e saída da transição td^{CR_i} .

Este modelo também pode ser utilizado para modelar uma política do tipo MTO. Esta política é modelada atribuindo-se uma função baseada em marcações ao peso dos arcos de entrada e saída da transição td^{CR_i} e uma função de guarda $g(td^{CR_i})$. Desta forma, sempre que a quantidade de pedidos pendentes superarem a posição do estoque, será gerada uma solicitação para que se produza esta diferença.

Definição 4.10 (Revisão Periódica). Se o estoque de um produtor é controlado utilizando-se uma política de revisão periódica, esta política será representada por um modelo GSPN definido como $PR_i = (P^{PR_i}, T^{PR_i}, \pi^{PR_i}, I^{PR_i}, O^{PR_i}, H^{PR_i}, g^{PR_i}, ss^{PR_i}, \mu_0^{PR_i}, W^{PR_i})$, $i = 1, 2, \dots, j$, onde:

- $P^{PR_i} = \{pa_{-}^{PR_i}, pa^{PR_i}, po^{PR_i}, p1^{PR_i}, p2^{PR_i}\};$
- $T^{PR_i} = \{td^{PR_i}, t1^{PR_i}, tr^{PR_i}\};$
- $\pi^{PR_i}(t) = \begin{cases} > 1, & \text{se } t \in \{t1^{PR_i}, td^{PR_i}\}; \\ 0, & \text{se } t = tr^{PR_i}. \end{cases}$
- $I^{PR_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PR_i}, pa_{-}^{PR_i})\} \text{ e utiliza-se a política } \\ & \mathbf{(r, s, Q)}; \\ S - IP, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PR_i}, pa_{-}^{PR_i})\} \text{ e utiliza-se a política } \\ & \mathbf{(r, s, S)}; \\ 1, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PR_i}, p2^{PR_i}), (t1^{PR_i}, p2^{PR_i}), (tr^{PR_i}, p1^{PR_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $O^{PR_i}(t, p, \mu) = \begin{cases} n, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PR_i}, pa^{PR_i}), (td^{PR_i}, po^{PR_i})\} \text{ e utiliza-se } \\ & \text{a política } \mathbf{(r, s, Q)}; \\ S - IP, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PR_i}, pa^{PR_i}), (td^{PR_i}, po^{PR_i})\} \text{ e utiliza-se } \\ & \text{a política } \mathbf{(r, s, S)}; \\ 1, & \text{se } (t, p) \in \{(td^{PR_i}, p1^{PR_i}), (t1^{PR_i}, p1^{PR_i}), (tr^{PR_i}, p2^{PR_i})\}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $H^{PR_i}(t, p, \mu) = 0, \forall t \in T^{PR_i} \wedge \forall p \in P^{PR_i};$
- $g^{PR_i}(t, \mu) = \begin{cases} IP < s, & \text{se } t = td^{PR_i}; \\ true, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $ss^{PR_i}(t) = 1, \forall t \in T^{PR_i};$
- $\mu_0^{PR_i}(p) = \begin{cases} M, & \text{se } p = pa_{-}^{PR_i}; \\ 1, & \text{se } p = p1_{-}^{PR_i}; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$
- $W^{PR_i}(t) = \begin{cases} w_{td^{PR_i}}, & \text{se } t = td^{PR_i}; \\ w_{t1^{PR_i}}, & \text{se } t = t1^{PR_i}; \\ \lambda_{tr^{PR_i}}, & \text{se } t = tr^{PR_i}. \end{cases}$

O modelo de revisão periódica (vide Definição 4.9) contempla as políticas de estoque (r, s, Q) e a (r, s, S) . Para ambas políticas, atribui-se $IP < s$ à função de guarda $g(td^{PR_i}, \mu)$, onde IP é a posição de estoque e s é um valor inteiro que determina o estoque mínimo. De maneira análoga às políticas (r, Q) e (r, S) , o intervalo de revisão r é dado pelo inverso da taxa $\lambda_{tr^{PR_i}}$.

Uma restrição específica do modelo de revisão periódica é que a prioridade da transição td^{PR_i} precisa ser maior que a prioridade da transição $t1^{PR_i}$, ou seja: $\pi(td^{PR_i}) > \pi(t1^{PR_i})$. Com isso, sempre que ocorrer um conflito entre estas duas transições, a transição td^{PR_i} será disparada primeiro. Observe que, nessas políticas, a cada período de revisão r , caso a posição de estoque **não** esteja abaixo do nível s , deve-se esperar um novo período r para aferi-la, o que é modelado pelo disparo da transição $t1^{PR_i}$.

4.2 ÁLGEBRA COMPOSICIONAL

Esta seção apresenta uma álgebra composicional, criada neste trabalho, que tem como finalidade realizar a composição dos modelos básicos (e/ou deles derivados) propostos. A seguir serão apresentadas as definições básicas utilizadas.

Definição 4.11 (Conjunto das GSPN). Seja $GSPNSet = \{N^i | i \in \mathbb{N}^*\}$, onde $N^i = (P^i, T^i, \pi^i, I^i, O^i, H^i, g^i, ss^i, \mu_0^i, W^i)$ é uma GSPN. $GSPNSet$ é o conjunto de todas as GSPN.

Definição 4.12 (Renomeação dos nós de uma GSPN). Seja $N' \in GSPNSet$ uma GSPN, tal que, $N' = (P', T', \pi', I', O', H', g', ss', \mu_0', W')$. A função injetora total ρ , renomeia os lugares e transições da rede N' , sendo definida por:

$$\rho : (P' \cup T') \rightarrow \bigcup_{N \in GSPNSet} \{P \cup T\}$$

A partir da renomeação dos lugares e transições de N' , pode-se obter uma nova rede $N'' \in GSPNSet$ isomórfica a N' , tal que, $N'' = (P'', T'', \pi'', I'', O'', H'', g'', ss'', \mu_0'', W'')$, através da notação $N'' = N'/\rho$, onde

- $P'' = \{\rho(p') | \forall p' \in P'\};$
- $T'' = \{\rho(t') | \forall t' \in T'\};$
- $\pi''(t'') = \pi'(t')$, onde $t'' = \rho(t')$;

- $I''(t'', p'', \mu) = I'(t', p', \mu)$, onde $t'' = \rho(t') \wedge p'' = \rho(p')$;
- $O''(t'', p'', \mu) = O'(t', p', \mu)$, onde $t'' = \rho(t') \wedge p'' = \rho(p')$;
- $H''(t'', p'', \mu) = H'(t', p', \mu)$, onde $t'' = \rho(t') \wedge p'' = \rho(p')$;
- $g''(t'', \mu) = g'(t', \mu)$, onde $t'' = \rho(t')$;
- $ss''(t'') = ss'(t')$, onde $t'' = \rho(t')$;
- $\mu_0''(p'') = \mu_0'(p')$, onde $p'' = \rho(p')$;
- $W''(t'') = W'(t')$, onde $t'' = \rho(t')$.

A função ρ associa um rótulo aos lugares e transições de uma rede GSPN. Se dada uma GSPN N' , ρ for definida como $\rho(e) = e$, $\forall e \in (P' \cup T')$ e $N'' = N'/\rho$, então N'' é exatamente igual a N' e nenhuma renomeação será realizada.

A Figura 4.9 exemplifica esta função de renomeação. A transição $t2$, presente na RdP da Figura 4.9(a), é renomeada para $t1$, gerando a rede da Figura 4.9(b). Neste exemplo, N^2 é obtida como $N^2 = N^1/\rho$, onde $\rho(e) = \begin{cases} t1, & \text{se } e = t2; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

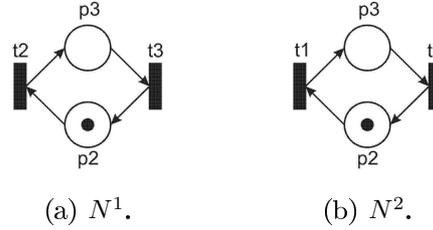


Figura 4.9 Renomeação da transição $t2$ para $t1$.

Definição 4.13 (União de GSPNs). Sejam N^1 e $N^2 \in GSPNSet$ duas GSPNs, tal que, $N^1 = (P^1, T^1, \pi^1, I^1, O^1, H^1, g^1, ss^1, \mu_0^1, W^1)$ e $N^2 = (P^2, T^2, \pi^2, I^2, O^2, H^2, g^2, ss^2, \mu_0^2, W^2)$.

$\sqcup : GSPNSet \times GSPNSet \rightarrow GSPNSet$ é uma operação interna que retorna um elemento de $GSPNSet$ para cada par pertencente a $GSPNSet$. Seja $N^3 \in GSPNSet$ uma GSPN definida como $N^3 = (P^3, T^3, \pi^3, I^3, O^3, H^3, g^3, ss^3, \mu_0^3, W^3)$, tal que, $N^3 = N^1 \sqcup N^2$, onde:

- $P^3 = P^1 \cup P^2$;

- $T^3 = T^1 \cup T^2$;
- $\pi^3(t) = \begin{cases} \pi^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ \pi^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(\pi^1(t), \pi^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $I^3(t, p, \mu) = \begin{cases} I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ I^1(t, p, \mu) + I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $O^3(t, p, \mu) = \begin{cases} O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ O^1(t, p, \mu) + O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $H^3(t, p, \mu) = \begin{cases} H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ H^1(t, p, \mu) + H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $g^3(t, \mu) = \begin{cases} g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $ss^3(t) = \begin{cases} ss^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ ss^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(ss^1(t), ss^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $\mu_0^3(p) = \begin{cases} \mu_0^1(p), & \text{se } p \in (P^1 - P^2); \\ \mu_0^2(p), & \text{se } p \in (P^2 - P^1); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^2(p)), & \text{se } p \in (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $W^3(t) = \begin{cases} W^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ W^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(W^1(t), W^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$

Considerando-se a definição de união de redes, pode-se definir formalmente a composição de duas redes de Petri. Sejam N^3 e N^4 as redes apresentadas na Figura 4.10(a) e Figura 4.10(b), respectivamente. N^4 pode ser obtida pela união das redes N^2 , apresentada anteriormente na Figura 4.9(b), e N^3 . Formalmente, $N^4 = N^2 \sqcup N^3$.

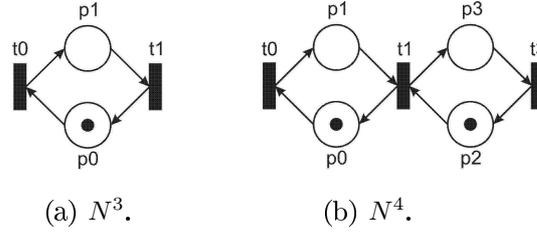


Figura 4.10 União entre as rede N^2 (Figura 4.9(b)) e N^3 .

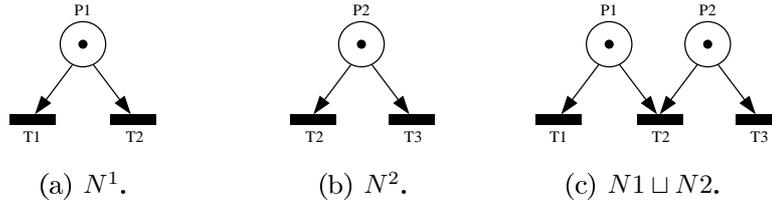


Figura 4.11 União de duas GSPN gerando uma *confusão simétrica*.

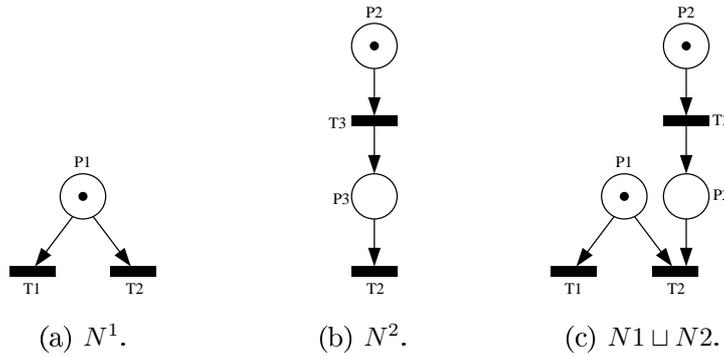


Figura 4.12 União de duas GSPN gerando uma *confusão assimétrica*.

Ao realizar a composição entre dois modelos deve-se atentar ao fato da possibilidade de ocorrência de confusões entre as confusões imediatas do modelo resultante, o que não é uma característica desejável nas GSPNs, conforme demonstrado em [MBC⁺95]. A Figura 4.11(c) e a Figura 4.12(c) mostram dois exemplos de união que geram uma nova rede com confusão.

Sejam $N^1 = (P^1, T^1, \pi^1, I^1, O^1, H^1, g^1, ss^1, \mu_0^1, W^1)$ e $N^2 = (P^2, T^2, \pi^2, I^2, O^2, H^2, \mu_0^2, W^2)$, onde N_1 ou N_2 são algum dos modelos apresentados na Seção 4.1. Para efetuar a união $N^1 \sqcup N^2$ deve-se respeitar todas as condições a seguir, de forma a evitar a ocorrência de confusão.

- $\forall tReset^{TM_i}, t0^{TM_i} \in (T^1 \cup T^2): \pi(tReset^{TM_i}) = \pi(t0^{TM_i}) = 1, i \in \mathbb{N}^*$;
- $\forall ts^{FL_i}, t1^{SD_j} \in (T^1 \cup T^2): 1 < \pi(ts^{FL_i}) < \pi(t1^{SD_j}), i, j \in \mathbb{N}^*$;

- $\forall t1^{DK_i}, t1^{SD_j} \in (T^1 \cup T^2): 1 < \pi(t1^{DK_i}) < \pi(t1^{SD_j}), i, j \in \mathbb{N}^*$;
- $\forall t1^{SD_i}, td^{CR_j} \in (T^1 \cup T^2): \pi(t1^{SD_i}) < \pi(td^{CR_j}), i, j \in \mathbb{N}^*$;
- $\forall t1^{SD_i}, t1^{PR_j}, td^{PR_j} \in (T^1 \cup T^2): \pi(t1^{SD_i}) < \pi(t1^{PR_j}) < \pi(td^{PR_j}), i, j \in \mathbb{N}^*$.

Axioma 4.1. *Seja X uma operação definida para um domínio D . $\langle D, X \rangle$ é um monóide comutativo se a operação for associativa, comutativa e possuir um elemento neutro ϵ , tal que $\epsilon \in D$.*

Teorema 4.1. *A operação de união de GSPNs é associativa, uma vez que todas as suas operações são associativas.*

Demonstração. Sejam $N^1, N^2, N^3 \in GSPNSet$ três GSPNs, tal que, $N^1 = (P^1, T^1, \pi^1, I^1, O^1, H^1, g^1, ss^1, \mu_0^1, W^1)$, $N^2 = (P^2, T^2, \pi^2, I^2, g^2, ss^2, O^2, H^2, \mu_0^2, W^2)$ e $N^3 = (P^3, T^3, \pi^3, I^3, O^3, H^3, g^3, ss^3, \mu_0^3, W^3)$. Se $N^a = (P^a, T^a, \pi^a, I^a, O^a, H^a, g^a, ss^a, \mu_0^a, W^a)$ é uma GSPN tal que, $N^a = N^1 \sqcup N^2$, então:

- $P^a = P^1 \cup P^2$;
- $T^a = T^1 \cup T^2$;
- $\pi^a(t) = \begin{cases} \pi^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ \pi^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(\pi^1(t), \pi^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $I^a(t, p, \mu) = \begin{cases} I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ I^1(t, p, \mu) + I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $O^a(t, p, \mu) = \begin{cases} O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ O^1(t, p, \mu) + O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $H^a(t, p, \mu) = \begin{cases} H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ H^1(t, p, \mu) + H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$

$$\bullet g^a(t, \mu) = \begin{cases} g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$$

$$\bullet ss^a(t) = \begin{cases} ss^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ ss^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(ss^1(t), ss^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$$

$$\bullet \mu_0^a(p) = \begin{cases} \mu_0^1(p), & \text{se } p \in (P^1 - P^2); \\ \mu_0^2(p), & \text{se } p \in (P^2 - P^1); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^2(p)), & \text{se } p \in (P^1 \cap P^2). \end{cases}$$

$$\bullet W^a(t) = \begin{cases} W^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ W^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(W^1(t), W^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$$

Se $N^b = (P^b, T^b, \pi^b, I^b, O^b, H^b, g^b, ss^b, \mu_0^b, W^b)$ é uma GSPN tal que, $N^b = N^a \sqcup N^3$, então:

$$\bullet P^b = P^a \cup P^3;$$

$$\bullet T^b = T^a \cup T^3;$$

$$\bullet \pi^b(t) = \begin{cases} \pi^a(t), & \text{se } t \in (T^a - T^3); \\ \pi^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - T^a); \\ \max(\pi^a(t), \pi^3(t)), & \text{se } t \in (T^a \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet I^b(t, p, \mu) = \begin{cases} I^a(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^a - T^3) \times (P^a - P^3); \\ I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - T^a) \times (P^3 - P^a); \\ I^a(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^a \cap T^3) \times (P^a \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet O^b(t, p, \mu) = \begin{cases} O^a(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^a - T^3) \times (P^a - P^3); \\ O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - T^a) \times (P^3 - P^a); \\ O^a(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^a \cap T^3) \times (P^a \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet H^b(t, p, \mu) = \begin{cases} H^a(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^a - T^3) \times (P^a - P^3); \\ H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - T^a) \times (P^3 - P^a); \\ H^a(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^a \cap T^3) \times (P^a \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet g^b(t, \mu) = \begin{cases} g^a(t, \mu), & \text{se } t \in (T^a - T^3); \\ g^3(t, \mu), & \text{se } t \in (T^3 - T^a); \\ g^a(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in (T^a \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet ss^b(t) = \begin{cases} ss^a(t), & \text{se } t \in (T^a - T^3); \\ ss^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - T^a); \\ \max(ss^a(t), ss^3(t)), & \text{se } t \in (T^a \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet \mu_0^b(p) = \begin{cases} \mu_0^a(p), & \text{se } p \in (P^a - P^3); \\ \mu_0^3(p), & \text{se } p \in (P^3 - P^a); \\ \max(\mu_0^a(p), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in (P^a \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet W^b(t) = \begin{cases} W^a(t), & \text{se } t \in (T^a - T^3); \\ W^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - T^a); \\ \max(W^a(t), W^3(t)), & \text{se } t \in (T^a \cap T^3). \end{cases}$$

Se $N^c = (P^c, T^c, \pi^c, I^c, O^c, H^c, g^c, ss^c, \mu_0^c, W^c)$ é uma GSPN tal que, $N^c = N^2 \sqcup N^3$, então:

$$\bullet P^c = P^2 \cup P^3;$$

$$\bullet T^c = T^2 \cup T^3;$$

$$\bullet \pi^c(t) = \begin{cases} \pi^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^3); \\ \pi^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - T^2); \\ \max(\pi^2(t), \pi^3(t)), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet I^c(t, p, \mu) = \begin{cases} I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^3) \times (P^2 - P^3); \\ I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - T^2) \times (P^3 - P^2); \\ I^2(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 \cap T^3) \times (P^2 \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet O^c(t, p, \mu) = \begin{cases} O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^3) \times (P^2 - P^3); \\ O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - T^2) \times (P^3 - P^2); \\ O^2(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 \cap T^3) \times (P^2 \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet H^c(t, p, \mu) = \begin{cases} H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^3) \times (P^2 - P^3); \\ H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - T^2) \times (P^3 - P^2); \\ H^2(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 \cap T^3) \times (P^2 \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet g^c(t, \mu) = \begin{cases} g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 - T^3); \\ g^3(t, \mu), & \text{se } t \in (T^3 - T^2); \\ g^2(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet ss^c(t) = \begin{cases} ss^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^3); \\ ss^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - T^2); \\ \max(ss^2(t), ss^3(t)), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet \mu_0^c(p) = \begin{cases} \mu_0^2(p), & \text{se } p \in (P^2 - P^3); \\ \mu_0^3(p), & \text{se } p \in (P^3 - P^2); \\ \max(\mu_0^2(p), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in (P^2 \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet W^c(t) = \begin{cases} W^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^3); \\ W^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - T^2); \\ \max(W^2(t), W^3(t)), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^3). \end{cases}$$

Se $N^d = (P^d, T^d, \pi^d, I^d, O^d, H^d, g^d, ss^d, \mu_0^d, W^d)$ é uma GSPN tal que, $N^d = N^1 \sqcup N^c$, então:

$$\bullet P^d = P^1 \cup P^c;$$

$$\bullet T^d = T^1 \cup T^c;$$

$$\bullet \pi^d(t) = \begin{cases} \pi^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^c); \\ \pi^c(t), & \text{se } t \in (T^c - T^1); \\ \max(\pi^1(t), \pi^c(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^c). \end{cases}$$

$$\bullet I^d(t, p, \mu) = \begin{cases} I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^c) \times (P^1 - P^c); \\ I^c(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^c - T^1) \times (P^c - P^1); \\ I^1(t, p, \mu) + I^c(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^c) \times (P^1 \cap P^c). \end{cases}$$

$$\bullet O^d(t, p, \mu) = \begin{cases} O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^c) \times (P^1 - P^c); \\ O^c(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^c - T^1) \times (P^c - P^1); \\ O^1(t, p, \mu) + O^c(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^c) \times (P^1 \cap P^c). \end{cases}$$

$$\bullet H^d(t, p, \mu) = \begin{cases} H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^c) \times (P^1 - P^c); \\ H^c(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^c - T^1) \times (P^c - P^1); \\ H^1(t, p, \mu) + H^c(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^c) \times (P^1 \cap P^c). \end{cases}$$

$$\bullet g^d(t, \mu) = \begin{cases} g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 - T^c); \\ g^c(t, \mu), & \text{se } t \in (T^c - T^1); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^c(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^c). \end{cases}$$

$$\bullet ss^d(t) = \begin{cases} ss^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^c); \\ ss^c(t), & \text{se } t \in (T^c - T^1); \\ \max(ss^1(t), ss^c(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^c). \end{cases}$$

$$\bullet \mu_0^d(p) = \begin{cases} \mu_0^1(p), & \text{se } p \in (P^1 - P^c); \\ \mu_0^c(p), & \text{se } p \in (P^c - P^1); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^c(p)), & \text{se } p \in (P^1 \cap P^c). \end{cases}$$

$$\bullet W^d(t) = \begin{cases} W^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^c); \\ W^c(t), & \text{se } t \in (T^c - T^1); \\ \max(W^1(t), W^c(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^c). \end{cases}$$

Logo, $N^b = N^a \sqcup N^3 = (N^1 \sqcup N^2) \sqcup N^3$ e $N^d = N^1 \sqcup N^c = N^1 \sqcup (N^2 \sqcup N^3)$. Então a operação de união de GSPNs será associativa se $N^b = N^d$. Realizando-se as devidas substituições dos elementos de N^a na definição da rede N^b tem-se:

$$\bullet P^b = (P^1 \cup P^2) \cup P^3;$$

$$\bullet T^b = (T^1 \cup T^2) \cup T^3;$$

$$\bullet \pi^b(t) = \begin{cases} \pi^1(t), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) - T^3); \\ \pi^2(t), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) - T^3); \\ \max(\pi^1(t), \pi^2(t)), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) - T^3); \\ \pi^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - (T^1 \cup T^2)); \\ \max(\pi^1(t), \pi^3(t)), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) \cap T^3); \\ \max(\pi^2(t), \pi^3(t)), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) \cap T^3); \\ \max(\max(\pi^1(t), \pi^2(t)), \pi^3(t)), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet I^b(t, p, \mu) = \begin{cases} I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 - T^2) - T^3) \times \\ & ((P^1 - P^2) - P^3); \\ I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^1) - T^3) \times \\ & ((P^2 - P^1) - P^3); \\ I^1(t, p, \mu) + I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 \cap T^2) - T^3) \times \\ & ((P^1 \cap P^2) - P^3); \\ I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - (T^1 \cup T^2)) \times \\ & (P^3 - (P^1 \cup P^2)); \\ I^1(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 - T^2) \cap T^3) \times \\ & ((P^1 - P^2) \cap P^3); \\ I^2(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^1) \cap T^3) \times \\ & ((P^2 - P^1) \cap P^3); \\ (I^1(t, p, \mu) + I^2(t, p, \mu)) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 \cap T^2) \cap T^3) \times \\ & ((P^1 \cap P^2) \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet O^b(t, p, \mu) = \begin{cases} O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 - T^2) - \\ & T^3) \times ((P^1 - P^2) - P^3); \\ O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^1) - \\ & T^3) \times ((P^2 - P^1) - P^3); \\ O^1(t, p, \mu) + O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 \cap T^2) - \\ & T^3) \times ((P^1 \cap P^2) - P^3); \\ O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - (T^1 \cup \\ & T^2)) \times (P^3 - (P^1 \cup P^2)); \\ O^1(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 - T^2) \cap \\ & T^3) \times ((P^1 - P^2) \cap P^3); \\ O^2(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^1) \cap \\ & T^3) \times ((P^2 - P^1) \cap P^3); \\ (O^1(t, p, \mu) + O^2(t, p, \mu)) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 \cap T^2) \cap \\ & T^3) \times ((P^1 \cap P^2) \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet H^b(t, p, \mu) = \begin{cases} H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 - T^2) - T^3) \times ((P^1 - P^2) - P^3); \\ H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^1) - T^3) \times ((P^2 - P^1) - P^3); \\ H^1(t, p, \mu) + H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 \cap T^2) - T^3) \times ((P^1 \cap P^2) - P^3); \\ H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^3 - (T^1 \cup T^2)) \times (P^3 - (P^1 \cup P^2)); \\ H^1(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 - T^2) \cap T^3) \times ((P^1 - P^2) \cap P^3); \\ H^2(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^1) \cap T^3) \times ((P^2 - P^1) \cap P^3); \\ (H^1(t, p, \mu) + H^2(t, p, \mu)) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^1 \cap T^2) \cap T^3) \times ((P^1 \cap P^2) \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet g^b(t, \mu) = \begin{cases} g^1(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) - T^3); \\ g^2(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) - T^3); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^2(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) - T^3); \\ g^3(t, \mu), & \text{se } t \in (T^3 - (T^1 \cup T^2)); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) \cap T^3); \\ g^2(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) \cap T^3); \\ (g^1(t, \mu) \text{ AND } g^2(t, \mu)) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet ss^b(t) = \begin{cases} ss^1(t), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) - T^3); \\ ss^2(t), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) - T^3); \\ \max(ss^1(t), ss^2(t)), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) - T^3); \\ ss^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - (T^1 \cup T^2)); \\ \max(ss^1(t), ss^3(t)), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) \cap T^3); \\ \max(ss^2(t), ss^3(t)), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) \cap T^3); \\ \max(\max(ss^1(t), ss^2(t)), ss^3(t)), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) \cap T^3). \end{cases}$$

$$\bullet \mu_0^b(p) = \begin{cases} \mu_0^1(p), & \text{se } p \in ((P^1 - P^2) - P^3); \\ \mu_0^2(p), & \text{se } p \in ((P^2 - P^1) - P^3); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^2(p)), & \text{se } p \in ((P^1 \cap P^2) - P^3); \\ \mu_0^3(p), & \text{se } p \in (P^3 - (P^1 \cup P^2)); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in ((P^1 - P^2) \cap P^3); \\ \max(\mu_0^2(p), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in ((P^2 - P^1) \cap P^3); \\ \max(\max(\mu_0^1(p), \mu_0^2(p)), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in ((P^1 \cap P^2) \cap P^3). \end{cases}$$

$$\bullet W^b(t) = \begin{cases} W^1(t), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) - T^3); \\ W^2(t), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) - T^3); \\ \max(W^1(t), W^2(t)), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) - T^3); \\ W^3(t), & \text{se } t \in (T^3 - (T^1 \cup T^2)); \\ \max(W^1(t), W^3(t)), & \text{se } t \in ((T^1 - T^2) \cap T^3); \\ \max(W^2(t), W^3(t)), & \text{se } t \in ((T^2 - T^1) \cap T^3); \\ \max(\max(W^1(t), W^2(t)), W^3(t)), & \text{se } t \in ((T^1 \cap T^2) \cap T^3). \end{cases}$$

Realizando-se as devidas substituições dos elementos de N^c na definição da rede N^d tem-se:

$$\bullet P^d = P^1 \cup (P^2 \cup P^3);$$

$$\bullet T^d = T^1 \cup (T^2 \cup T^3);$$

$$\bullet \pi^d(t) = \begin{cases} \pi^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - (T^2 \cup T^3)); \\ \pi^2(t), & \text{se } t \in ((T^2 - T^3) - T^1); \\ \pi^3(t), & \text{se } t \in ((T^3 - T^2) - T^1); \\ \max(\pi^2(t), \pi^3(t)), & \text{se } t \in ((T^2 \cap T^3) - T^1); \\ \max(\pi^1(t), \pi^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 - T^3)); \\ \max(\pi^1(t), \pi^3(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^3 - T^2)); \\ \max(\pi^1(t), \max(\pi^2(t), \pi^3(t))), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 \cap T^3)). \end{cases}$$

$$\bullet I^d(t, p, \mu) = \begin{cases} I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - (T^2 \cup T^3)) \times \\ & (P^1 - (P^2 \cup P^3)); \\ I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^3) - T^1) \times \\ & ((P^2 - P^3) - P^1); \\ I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^3 - T^2) - T^1) \times \\ & ((P^3 - P^2) - P^1); \\ I^2(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 \cap T^3) - T^1) \times \\ & ((P^2 \cap P^3) - P^1); \\ I^1(t, p, \mu) + I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^2 - T^3)) \times \\ & (P^1 \cap (P^2 - P^3)); \\ I^1(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^3 - T^2)) \times \\ & (P^1 \cap (P^3 - P^2)); \\ I^1(t, p, \mu) + (I^2(t, p, \mu) + I^3(t, p, \mu)), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^2 \cap T^3)) \times \\ & (P^1 \cap (P^2 \cap P^3)). \end{cases}$$

$$\bullet O^d(t, p, \mu) = \begin{cases} O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - (T^2 \cup \\ & T^3)) \times (P^1 - (P^2 \cup P^3)); \\ O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^3) - \\ & T^1) \times ((P^2 - P^3) - P^1); \\ O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^3 - T^2) - \\ & T^1) \times ((P^3 - P^2) - P^1); \\ O^2(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 \cap T^3) - \\ & T^1) \times ((P^2 \cap P^3) - P^1); \\ O^1(t, p, \mu) + O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^2 - \\ & T^3)) \times (P^1 \cap (P^2 - P^3)); \\ O^1(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^3 - \\ & T^2)) \times (P^1 \cap (P^3 - P^2)); \\ O^1(t, p, \mu) + (O^2(t, p, \mu) + O^3(t, p, \mu)), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^2 \cap \\ & T^3)) \times (P^1 \cap (P^2 \cap P^3)). \end{cases}$$

$$\bullet H^d(t, p, \mu) = \begin{cases} H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - (T^2 \cup T^3)) \times (P^1 - (P^2 \cup P^3)); \\ H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 - T^3) - T^1) \times ((P^2 - P^3) - P^1); \\ H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^3 - T^2) - T^1) \times ((P^3 - P^2) - P^1); \\ H^2(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in ((T^2 \cap T^3) - T^1) \times ((P^2 \cap P^3) - P^1); \\ H^1(t, p, \mu) + H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^2 - T^3)) \times (P^1 \cap (P^2 - P^3)); \\ H^1(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^3 - T^2)) \times (P^1 \cap (P^3 - P^2)); \\ H^1(t, p, \mu) + (H^2(t, p, \mu) + H^3(t, p, \mu)), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap (T^2 \cap T^3)) \times (P^1 \cap (P^2 \cap P^3)). \end{cases}$$

$$\bullet g^d(t, \mu) = \begin{cases} g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 - (T^2 \cup T^3)); \\ g^2(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^2 - T^3) - T^1); \\ g^3(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^3 - T^2) - T^1); \\ g^2(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in ((T^2 \cap T^3) - T^1); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 - T^3)); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^3 - T^2)); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } (g^2(t, \mu) \text{ AND } g^3(t, \mu)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 \cap T^3)). \end{cases}$$

$$\bullet ss^d(t) = \begin{cases} ss^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - (T^2 \cup T^3)); \\ ss^2(t), & \text{se } t \in ((T^2 - T^3) - T^1); \\ ss^3(t), & \text{se } t \in ((T^3 - T^2) - T^1); \\ \max(ss^2(t), ss^3(t)), & \text{se } t \in ((T^2 \cap T^3) - T^1); \\ \max(ss^1(t), ss^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 - T^3)); \\ \max(ss^1(t), ss^3(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^3 - T^2)); \\ \max(ss^1(t), \max(ss^2(t), ss^3(t))), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 \cap T^3)). \end{cases}$$

$$\bullet \mu_0^d(p) = \begin{cases} \mu_0^1(p), & \text{se } p \in (P^1 - (P^2 \cup P^3)); \\ \mu_0^2(p), & \text{se } p \in ((P^2 - P^3) - P^1); \\ \mu_0^3(p), & \text{se } p \in ((P^3 - P^2) - P^1); \\ \max(\mu_0^2(p), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in ((P^2 \cap P^3) - P^1); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^2(p)), & \text{se } p \in (P^1 \cap (P^2 - P^3)); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^3(p)), & \text{se } p \in (P^1 \cap (P^3 - P^2)); \\ \max(\mu_0^1(p), \max(\mu_0^2(p), \mu_0^3(p))), & \text{se } p \in (P^1 \cap (P^2 \cap P^3)). \end{cases}$$

$$\bullet W^d(t) = \begin{cases} W^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - (T^2 \cup T^3)); \\ W^2(t), & \text{se } t \in ((T^2 - T^3) - T^1); \\ W^3(t), & \text{se } t \in ((T^3 - T^2) - T^1); \\ \max(W^2(t), W^3(t)), & \text{se } t \in ((T^2 \cap T^3) - T^1); \\ \max(W^1(t), W^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 - T^3)); \\ \max(W^1(t), W^3(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^3 - T^2)); \\ \max(W^1(t), \max(W^2(t), W^3(t))), & \text{se } t \in (T^1 \cap (T^2 \cap T^3)). \end{cases}$$

Assim, a operação de união é associativa uma vez que $N^b = (N^1 \sqcup N^2) \sqcup N^3$, $N^d = N^1 \sqcup (N^2 \sqcup N^3)$ e $N^b = N^d$, onde:

- $P^b = P^d = ((P^1 \cup P^2) \cup P^3) = (P^1 \cup (P^2 \cup P^3));$
- $T^b = T^d = ((T^1 \cup T^2) \cup T^3) = (T^1 \cup (T^2 \cup T^3));$
- $\pi^b(t) = \pi^d(t), \forall t \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3);$
- $I^b(t, p, \mu) = I^d(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3) \times (P^1 \cup P^2 \cup P^3);$
- $O^b(t, p, \mu) = O^d(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3) \times (P^1 \cup P^2 \cup P^3);$
- $H^b(t, p, \mu) = H^d(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3) \times (P^1 \cup P^2 \cup P^3);$
- $g^b(t, \mu) = g^d(t, \mu), \forall t \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3);$
- $ss^b(t) = ss^d(t), \forall t \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3);$
- $\mu_0^b(p) = \mu_0^d(p), \forall p \in (P^1 \cup P^2 \cup P^3);$
- $W^b(t) = W^d(t), \forall t \in (T^1 \cup T^2 \cup T^3).$

■

Teorema 4.2. *A operação de união de GSPNs é comutativa, uma vez que todas as suas operações são comutativas.*

Demonstração. Sejam $N^1, N^2 \in GSPNSet$ duas GSPNs, tal que, $N^1 = (P^1, T^1, \pi^1, I^1, O^1, H^1, g^1, ss^1, \mu_0^1, W^1)$ e $N^2 = (P^2, T^2, \pi^2, I^2, O^2, H^2, g^2, ss^2, \mu_0^2, W^2)$. Se $N^a = (P^a, T^a, \pi^a, I^a, O^a, H^a, g^a, ss^a, \mu_0^a, W^a)$ é uma GSPN tal que, $N^a = N^1 \sqcup N^2$, então:

- $P^a = P^1 \cup P^2$;
- $T^a = T^1 \cup T^2$;
- $\pi^a(t) = \begin{cases} \pi^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ \pi^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(\pi^1(t), \pi^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $I^a(t, p, \mu) = \begin{cases} I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ I^1(t, p, \mu) + I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $O^a(t, p, \mu) = \begin{cases} O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ O^1(t, p, \mu) + O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $H^a(t, p, \mu) = \begin{cases} H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ H^1(t, p, \mu) + H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 \cap T^2) \times (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $g^a(t, \mu) = \begin{cases} g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ g^1(t, \mu) \text{ AND } g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $ss^a(t) = \begin{cases} ss^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ ss^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(ss^1(t), ss^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$
- $\mu_0^a(p) = \begin{cases} \mu_0^1(p), & \text{se } p \in (P^1 - P^2); \\ \mu_0^2(p), & \text{se } p \in (P^2 - P^1); \\ \max(\mu_0^1(p), \mu_0^2(p)), & \text{se } p \in (P^1 \cap P^2). \end{cases}$
- $W^a(t) = \begin{cases} W^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ W^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \max(W^1(t), W^2(t)), & \text{se } t \in (T^1 \cap T^2). \end{cases}$

Se $N^b = (P^b, T^b, \pi^b, I^b, O^b, H^b, g^b, ss^b, \mu_0^b, W^b)$ é uma GSPN tal que, $N^b = N^2 \sqcup N^1$, então:

- $P^b = P^2 \cup P^1$;
- $T^b = T^2 \cup T^1$;
- $\pi^b(t) = \begin{cases} \pi^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ \pi^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ \max(\pi^2(t), \pi^1(t)), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^1). \end{cases}$
- $I^b(t, p, \mu) = \begin{cases} I^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ I^2(t, p, \mu) + I^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 \cap T^1) \times (P^2 \cap P^1). \end{cases}$
- $O^b(t, p, \mu) = \begin{cases} O^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ O^2(t, p, \mu) + O^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 \cap T^1) \times (P^2 \cap P^1). \end{cases}$
- $H^b(t, p, \mu) = \begin{cases} H^2(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 - T^1) \times (P^2 - P^1); \\ H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^1 - T^2) \times (P^1 - P^2); \\ H^2(t, p, \mu) + H^1(t, p, \mu), & \text{se } (t, p) \in (T^2 \cap T^1) \times (P^2 \cap P^1). \end{cases}$
- $g^b(t, \mu) = \begin{cases} g^2(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ g^2(t, \mu) \text{ AND } g^1(t, \mu), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^1). \end{cases}$
- $ss^b(t) = \begin{cases} ss^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ ss^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ \max(ss^2(t), ss^1(t)), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^1). \end{cases}$
- $\mu_0^b(p) = \begin{cases} \mu_0^2(p), & \text{se } p \in (P^2 - P^1); \\ \mu_0^1(p), & \text{se } p \in (P^1 - P^2); \\ \max(\mu_0^2(p), \mu_0^1(p)), & \text{se } p \in (P^2 \cap P^1). \end{cases}$
- $W^b(t) = \begin{cases} W^2(t), & \text{se } t \in (T^2 - T^1); \\ W^1(t), & \text{se } t \in (T^1 - T^2); \\ \max(W^2(t), W^1(t)), & \text{se } t \in (T^2 \cap T^1). \end{cases}$

Assim, a operação de união é comutativa uma vez que $N^a = N^1 \sqcup N^2$, $N^b = N^2 \sqcup N^1$ e $N^a = N^b$, onde:

- $P^a = P^b = (P^1 \cup P^2) = (P^2 \cup P^1)$;
- $T^a = T^b = (T^1 \cup T^2) = (T^2 \cup T^1)$;
- $\pi^a(t) = \pi^b(t), \forall t \in (T^1 \cup T^2)$;
- $I^a(t, p, \mu) = I^b(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \cup T^2) \times (P^1 \cup P^2)$;
- $O^a(t, p, \mu) = O^b(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \cup T^2) \times (P^1 \cup P^2)$;
- $H^a(t, p, \mu) = H^b(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \cup T^2) \times (P^1 \cup P^2)$;
- $g^a(t, \mu) = g^b(t, \mu), \forall t \in (T^1 \cup T^2)$;
- $ss^a(t) = ss^b(t), \forall t \in (T^1 \cup T^2)$;
- $\mu_0^a(p) = \mu_0^b(p), \forall p \in (P^1 \cup P^2)$;
- $W^a(t) = W^b(t), \forall t \in (T^1 \cup T^2)$. ■

Teorema 4.3. *Seja $N^\epsilon \in GSPNSet$ uma GSPN, tal que, $N^\epsilon = (P^\epsilon, T^\epsilon, \pi^\epsilon, I^\epsilon, O^\epsilon, H^\epsilon, \mu_0^\epsilon, W^\epsilon)$ e $P^\epsilon = T^\epsilon = \emptyset$. N^ϵ é o elemento neutro da operação de união, uma vez que a união de qualquer rede N com N^ϵ resultará na própria rede N .*

Demonstração. Seja $N^1 \in GSPNSet$ uma GSPN, tal que, $N^1 = (P^1, T^1, \pi^1, I^1, O^1, H^1, g^1, ss^1, \mu_0^1, W^1)$ e N^ϵ o elemento neutro. Seja, ainda, $N^a \in GSPNSet$ uma GSPN tal que, $N^a = (P^a, T^a, \pi^a, I^a, O^a, H^a, g^a, ss^a, \mu_0^a, W^a)$ obtida a partir da união de N^1 com N^ϵ ($N^a = N^1 \sqcup N^\epsilon$). Logo, N^ϵ é o elemento neutro da operação de união vez que $N^a = N^1$:

- $P^a = P^1 \cup \emptyset = P^1$;
- $T^a = T^1 \cup \emptyset = T^1$;
- $\pi^a(t) = \pi^1(t)$;
- $I^a(t, p, \mu) = I^1(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \times P^1)$;

- $O^a(t, p, \mu) = O^1(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \times P^1)$;
- $H^a(t, p, \mu) = H^1(t, p, \mu), \forall (t, p) \in (T^1 \times P^1)$;
- $g^a(t, \mu) = g^1(t, p, \mu), \forall t \in T^1$;
- $ss^a(t) = ss^1(t), \forall t \in T^1$;
- $\mu_0^a(p) = \mu_0^1(p), \forall p \in P^1$;
- $W^a(t) = W^1(t), \forall t \in T^1$. ■

Corolário 4.1. *Seja $GSPNSet$ o conjunto de todas as possíveis GSPNs e \sqcup a operação de união de GSPNs, $\langle GSPNSet, \sqcup \rangle$ é um monóide comutativo, para o qual N^ϵ é o seu elemento neutro.*

Analogamente, quando a composição é realizada através da fusão de transições, os T-invariantes da nova rede serão obtidos pela combinação linear dos T-invariantes de cada sub-rede. Os L-invariantes da nova rede serão obtidos diretamente a partir da justaposição dos L-invariantes das sub-redes.

4.3 COMPOSIÇÃO DOS MODELOS

Nesta seção, será detalhada a composição dos modelos apresentados anteriormente. Uma rede de distribuição é modelada utilizando uma estratégia *bottom-up*, ou seja, modelos pequenos são compostos até que se obtenha um cenário que represente toda a rede de distribuição. Também será mostrado que o processo de composição apresentado, juntamente com os modelos propostos, garantem que o modelo final possuirá algumas propriedades de RdP, como a limitação estrutural.

A composição entre alguns dos modelos já foi comentada de maneira informal anteriormente. Nesta seção, será utilizada uma abordagem formal para a realização destas composições, conforme a álgebra apresentada na Seção 4.2. Como será possível notar, o modelo do temporizador (vide Figura 4.7) não será tratado nesta seção, uma vez que ele não deverá ser composto com nenhum outro modelo. O seu estado deve ser utilizado apenas como pré-condição para o disparo de transições do modelo, porém o disparo de nenhuma transição do modelo global, exceto as do próprio temporizador, devem alterar a sua marcação. Vale salientar que visando obter uma melhor visualização, os índices utilizados nas definições formais dos modelos serão omitidos nas imagens com as suas representações gráficas.

utilizada, sendo substituída por outra, basta remover a transição td destes modelos, e realizar o processo de composição descrito a seguir. Observe que, como dito anteriormente, as zonas só devem utilizar o modelo da política (r, Q) (vide Figura 4.8(a)).

As definições da composição das políticas de estoque serão apresentadas utilizando o modelo de revisão periódica (vide Figura 4.8(c)). A composição com o modelo de qualquer outra política de estoque é dada de maneira análoga.

Considerando o modelo para um intermediário IE_i (vide Figura 4.3) e o modelo para uma política de estoque de revisão periódica PR_i (vide Figura 4.8(c)). A RdP ($CONN_PR_IE$) resultante da composição entre estes dois modelos é dada por

$$CONN_PR_IE = IE_i \sqcup PR_i / \rho \quad (4.2)$$

Onde:

$$\rho(e) = \begin{cases} pa_{IE_i}, & \text{se } e = pa_{PR_i}; \\ pa^{IE_i}, & \text{se } e = pa^{PR_i}; \\ po^{IE_i}, & \text{se } e = po^{PR_i}; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

De maneira análoga, diversos modelos de políticas de estoque podem ser compostos com os modelos das zonas, intermediários ou fábricas. Ao compor os modelos de políticas de estoque com o modelo da fábrica, se faz necessário remover seus lugares po , antes de realizar a composição. Isto se deve ao fato do modelo da fábrica não possuir um lugar equivalente, como ocorre tanto com o modelo dos intermediários quanto com o das zonas.

Considerando o modelo para uma fábrica FC_i e o modelo para uma política de estoque de revisão periódica PR_i , a RdP ($CONN_PR_FC$) resultante da composição entre estes dois modelos é dada por

$$CONN_PR_FC = FC_i \sqcup PR_i / \rho \quad (4.3)$$

Onde:

$$\rho_i(e) = \begin{cases} pp_{FC_i}, & \text{se } e = pa_{PR_i}; \\ pp^{FC_i}, & \text{se } e = pa^{PR_i}; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A partir desta definição formal, observa-se que é realizada uma fusão entre os lugares $pa_{_}$ e pa dos modelos de políticas de estoque, com os lugares $pp_{_}$ e pp do modelo da fábrica. A Figura 4.14 mostra o modelo de uma fábrica composto com três modelos diferentes de políticas de estoque, apresentados na Figura 4.8(a), Figura 4.8(b) e Figura 4.8(c).

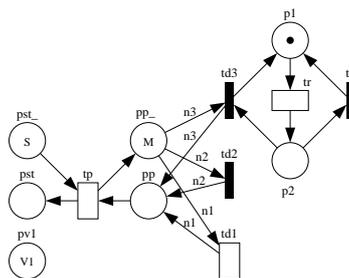


Figura 4.14 Modelo da fábrica composto com os três modelos diferentes de políticas de estoque.

Observe que, como descrito anteriormente, o lugar po de todos os modelos de políticas de estoque foram removidos para realizar esta composição.

4.3.3 Utilizando Docas

Ao utilizar o *cross-docking* como estratégia de distribuição, pode-se modelar as docas de entradas dos *pontos de cross-docking*. Estes pontos são armazéns que não mantêm estoques, que são substituídos pelo fluxo contínuo de produtos dos fornecedores para estes armazéns.

Para modelar tal cenário, o modelo das docas deve ser composto com o modelo dos intermediários, de modo a limitar a quantidade de veículos que podem descarregar produtos paralelamente no armazém. Considerando o modelo para um intermediário IE_i e o modelo para as docas DK_i , a RdP ($CONN_DK_IE$) resultante da composição entre estes dois modelos é dada por

$$CONN_DK_IE = IE_i \sqcup DK_i / \rho \quad (4.4)$$

Onde:

$$\rho(e) = \begin{cases} ta^{IE_i}, & \text{se } e = ta^{DK_i}; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Pela definição acima, pode-se observar que será realizada uma fusão entre as transições ta de ambos modelos. A Figura 4.15 mostra o modelo resultante desta composição. Um armazém também pode possuir diversos fornecedores. Para cada fornecedor do armazém, deverá ser realizada uma replicação dos seus elementos ta , td , pa , $pa_$ e po . Com isso, considera-se a demanda, o fluxo de informação e o fluxo de independentes para cada fornecedor do intermediário.

Além da replicação dos elementos do modelo dos intermediários, também deverão ser replicadas a transição $t1$ e o lugar $p1$ do modelo das docas. Supondo dois modelos de dois

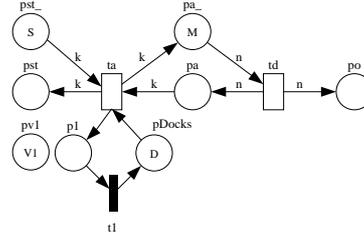


Figura 4.15 Modelo de um ponto de *cross-docking*.

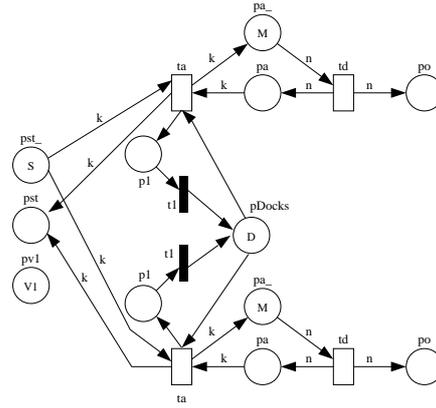


Figura 4.16 Modelo de um ponto de *cross-docking* com dois fornecedores distintos.

intermediários IE_1 e IE_2 , cada um composto com um modelo de docas DK_1 e DK_2 , respectivamente, conforme mostrado na Equação (4.4). Os respectivos modelos resultantes desta composição são $CONN_DK_IE_1$ e $CONN_DK_IE_2$. A RdP $IE_2Suppliers$ que representa um armazém atendido por dois fornecedores diferentes, e que utiliza o modelo de docas, é dada por

$$IE_2Suppliers = CONN_DK_IE_1 \sqcup CONN_DK_IE_2 / \rho \quad (4.5)$$

Onde:

$$\rho_3(e) = \begin{cases} pst_{IE_1}, & \text{se } e = pst_{IE_2}; \\ pst_{IE_2}, & \text{se } e = pst_{IE_1}; \\ pv1_{IE_1}, & \text{se } e = pv1_{IE_2}; \\ \dots & \\ pvn_{IE_1}, & \text{se } e = pvn_{IE_2}; \\ pDocks^{DK_1}, & \text{se } e = pDocks^{DK_2}; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Constata-se que, de acordo com a descrição formal desta composição, ocorrerá uma fusão entre os lugares que representam o estoque, os veículos e as docas, de ambos mode-

los. A Figura 4.16 mostra o modelo resultante desta composição. Note que, nesta figura, os modelos dos fornecedores e dos fluxos, bem como os índices dos elementos, foram omitidos de forma a obter-se uma melhor visualização. A seguir, a composição entre os modelos das entidades da rede de distribuição (ou seja, fábricas, zonas e intermediários) será apresentada detalhadamente.

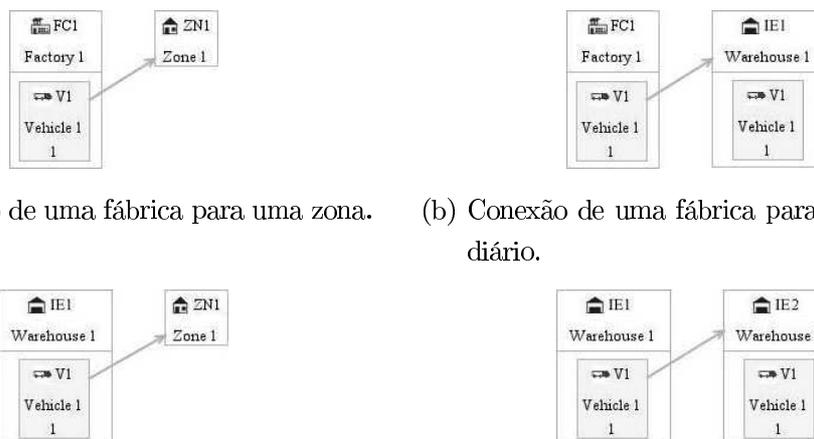
4.3.4 Conectando Fábricas, Zonas e Intermediários

Ao modelar um cenário de distribuição física de produtos, é necessário que os pontos de origem de produtos sejam representados pelos modelos das fábricas e que os pontos finais de destino destes produtos, sejam representados pelos modelos das zonas. Entre um ponto de origem e um ponto de destino, podem existir diversos intermediários.

O modelo criado depende do problema a ser analisado. Assim, caso a análise tenha o foco em uma fábrica que distribui seus produtos diretamente para atacadistas, varejistas e representantes, porém não se deseja analisar a rede de distribuição a partir dos clientes diretos da fábrica, estes clientes deverão ser modelados como zonas. Observe que seria possível modelar estes clientes da fábrica como intermediários, caso a análise contemplasse toda a rede de distribuição. De forma análoga, caso se deseje analisar a rede de distribuição a partir de um atacadista qualquer, este deve ser modelado como se fosse uma fábrica.

O caminho que o produto percorre desde a sua manufatura (ou seja, fábrica) até o seu destino final (ou seja, zona) é denominado *canal de distribuição* [KK05, ASMS04]. A quantidade de intermediários ao longo do canal determina o seu nível. Assim, caso um dado canal possua um intermediário é dito que este canal tem nível 1. Caso a fábrica adote a remessa direta como estratégia de distribuição, ou seja, entregando seus produtos direto aos consumidores sem utilizar intermediários, o canal é dito de nível zero.

Apenas zonas e intermediários podem ser consumidores de um dado fornecedor. Por sua vez, apenas intermediários e fábricas podem ser fornecedores de um dado consumidor. Assim, as possíveis conexões entre as entidades (ou seja, fábricas, zonas e intermediários) estão representadas na Figura 4.17. Nestes modelos, a conexão entre um fornecedor e um consumidor é representada por um arco dirigido, onde a sua direção indica o fluxo de produtos acabados, enquanto o sentido inverso representa o fluxo de informações do consumidor para o fornecedor. A origem dos arcos indica o tipo de veículo do fornecedor que é utilizado para realizar a distribuição dos produtos para o cliente. A Figura 4.17(a),



(a) Conexão de uma fábrica para uma zona. (b) Conexão de uma fábrica para um intermediário.

(c) Conexão de um intermediário para uma zona. (d) Conexão de um intermediário para outro intermediário.

Figura 4.17 Representações de alto nível para as conexões possíveis.

por exemplo, denota a distribuição de produtos a partir de uma fábrica FC_1 para uma zona ZN_2 , utilizando os veículos do tipo $V1$ da fábrica.

Ao converter as representações de alto nível apresentadas na Figura 4.17 para um modelo em RdP, as fábricas, zonas e intermediários são convertidos para as suas respectivas entidades, apresentadas na Seção 4.1. Cada veículo representado nos modelos em alto nível das fábricas e intermediários implicarão na criação de um lugar pvx no respectivo modelo em RdP. Os arcos dirigidos da notação de alto nível, serão convertidos para um modelo de fluxo (vide Figura 4.4).

Cada modelo RdP de uma zona, só poderá ser atendido por um único fornecedor. Assim, caso no cenário real, uma mesma zona seja atendida por intermediários, ou fábricas, diferentes, esta zona terá que ser representada como duas zonas distintas no modelo. Estes modelos poderão assumir demandas diferentes para seus fornecedores.

Seja uma fábrica FC_i , uma zona ZN_i e um modelo de fluxo FL_i , a composição entre estes modelos, de forma a criar o cenário representado na Figura 4.17(a), resulta em uma RdP, conforme apresentada na Figura 4.18, definida como

$$CONN_FC_FL_ZN = FC_i \sqcup ZN_i \sqcup FL_i/\rho \quad (4.6)$$

Onde:

$$\rho(e) = \begin{cases} pst_{FCi}, & \text{se } e = pst_{FLi}; \\ pst^{FCi}, & \text{se } e = pst^{FLi}; \\ pv1^{FCi}, & \text{se } e = pvx^{FLi}; \\ po^{ZNi}, & \text{se } e = po^{FLi}; \\ ta^{ZNi}, & \text{se } e = ta^{FLi}; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

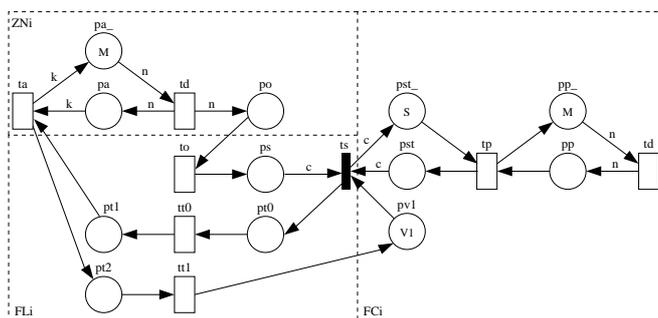


Figura 4.18 Modelo em RdP para a conexão de uma fábrica para uma zona.

O modelo da Figura 4.18 denota a RdP que representa o modelo de alto nível da Figura 4.17(a), cuja construção é dada formalmente pela Equação (4.6). De maneira análoga à descrita na Equação (4.6), pode-se obter os modelos em RdP para as outras conexões de alto nível. Os modelos em RdP que representam os modelos da Figura 4.17(b), Figura 4.17(c) e Figura 4.17(d) são apresentados na Figura 4.19, Figura 4.20 e Figura 4.21, respectivamente.

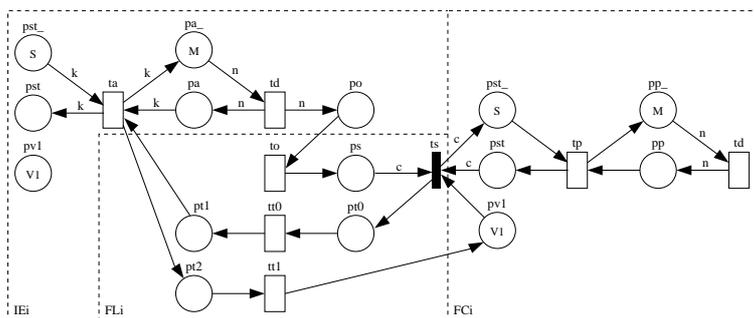


Figura 4.19 Modelo em RdP para a conexão de uma fábrica para um intermediário.

Vale frisar que a composição do modelo de fluxo com o modelo do consumidor envolve a fusão das transições *ta* de ambos modelos. Esta fusão implica na criação de um ponto

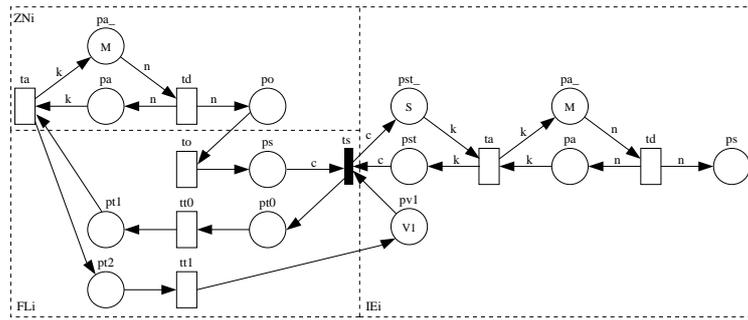


Figura 4.20 Modelo em RdP para a conexão de um intermediário para uma zona.

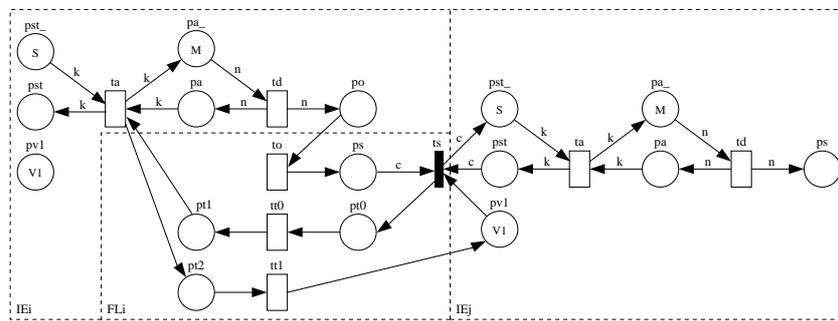


Figura 4.21 Modelo em RdP para a conexão de um intermediário para outro intermediário.

de sincronização dos modelos [GV95]. Assim, a transição resultante só se tornará habilitada quando todas as pré-condições forem satisfeitas. Na prática, isto implica que caso hajam veículos prontos para descarregar em um armazém cujo estoque está cheio, este veículo irá aguardar que haja espaço suficiente no estoque, até que ele possa descarregar a mercadoria.

4.3.5 Propriedades de Redes de Petri

Os invariantes de lugar de uma RdP (L-invariantes) denotam os componentes conservativos do modelo [MLC96]. Se todos os lugares do modelo são cobertos por um invariante positivo, a rede é dita *conservativa e estruturalmente limitada* [Mur89]. Ou seja, a soma ponderada das marcações é constante para qualquer seqüência de disparos das transições. Os invariantes de transição de uma RdP (T-invariantes) denotam seus componentes repetitivos. Se todas as transições do modelo são cobertas por um invariante positivo, a RdP será *repetitiva e consistente*.

Quando duas redes cobertas por L-invariantes são compostas através da fusão de lugares, os L-invariantes da nova rede serão obtidos pela combinação linear dos L-invariantes

de cada sub-rede. Os T-invariantes da nova rede serão obtidos diretamente a partir da justaposição dos T-invariantes das sub-redes. Quando a composição é realizada através da fusão de transições, os T-invariantes da nova rede serão obtidos pela combinação linear dos T-invariantes de cada sub-rede. Os L-invariantes da nova rede serão obtidos diretamente a partir da justaposição dos L-invariantes das sub-redes [Val79, MLC96].

O vetor de T-invariantes I_t é obtido através da resolução do sistema linear $C \times I_t = 0$, onde C é a matriz de incidência da RdP. Observe que é necessário que a RdP seja pura (vide Definição 2.6) para que se possa representar a sua estrutura através da sua matriz de incidência C . De maneira análoga, o vetor de L-invariantes é obtido através da resolução do sistema linear $C^t \times I_p = 0$, onde C^t é a matriz de incidência transposta. Observe que a cardinalidade dos vetores I_p e I_t são iguais às quantidades de lugares e transições da RdP, respectivamente ($|I_p| = |P|$ e $|I_t| = |T|$). Os invariantes de lugar também podem ser expressos através de equações sobre suas marcações. Esta notação será utilizada ao longo desta seção.

O modelo do temporizador TM_i (vide Figura 4.7) é completamente coberto por L-invariantes¹¹ onde

1. $\mu(pTimeLeft^{TM_i}) + \mu(pTime^{TM_i}) = \mu_0(pTimeLeft^{TM_i});$
2. $\mu(p0^{TM_i}) + \mu(pReset^{TM_i}) = \mu_0(pReset^{TM_i}).$

Este modelo também é completamente coberto por T-invariantes e seu vetor I_t é dado por

$$I_t = \begin{bmatrix} {}_t0^{TM_i} & {}_tReset^{TM_i} & {}_tTime^{TM_i} \\ 1 & 1 & \mu_0(pTimeLeft^{TM_i}) \end{bmatrix}$$

Como este modelo não deve ser composto com nenhum outro modelo do sistema, de maneira a alterar seu estado, os invariantes de lugar e transição da RdP permanecerão inalterados.

O modelo de atraso inicial SD_i (vide Figura 4.6) é completamente coberto por L-invariantes onde

$$\mu(p0) + \mu(p1) + \mu(p2) = 1$$

O vetor de T-invariantes (I_t) deste modelo é dado por

¹¹As expressões dos L-invariantes são baseadas nas marcações iniciais apresentadas nas definições formais dos modelos da Seção 4.1. Nestas expressões μ e μ_0 denotam, respectivamente, a marcação atual e a marcação inicial.

$$I_t = \begin{matrix} & t_0 & t_1 & tx \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Nota-se que os invariantes de lugar do modelo SD_i cobrem todos os lugares do modelo. Porém, o vetor de invariantes de transição I_t não cobre a transição t_0 . Isto é esperado, já que este modelo atua como um *siphon*¹² [GV95], tendo a função de atrasar a **primeira** habilitação da transição tx e uma vez que a transição t_0 é disparada ela não mais ficará habilitada. Como descrito na Seção 4.3.1, a utilização deste modelo é realizada através da composição de transições.

Assim, se este modelo for composto com uma RdP que seja completamente coberta por L-invariantes, a RdP resultante também será completamente coberta por L-invariantes que serão obtidos pela justaposição dos L-invariantes das sub-redes. Se este modelo for composto com uma RdP que seja completamente coberta por T-invariantes, os T-invariantes da RdP resultante serão obtidos pela combinação linear dos T-invariantes das sub-redes. Assim, apenas a transição $t_0^{SD_i}$ não será coberta por invariante, como esperado.

O modelo das docas DK_i (vide Figura 4.5) é completamente coberto por L-invariantes onde

$$\mu(pDocks) + \mu(p1) = 1$$

Este modelo também é completamente coberto por T-invariantes e seu vetor I_t é dado por

$$I_t = \begin{matrix} & t_a & t_1 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Como visto anteriormente, a utilização desse modelo se dá através da fusão de sua transição ta . Assim, se o modelo composto com o modelo das docas for completamente coberto por L-invariantes, a RdP resultante também o será e seus L-invariantes serão obtidos pela justaposição dos L-invariantes das sub-redes. Além disso, se este modelo também for coberto por T-invariantes, a RdP resultante também o será e seus T-invariantes serão obtidos pela combinação linear dos T-invariantes de ambos modelos.

Anteriormente, foi demonstrado que a modelagem de um intermediário com mais de um fornecedor, é dada unicamente pela fusão de lugares, inclusive quando se faz uso de docas. Se ambos os modelos compostos forem cobertos por T-invariantes a RdP resultante também o será e seus T-invariantes serão obtidos pela justaposição dos T-invariantes das

¹²N. de T.: termo também utilizado em português.

sub-redes. Além disso, se estes modelos também forem cobertos por L-invariantes, a RdP resultante também o será e seus L-invariantes serão obtidos pela combinação linear dos L-invariantes de ambos modelos.

Todos os modelos de políticas de estoque são completamente cobertos por L-invariantes. No caso do modelo de revisão periódica (vide Figura 4.8(c)), os L-invariantes são dados por

1. $\mu(p1^{PR_i}) + \mu(p2^{PR_i}) = 1;$
2. $\mu(pa^{PR_i}) + \mu(pa_{-}^{PR_i}) = \mu_0(pa_{-}^{PR_i});$
3. $\mu(pa^{PR_i}) + \mu(po^{PR_i}) = \mu_0(pa_{-}^{PR_i}).$

Todos os lugares deste modelo são cobertos por L-invariantes. A composição deste modelo com um outro modelo X é realizada através da fusão de lugares. Assim, se X for completamente coberto por L-invariantes, a RdP resultante também o será e seus L-invariantes serão obtidos pela combinação linear dos L-invariantes de ambos modelos. O vetor de T-invariantes (I_t) deste modelo é dado por

$$I_t = \begin{bmatrix} td^{PR_i} & tr^{PR_i} & t1^{PR_i} \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Como observado, a transição td deste modelo, e também dos outros modelos de política de estoque, não será coberta por T-invariante. Isto ocorre porque quando a marcação de pa_{-} chega a uma marcação menor que $I(td^{PR_i}, pa_{-}^{PR_i}, \mu)$, a transição td não ficará mais habilitada. Porém, ao incluir um ciclo neste modelo, esta transição será coberta por invariante. De fato, como apresentado a seguir, o modelo resultante da conexão entre consumidores e produtores é cíclico.

A seguir, serão denotadas as propriedades de T-invariantes e P-invariantes para as conexões entre fábricas, zonas e intermediários. Será considerada a definição padrão dos componentes, ou seja, utilizando a política de estoques de pedidos periódicos. Ao longo desta seção, será observado que a transição td será coberta por T-invariantes. Além disso, devido à utilização dos modelos de política de estoque ser dada através da fusão de lugares, tr^{PR_i} e $t1^{PR_i}$ continuarão com os T-invariantes apresentados.

O modelo RdP resultante da conexão entre uma fábrica e uma zona (vide Figura 4.18) é completamente coberto por L-invariantes onde

1. $\mu(pa^{ZN_i}) + \mu(pa_{-}^{ZN_i}) = \mu_0(pa_{-}^{ZN_i});$

2. $\mu(pp^{FC_i}) + \mu(pp_{-}^{FC_i}) = \mu_0(pp_{-}^{FC_i});$
3. $\mu(pst^{FC_i}) + \mu(pst_{-}^{FC_i}) = \mu_0(pst_{-}^{FC_i});$
4. $\mu(pt0^{FL_i}) + \mu(pt1^{FL_i}) + \mu(pt2^{FL_i}) + \mu(pvx^{FC_i}) = \mu_0(pvx^{FC_i});$
5. $c^{FL_i} \times \mu(pt0^{FL_i}) + c^{FL_i} \times \mu(pt1^{FL_i}) + \mu(ps^{FL_i}) + \mu(po^{ZN_i}) + \mu(pa_{-}^{ZN_i}) = \mu_0(pa_{-}^{ZN_i}).$

O primeiro L-invariante mostra que o número de pedidos pendentes da zona nunca poderá exceder o valor da marcação inicial de seu lugar pa_{-} . O segundo L-invariante mostra que o WIP da fábrica nunca poderá ser maior que a marcação inicial de seu lugar pp_{-} . O terceiro L-invariante mostra que a quantidade de SKUs estocadas nunca poderá exceder a capacidade máxima do estoque denotada pela marcação inicial do lugar pst_{-} . Observe que, estes três L-invariantes também denotam a relação dos lugares duais, onde a soma de suas marcações, para qualquer marcação alcançável, é sempre constante.

O quarto L-invariante mostra que a quantidade de veículos viajando para o consumidor mais a quantidade de veículos parados na fábrica sempre será igual à quantidade de veículos disponibilizados inicialmente pela fábrica. Como os veículos não são recursos renováveis da fábrica, diferentemente dos seus produtos, esta afirmação é completamente coerente e mostra que o modelo representa esta conservação dos recursos.

Finalmente, o quinto L-invariante mostra que a quantidade de SKUs solicitadas e aguardando o embarque mais a quantidade de SKUs sendo transportadas e entregues na zona nunca poderá exceder o valor da marcação inicial do lugar pa_{-} da zona. Note que este invariante tem um peso c^{FL_i} , ou seja $O(ts^{FL_i}, ps^{FL_i}, \mu)$, para as marcações dos lugares que indicam o fluxo de produtos. Isto ocorre porque cada marcação nestes lugares representa um único veículo, que deverá estar carregado com c^{FL_i} SKUs. Vale salientar que este invariante só existe graças à restrição $c^{FL_i} = k^{ZN_i}$, ou seja $I(ts^{FL_i}, ps^{FL_i}, \mu) = O(ta^{ZN_i}, pa_{-}^{ZN_i}, \mu)$, que indica que a quantidade de SKUs que chega ao consumidor precisa ser igual à quantidade de SKUs enviadas pelo produtor.

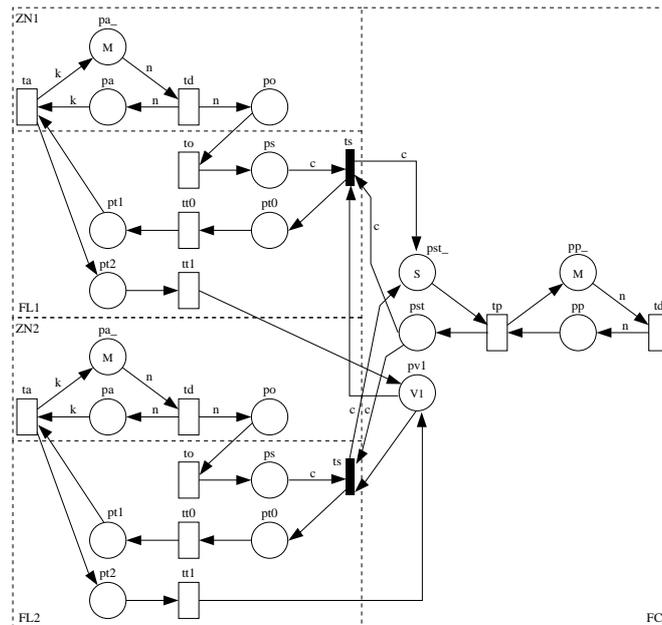
Este modelo também é completamente coberto por T-invariantes e seu vetor I_t é dado por

$$I_t = \begin{bmatrix} td^{FC_i} & tp^{FC_i} & to^{FL_i} & ts^{FL_i} & tt0^{FL_i} & tt1^{FL_i} & ta^{ZN_i} & td^{ZN_i} \\ A & B & B & C & C & C & C & D \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

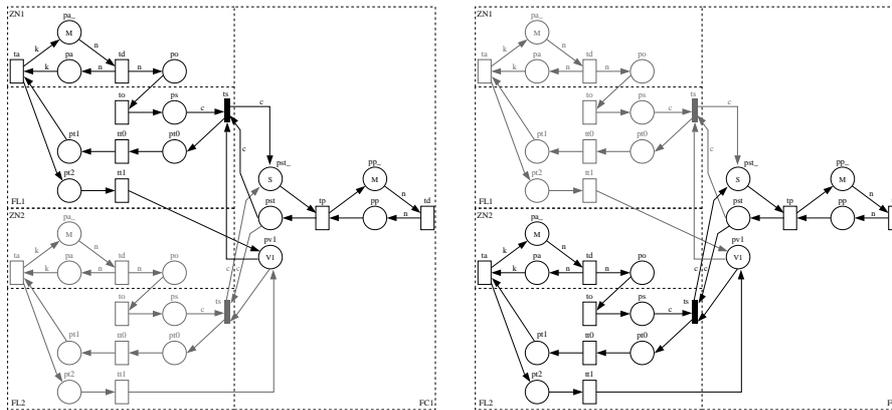
Onde:

- $A = c^{FL_i} \times n^{ZN_i};$

- $B = c^{FL_i} \times n^{FC_i} \times n^{ZN_i}$;
- $C = c^{FL_i} \times n^{ZN_i}$;
- $D = c^{FL_i} \times n^{FC_i}$.



(a) Conexão entre uma fábrica e duas zonas.



(b) T-semiflow $FC_1 \rightleftharpoons FL_1 \rightleftharpoons ZN_1$. (c) T-semiflow $FC_1 \rightleftharpoons FL_2 \rightleftharpoons ZN_2$.

Figura 4.22 Modelo em RdP para a conexão entre uma fábrica e duas zonas e seus *T-semiflows*.

Uma fábrica pode fornecer produtos diretamente a mais de uma zona. Supondo um cenário onde uma fábrica FC_1 fornece diretamente 2 zonas, ZN_1 e ZN_2 , utilizando os fluxos FL_1 e FL_2 , respectivamente. Para cada conexão entre a fábrica e uma das zonas

haverá um *T-semiflow* [MBC⁺95] (vide Figura 4.22). Cada um destes *T-semiflows* é completamente coberto por T-invariantes cujo vetor de invariantes I_t é dado pela Equação (4.7). Desta forma, o modelo da Figura 4.22(a) será completamente coberto por T-invariantes.

O modelo em RdP resultante para a conexão de uma fábrica para uma zona é completamente coberto por L-invariantes e T-invariantes. É possível provar, por construção, que o modelo final considerando um número finito de intermediários também será completamente coberto por L-invariantes e T-invariantes. Para isto será considerado o modelo auxiliar *AUX* apresentado na Figura 4.23.

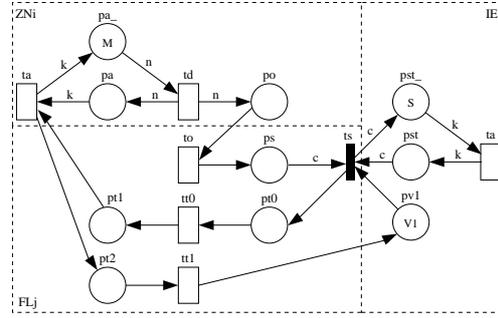


Figura 4.23 Modelo auxiliar para provar os invariantes de lugar e transição dos modelos resultantes.

A RdP *AUX* é completamente coberta por L-invariantes onde

1. $\mu(pa^{ZNi}) + \mu(pa_{-}^{ZNi}) = \mu_0(pa_{-}^{ZNi});$
2. $\mu(pst^{IEi}) + \mu(pst_{-}^{IEi}) = \mu_0(pst_{-}^{IEi});$
3. $\mu(pt0^{FLi}) + \mu(pt1^{FLi}) + \mu(pt2^{FLi}) + \mu(pvx^{IEi}) = \mu_0(pvx^{IEi});$
4. $c^{FLi} \times \mu(pt0^{FLi}) + c^{FLi} \times \mu(pt1^{FLi}) + \mu(ps^{FLi}) + \mu(po^{ZNi}) + \mu(pa_{-}^{ZNi}) = \mu_0(pa_{-}^{ZNi}).$

Observe que os L-invariantes desta rede são semelhantes aos da RdP resultante da conexão entre uma fábrica e uma zona, à exceção do invariante $\mu(pp^{FCi}) + \mu(pp_{-}^{FCi}) = \mu_0(pp_{-}^{FCi})$ desta última, que não existe para a RdP *AUX*. Este modelo também é completamente coberto por T-invariantes e seu vetor I_t é dado por

$$I_t = \begin{bmatrix} ta^{IEi} & to^{FLi} & ts^{FLi} & tt0^{FLi} & tt1^{FLi} & ta^{ZNi} & td^{ZNi} \\ A & C & D & D & D & D & B \end{bmatrix}$$

Onde:

- $A = (c^{FL_i})^2 \times n^{ZN_i}$;
- $B = (c^{FL_i})^2 \times k^{IE_i}$;
- $C = (c^{FL_i})^2 \times n^{ZN_i} \times k^{IE_i}$;
- $D = c^{FL_i} \times n^{ZN_i} \times k^{IE_i}$.

Seja um cenário no qual uma fábrica FC_i distribui seus produtos para um intermediário IE_i , utilizando um fluxo FL_i , que por sua vez, distribui para uma zona ZN_i , utilizando um fluxo FL_j . Este modelo pode ser obtido através da composição das RdP AUX e $CONN_FC_FL_ZN$ (vide Equação (4.6)). O modelo resultante desta composição é formalmente obtido como $N1 = AUX \sqcup CONN_FC_FL_ZN\rho$, onde¹³

$$\rho(e) = \begin{cases} po^{IE_i}, & \text{se } e = po^{ZN_i}; \\ pa^{IE_i}, & \text{se } e = pa^{ZN_i}; \\ pa_{-}^{IE_i}, & \text{se } e = pa_{-}^{ZN_i}; \\ ta^{IE_i}, & \text{se } e = ta^{ZN_i}; \\ td^{IE_i}, & \text{se } e = td^{ZN_i}; \\ e, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

A função de renomeação acima, altera os índices ZN_i do modelo $CONN_FC_FL_ZN$ para IE_i . Com esta alteração, ao realizar a união das redes, será realizada uma fusão entre suas transições ta . Como $CONN_FC_FL_ZN$ e AUX são completamente cobertos por L-invariantes, a RdP resultante também o será e seus L-invariantes serão obtidos pela justaposição dos L-invariantes das sub-redes. Além disso, como ambos modelos são cobertos por T-invariantes, a RdP resultante também o será e seus T-invariantes serão obtidos pela combinação linear dos T-invariantes de ambos modelos.

Este processo pode ser aplicado de maneira iterativa para criar diferentes cenários. Utilizando este processo, garante-se que estes cenários serão completamente cobertos por invariantes de lugar (L-invariantes) e transição (T-invariantes). Na Figura 4.24 verifica-se um cenário onde uma fábrica distribui produtos para uma zona utilizando a estratégia de remessa direta e para uma outra zona utilizando um intermediário. Como descrito, este cenário será completamente coberto por L-invariantes e T-invariantes.

¹³Visando simplificar a definição formal desta composição, o fluxo do modelo AUX já foi definido como FL_j conforme pode ser observado na Figura 4.23. Além disso alguns elementos deste modelo também foram definidos com o índice IE_i .

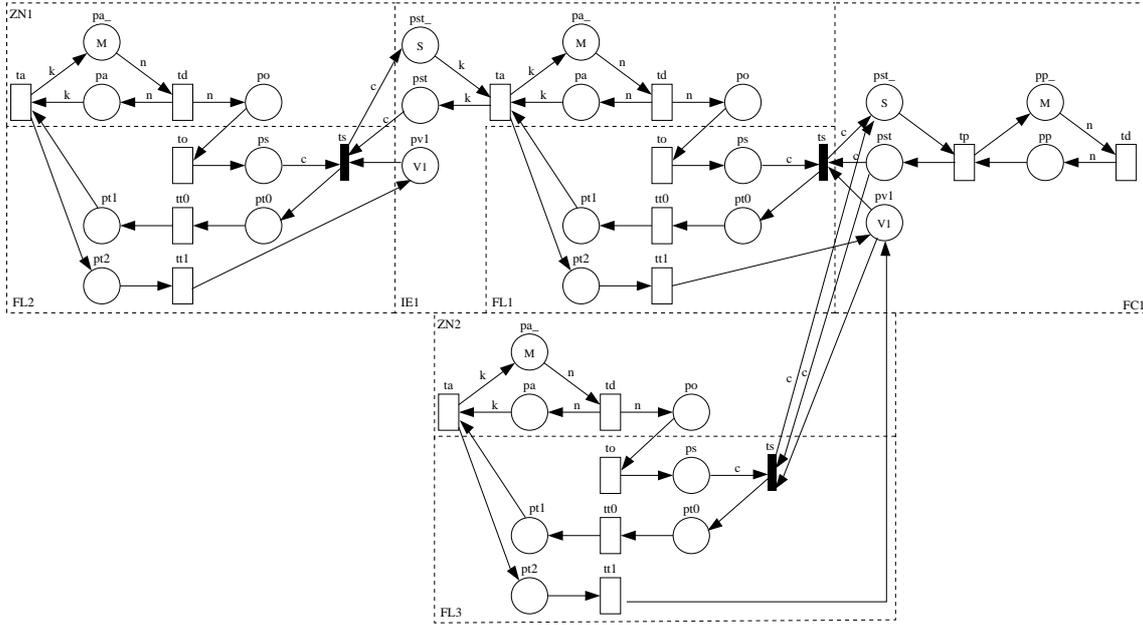


Figura 4.24 Cenário onde uma fábrica distribui produtos para uma zona e para um intermediário, que por sua vez, distribui para uma outra zona.

Algumas restrições, com relação às marcações, precisam ser respeitadas para que se tenha os invariantes de transição aqui descritos. Primeiramente, o peso n dos arcos das zonas e intermediários não pode ser maior que a marcação inicial do lugar $pa_$, formalmente, $I(td, pa_ , \mu) \leq \mu_0(pa_)$. Se esta restrição não for respeitada, a transição td destes modelos nunca ficará habilitada.

De forma análoga, o peso k dos arcos destes modelos também precisa ser menor que a marcação inicial do lugar $pa_$, formalmente, $I(ta, pa, \mu) \leq \mu_0(pa_)$. Considerando as equações de T-invariantes do modelo $CONN_FC_FL_ZN$ tem-se que

$$\mu(pa^{ZN_i}) + \mu(pa_^{ZN_i}) = \mu_0(pa_^{ZN_i})$$

Assim, pa terá sua marcação máxima quando $\mu(pa_) = 0$. Logo a marcação máxima de pa é $\mu_0(pa_)$. Como $k = I(ta, pa, \mu)$, se $k > \mu_0(pa_)$, a transição ta nunca será habilitada. No caso dos intermediários, ainda é necessário que o peso dos arcos k seja menor ou igual à marcação inicial do seu lugar $pst_$, pois se $k > \mu_0(pst_)$, a transição ta deste modelo nunca seria habilitada.

Nos modelos da fábrica, o peso n dos arcos não pode ser maior que a marcação inicial do lugar $pp_$, formalmente, $I(td, pp_ , \mu) \leq \mu_0(pp_)$. Se esta restrição não for respeitada, a sua transição td nunca ficará habilitada. Finalmente, considerando os modelos de fluxos,

o peso c dos arcos não poderá ser maior que a marcação inicial do lugar $pst_$ do produtor ou que a marcação inicial do lugar $pa_$ do consumidor. Caso contrário, a transição ts do modelo de fluxos nunca ficará habilitada. Considerando as equações de T-invariantes do modelo $CONN_FC_FL_ZN$ tem-se que

$$c^{FL_i} \times \mu(pt0^{FL_i}) + c^{FL_i} \times \mu(pt1^{FL_i}) + \mu(ps^{FL_i}) + \mu(po^{ZN_i}) + \mu(pa_^{ZN_i}) = \mu_0(pa_^{ZN_i})$$

Assim, ps terá sua marcação máxima quando a marcação de todos os outros lugares forem igual a zero. Logo a marcação máxima de ps é $\mu_0(pa_)$. Como $c = I(ts, ps, \mu)$, se $c > \mu_0(pa_)$, a transição ts nunca será habilitada.

O modelo em RdP final também será *puro*, já que não possui *self-loops*, ou seja, transições que possuam o mesmo lugar como entrada e saída (vide Definição 2.6). Assim, é possível representar a estrutura da RdP através de uma notação matricial, obtendo a sua *matriz de incidência*. Esta matriz permite a realização de cálculos utilizando a *equação de estados* das RdP, que é utilizada para a avaliação de propriedades comportamentais e estruturais.

Os L-invariantes garantem as propriedades de *limitação estrutural* e a *conservação* da RdP, permitindo que as métricas sejam computadas através da avaliação do espaço de estados do modelo. O T-invariantes são condições necessárias para que a RdP seja *live* e *livre de deadlocks*. Respeitando as regras de composição aqui apresentadas, é possível realizar uma conversão automática de uma representação em alto nível da rede de distribuição, para um modelo em RdP. A RdP resultante ainda será completamente coberta por L-invariantes. À exceção de algumas transições, consideradas apenas para o regime transiente da rede, todas as outras transições do modelo serão cobertas por T-invariantes. Por causa destes invariantes, as métricas podem ser computadas tanto através simulação do modelo, quanto de forma analítica, considerando o regime transiente ou o estado estacionário.

4.4 MÉTRICAS

Nesta seção, serão apresentadas as principais métricas que podem ser obtidas a partir dos modelos propostos. Também será apresentada a sintaxe das expressões utilizadas para a obtenção destas métricas. Os modelos descritos com RdP estocásticas permitem que as seguintes métricas sejam obtidas:

- A valor esperado E de uma expressão, cujo resultado representa uma métrica;

- A probabilidade da ocorrência de uma condição P ;
- O *throughput*¹⁴ de uma transição.

As métricas para as quais se almeja obter o valor esperado E e a probabilidade da ocorrência de uma condição P , utilizam expressões baseadas na marcação $\langle marking_function \rangle$ e condições lógicas $\langle logic_condition \rangle$, cujas definições são apresentadas a seguir. Estas expressões são apresentadas na notação *Backus-Naur form* (BNF) [BBG⁺63] e foram criadas com base nas definições encontradas em [Zim01a]. Vale salientar que as definições de $\langle place_name \rangle$ e $\langle transition_name \rangle$ se referem, respectivamente, aos nomes de lugares e transições presentes na RdP. Além disso, a definição de $\langle letter \rangle$ utiliza as notações $a / \dots / z$ e $A / \dots / Z$, para se referir às letras minúsculas e maiúsculas de a a z , respectivamente.

$\langle logic_condition \rangle$::=	$\langle logic_condition \rangle$ NOT $\langle logic_condition \rangle$ ($\langle logic_condition \rangle$) $\langle logic_condition \rangle$ OR $\langle logic_condition \rangle$ $\langle logic_condition \rangle$ AND $\langle logic_condition \rangle$
$\langle comparison \rangle$::=	$\langle marking_function \rangle$ $\langle comp_op \rangle$ $\langle marking_function \rangle$
$\langle comp_op \rangle$::=	$=$ \neq $>$ $<$ \geq \leq
$\langle marking_function \rangle$::=	$\langle marking_function \rangle$ $\langle num_op \rangle$ $\langle marking_function \rangle$ ($\langle marking_function \rangle$) $\langle integer_value \rangle$
$\langle num_op \rangle$::=	$+$ $-$ \times $/$ $^$
$\langle integer_value \rangle$::=	$\langle integer_constant \rangle$ $\langle marking \rangle$
$\langle integer_constant \rangle$::=	$\langle digit \rangle$ $\langle integer_constant \rangle$ $\langle digit \rangle$
$\langle marking \rangle$::=	μ ($\langle place_name \rangle$)
$\langle place_name \rangle$::=	$\langle identifier \rangle$
$\langle transition_name \rangle$::=	$\langle identifier \rangle$
$\langle identifier \rangle$::=	$\langle letter \rangle$ $\langle identifier \rangle$ $\langle letter \rangle$

¹⁴N. de T.: termo também utilizado em português.

$$\begin{aligned}
& | \langle \text{identifier} \rangle \langle \text{digit} \rangle \\
\langle \text{letter} \rangle & ::= a | \dots | z | A | \dots | Z \\
\langle \text{digit} \rangle & ::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
\end{aligned}$$

O valor esperado E de uma dada marcação é obtido utilizando-se a Equação (4.8)¹⁵. Esta métrica fornece o valor médio de uma função de marcação $\langle \text{marking_function} \rangle$ considerando todas as marcações alcançáveis da RdP. A avaliação da métrica $E\{\mu(p1) + \mu(p2) - (3 \times \mu(p3))\}$, por exemplo, retorna o valor esperado da soma das marcações dos lugares $p1$ e $p2$ menos 3 vezes a marcação do lugar $p3$.

$$E\{\langle \text{marking_function} \rangle\} \quad (4.8)$$

Também é possível avaliar o valor esperado de uma expressão que considera um subconjunto das marcações alcançáveis. Para isso, utiliza-se a Equação (4.9). Neste caso, o valor esperado de $\langle \text{marking_function} \rangle$ será computado considerando apenas as marcações nas quais a condição $\langle \text{logic_condition} \rangle$ é verdadeira. A métrica $E\{\mu(p1) + \mu(p2) - (3 \times \mu(p3)) \mid \mu(p1) > 0\}$, por exemplo, retornaria o valor esperado da soma das marcações dos lugares $p1$ e $p2$ menos 3 vezes a marcação do lugar $p3$, considerando apenas as marcações da RdP nas quais a marcação de $p1$ fosse maior que zero.

$$E\{\langle \text{marking_function} \rangle \mid \langle \text{logic_condition} \rangle\} \quad (4.9)$$

A probabilidade P de ocorrer uma determinada condição é obtida utilizando-se a Equação (4.10). Esta métrica fornece a probabilidade de ocorrer uma condição $\langle \text{logic_condition} \rangle$, considerando todos os estados alcançáveis da RdP. A métrica $P\{\mu(p1) > 0\}$, por exemplo, retornaria a probabilidade da marcação do lugar $p1$ ser maior que zero.

$$P\{\langle \text{logic_condition} \rangle\} \quad (4.10)$$

Assim como no caso anterior, é possível calcular esta métrica para um subconjunto das marcações alcançáveis. Para tanto, emprega-se a Equação (4.11). Neste caso, a probabilidade de ocorrer a primeira condição $\langle \text{logic_condition} \rangle$ será computada considerando apenas as marcações nas quais a segunda condição $\langle \text{logic_condition} \rangle$ é verdadeira. A métrica $P\{\mu(p1) > 0 \mid \mu(p2) = 0 \text{ OR } \mu(p3) \leq 2\}$, por exemplo, retornaria a probabilidade da marcação de $p1$ ser maior que zero considerando apenas as marcações da RdP

¹⁵As expressões apresentadas para E e P , foram **baseadas** nas expressões da ferramenta TimeNET[Zim01a].

nas quais a marcação de $p2$ fosse igual a zero ou a marcação de $p3$ fosse menor ou igual a dois.

$$P\{\langle logic_condition \rangle \mid \langle logic_condition \rangle\} \quad (4.11)$$

Também é possível lograr o *throughput* de uma dada transição. O *throughput* determina a média de disparos de uma transição por unidade de tempo. O *throughput* X de uma determinada transição é obtido utilizando-se a Equação (4.12). A métrica $X\{t1\}$, por exemplo, denota o *throughput* da transição $t1$ de uma dada RdP.

$$X\{\langle transition_name \rangle\} \quad (4.12)$$

Cada transição estocástica de um modelo GSPN possui uma taxa λ associada. O tempo que um *token* aguarda em um lugar de entrada de uma determinada transição é inversamente proporcional a esta taxa. O *throughput* X dessa transição determina a média de disparos da transição por unidade de tempo. Assim, através da lei de little [GH85] é possível computar o tempo médio de espera de um *token* em um dado lugar [MBC⁺95, HTT00]. Este tempo médio de espera D em um dado lugar p é obtido conforme descrito na Equação (4.13).

$$D(p) = E\{\mu(p)\} / \sum_{t \in p^\bullet} [I(t, p, \mu) \times X\{t\}] \quad (4.13)$$

Estas métricas básicas podem ser utilizadas para criar métricas mais sofisticadas que representem indicadores utilizados para a avaliação do desempenho de uma cadeia de suprimentos. Como dito anteriormente, as métricas poderão ser computadas tanto no regime transiente quanto no estado estacionário da RdP.

Ao apresentar os modelos das fábricas, zonas e intermediários (vide Seção 4.1), mostrou-se que seus respectivos lugares $pp_^{FC_i}$, $pa_^{ZN_i}$ e $pa_^{IE_i}$ foram inseridos para garantir que o modelo final fosse completamente coberto por L-invariantes. Além disso, também foi salientado que a marcação nestes lugares nunca deveria chegar a zero. Assim, visando averiguar esta condição, pode-se considerar a métrica $P\{\mu(p) = 0\}$, onde p deverá ser $pp_^{FC_i}$, $pa_^{ZN_i}$ ou $pa_^{IE_i}$. O valor desta métrica deverá ser igual, ou muito próximo, a zero.

Na Seção 4.3 foram apresentados os L-invariantes da RdP que representa a conexão de uma fábrica FC_i para uma zona ZN_i através de um fluxo FL_i . Dois desses invariantes são apresentados no sistema linear abaixo.

$$\begin{cases} \mu(pa^{ZN_i}) + \mu(pa_^{ZN_i}) = \mu_0(pa_^{ZN_i}) \\ c^{FL_i} \times \mu(pt0^{FL_i}) + c^{FL_i} \times \mu(pt1^{FL_i}) + \mu(ps^{FL_i}) + \mu(po^{ZN_i}) + \mu(pa_^{ZN_i}) = \mu_0(pa_^{ZN_i}) \end{cases}$$

A Equação (4.14) pode ser derivada da segunda equação do sistema, substituindo-se $\mu_0(pa_{-}^{ZN_i})$ por $\mu(pa^{ZN_i}) + \mu(pa_{-}^{ZN_i})$. Tanto esta equação, como um todo, quanto partes dela podem ser utilizadas como uma função de marcação para a obtenção de métricas de valores esperado E e probabilidades P . A primeira parte desta equação indica a quantidade de SKUs que foram solicitadas pela zona, mas que ainda estão no fluxo de informação para o seu fornecedor. A segunda parte desta equação denota a quantidade de pedidos do consumidor, em SKUs, que já processados pelo fornecedor, mas que ainda não foram enviados à zona devido à falta de produtos ou veículos disponíveis (*backorders*). Finalmente, a terceira parte da equação mostra a quantidade de SKUs que já foram enviadas à zona mas que ainda estão a caminho da zona ou sendo descarregadas. A soma de todas estas quantidades denota o total de SKUs que foram solicitadas pela zona e que ainda não foram entregues.

Quando o consumidor se trata de um intermediário, observa-se que o modelo resultante possui os mesmos L-invariantes descritos acima. De maneira análoga à descrita anteriormente, obtém-se a Equação (4.15). Observe que a única diferença entre estas equações é o nome de alguns lugares, dos quais se obtém a marcação, que na zona possuem o índice ZN_i e nos intermediários possuem o índice IE_i .

$$\mu(pa^{ZN_i}) = \underbrace{\mu(po^{ZN_i})}_{\text{SKUs de Pedidos Recentes}} + \underbrace{\mu(ps^{FL_i})}_{\text{SKUs de Backorders}} + \underbrace{c^{FL_i} \times (\mu(pt0^{FL_i}) + \mu(pt1^{FL_i}))}_{\text{SKUs em Transito}} \quad (4.14)$$

$$\mu(pa^{IE_i}) = \underbrace{\mu(po^{IE_i})}_{\text{SKUs de Pedidos Recentes}} + \underbrace{\mu(ps^{FL_i})}_{\text{SKUs de Backorders}} + \underbrace{c^{FL_i} \times (\mu(pt0^{FL_i}) + \mu(pt1^{FL_i}))}_{\text{SKUs em Transito}} \quad (4.15)$$

Algumas métricas podem ser derivadas a partir da Equação (4.14) e da Equação (4.15). Por exemplo, a quantidade média de pedidos recentes (em SKUs) de uma zona é obtida como $E\{\mu(po^{ZN_i})\}$. Já a quantidade de SKUs solicitadas pelo consumidor e que ainda não foram entregues, é obtida através da métrica $E\{\mu(pa^{ZN_i})\}$ para as zonas e $E\{\mu(pa^{IE_i})\}$ para os intermediários. A partir desta métrica pode-se computar o *lead time* médio para a entrega dos pedidos do consumidor utilizando a função $D(pa^{ZN_i})$ para as zonas e $D(pa^{IE_i})$ para os intermediários, conforme descrito na Equação (4.13).

A quantidade média de SKUs sendo transportadas para um consumidor através de um fluxo FL_i é obtida através da expressão $E\{c^{FL_i} \times (\mu(pt0^{FL_i}) + \mu(pt1^{FL_i}))\}$. O estoque em trânsito de um produtor é dado pelo total de SKUs sendo transportadas para seus clientes. Conseqüentemente, supondo que OUT_FLOWSP_i é o conjunto de fluxos atendidos por

um produtor P_i , seu estoque em trânsito é obtido conforme mostra a Equação (4.16).

$$\sum_{FL_i \in OUT_FLOWS^{P_i}} E\{c^{FL_i} \times (\mu(pt0^{FL_i}) + \mu(pt1^{FL_i}))\} \quad (4.16)$$

A quantidade média de *backorders* de um consumidor que é atendido por um produtor através de um fluxo FL_i , é obtida através da métrica $E\{\mu(ps^{ZN_i})\}$ para as zonas e $E\{\mu(ps^{IE_i})\}$ para os intermediários. Visando averiguar o nível de serviço prestado ao cliente, pode-se obter a probabilidade dos *backorders* ser maior que um valor x . Esta métrica, é obtida através da métrica $P\{\mu(ps^{ZN_i}) > x\}$ para as zonas e $P\{\mu(ps^{IE_i}) > x\}$ para os intermediários. Se, por exemplo, deseja-se manter um nível de serviço de 95%, estas métricas devem retornar um valor menor que 5%, para $x = 0$. Conseqüentemente, o nível de serviço prestado para o consumidor pode ser medido através da métrica $100\% - P\{\mu(ps^{IE_i}) > 0\}$.

Supondo que $OUT_FLOWS^{P_i}$ é o conjunto de fluxos atendidos por um produtor P_i , a quantidade total de *backorders* não atendidos por deste produtor pode ser obtida utilizando-se a Equação (4.17).

$$\sum_{FL_i \in OUT_FLOWS^{P_i}} \mu(ps^{FL_i}) \quad (4.17)$$

Como dito anteriormente, a posição de estoque é dada pela soma do estoque real com o WIP do produtor, seja ele uma fábrica ou um intermediário. No caso da fábrica o seu WIP é dado pela quantidade de SKUs de produtos acabados que estão sendo produzidos. Neste caso, a posição de estoque de uma fábrica FC_i é definida como mostra a Equação (4.18).

$$\underbrace{\mu(pst^{FC_i})}_{\text{Estoque Real}} + \underbrace{\mu(pp^{FC_i})}_{\text{WIP}} \quad (4.18)$$

Já para um intermediário IE_i , o WIP é dado pela quantidade de SKUs que foram solicitadas ao seu fornecedor e que ainda não chegaram. Com base na Equação (4.15), obtém-se a sua posição de estoque como descrito na Equação (4.19). Observe que a única diferença com relação à equação que denota a posição de estoque da fábrica é quanto ao lugar do qual se obtém o WIP.

$$\underbrace{\mu(pst^{IE_i})}_{\text{Estoque Real}} + \underbrace{\mu(pa^{IE_i})}_{\text{WIP}} \quad (4.19)$$

Uma variante do cálculo da *posição de estoque* considera os pedidos ainda não atendidos pelo produtor [Bal04] (*backorders*). Se a quantidade de *backorders* dos clientes do

produtor (vide Equação (4.17)), for considerada, a posição de estoque da fábrica e do intermediário será obtida utilizando-se a Equação (4.20) e a Equação (4.21), respectivamente.

$$\underbrace{\mu(pst^{FC_i})}_{\text{Estoque Real}} + \underbrace{\mu(pp^{FC_i})}_{WIP} - \underbrace{\sum_{FL_i \in OUT_FLOWS^{FC_i}} \mu(ps^{FL_i})}_{\text{Backorders}} \quad (4.20)$$

$$\underbrace{\mu(pst^{IE_i})}_{\text{Estoque Real}} + \underbrace{\mu(pa^{IE_i})}_{WIP} - \underbrace{\sum_{FL_i \in OUT_FLOWS^{IE_i}} \mu(ps^{FL_i})}_{\text{Backorders}} \quad (4.21)$$

A partir das funções de marcação apresentadas na Equação (4.20) e na Equação (4.21), logra-se algumas métricas importantes. A quantidade média de estoque de uma fábrica, por exemplo, pode ser computada através da métrica $E\{\mu(pst^{FC_i})\}$. Supondo que o nível de estoque de segurança de uma fábrica é de x SKUs, a métrica $P\{\mu(pst^{FC_i}) \leq x\}$ indica a probabilidade do seu estoque estar abaixo do nível de segurança.

Também é possível obter métricas relacionadas à utilização dos veículos de um fornecedor. Supondo que um dado veículo de uma fábrica FC_i é representado pelo lugar $pv1$ do modelo, a quantidade disponível de veículos deste é dada pela função de marcação $\mu(pv1^{FC_i})$. Assim, a quantidade média deste valor, pode ser calculada com a métrica $E\{\mu(pv1^{FC_i})\}$. Ainda seria possível checar a probabilidade de todos os veículos deste tipo estarem sendo utilizados, ou estarem ociosos, utilizando as métricas $P\{\mu(pv1^{FC_i}) = 0\}$ e $P\{\mu(pv1^{FC_i}) = \mu_0(pv1^{FC_i})\}$, respectivamente.

As métricas, aqui apresentadas, podem ser computadas para situações específicas da RdP, ou seja, para um subconjunto das marcações alcançáveis (RS). Considerando um temporizador cíclico TM_i com $\mu_0(pTimeLeft^{TM_i}) = 24$ e $\lambda_{tTime}^{TM_i} = 1$, onde a unidade de tempo é dada em horas, cada ciclo do temporizador representaria um dia. Assim, a métrica $E\{\mu(ps^{FL_i}) | \mu_0(pTime^{TM_i}) < 18 \text{ AND } \mu_0(pTime^{TM_i}) \geq 8\}$ para computar a probabilidade de *backorders* de um fluxo FL_i durante o horário comercial (das 8am às 6pm).

As equações de função de marcação aqui apresentadas (ex.: Equação (4.20)), podem ser utilizadas não apenas para a obtenção de métricas. Elas também podem ser utilizadas na criação de funções de guarda de transições ou para atribuir pesos de arcos baseadas em marcações. Isto ocorre, por exemplo, com os modelos de algumas políticas de estoque (vide Seção 4.1.8) que utilizam as funções de marcação de posição de estoque, tanto em funções de guarda de transições quanto em pesos de arcos.

4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, foram apresentados os modelos propostos para a modelagem de redes de distribuição física. Estas redes são modeladas utilizando-se uma estratégia *bottom-up*, ou seja, a partir da composição de pequenos modelos, obtém-se um modelo geral que representa toda a rede de distribuição.

Foram apresentados os modelos para representar as entidades da cadeia de suprimento envolvidas no processo de distribuição física (ou seja, fábricas, zonas e intermediários) e o fluxo de informações e produtos de uma entidade para a outra. Além destes modelos, também foram criados modelos auxiliares para a modelagem de algumas características específicas. O modelo de *atraso inicial*, por exemplo, permite retardar a primeira habilitação de uma transição. Ao realizar uma avaliação transiente da RdP, por exemplo, este modelo permite que se inclua um atraso no início das solicitações de um cliente.

Diferentes políticas de estoque são representadas pelos modelos propostos. A política MTO e outras políticas MTS são contempladas e podem ser acopladas aos modelos das entidades visando modelar suas demandas. Como demonstrado, também é possível compor diversas políticas com uma mesma entidade. Isto pode ser utilizado tanto para a modelagem de demanda, quanto para a utilização de políticas de estoque híbridas MTO/MTS [SvDG02].

A partir de uma álgebra composicional, definida neste trabalho, demonstrou-se, formalmente, que a composição destes modelos básicos resulta em um modelo em RdP final que é completamente coberto por invariantes de lugar e transição. Por causa disso, as métricas podem ser obtidas tanto no regime transiente, quanto no estado estacionário, através da simulação da RdP, ou pela análise analítica da mesma. Desta forma, ainda é possível criar representações em alto nível para a rede de distribuição e convertê-las diretamente para um modelo em RdP que será completamente coberto por L-invariantes e T-invariantes, auxiliando o processo de modelagem. O Capítulo 5 apresenta uma ferramenta desenvolvida com o intuito de auxiliar este processo.

Neste trabalho os modelos propostos foram expressos utilizando-se GSPN. Este formalismo atribui tempos estocásticos às transições temporizadas. Estes tempos estocásticos podem ser aproximados para praticamente qualquer função polinômio-exponencial [Tri01], utilizando-se a técnica de aproximação por fases [DAJ94, MR93]. A utilização de GSPN para a definição dos componentes, auxiliou na formalização dos modelos e de suas propriedades.

Apesar deste trabalho utilizar as GSPNs como formalismo base, a inserção do conceito de *cor* pode ser realizada de maneira direta nos modelos apresentados. Com isso, seria possível contemplar produtos diferentes no modelo, atribuindo cores aos *tokens* dos lugares que representam SKUs solicitadas ou produzidas, como o lugar pst^{FC_i} da fábrica. Existem algumas propostas que dão suporte às RdP estocásticas coloridas, como as *Stochastic well-formed colored nets* (SWN) em [CDFH93] e *Generalized Stochastic Colored Petri nets* (GS-CPN) [Zim94], que preservam as propriedades originais das RdP estocásticas. Como dito em [Zim94] apud [Jen97], *em casos extremos, um modelo utilizando redes de Petri coloridas (CPN) pode ser descrito com um única transição e um único lugar com uma quantidade arbitrária de inscrições complexas*. Com a utilização dos modelos propostos, em conjunto com redes coloridas estocásticas, esta “liberdade” de modelagem das redes coloridas seria restringida, permitindo as a obtenção de métricas e propriedades (comportamentais e estruturais) dos modelos descritos.

Ao realizar a análise de uma rede de distribuição, deve-se utilizar um conjunto de métricas, cujo resultado pode auxiliar em um processo de tomada de decisão. Algumas métricas que podem ser extraídas dos modelos propostos foram apresentadas na Seção 4.4. A Tabela 4.1 apresenta um resumo das métricas descritas.

Tabela 4.1 Resumo das métricas.

Entidade	Índice	Métrica
FC e IE	Estoque Médio	$E\{\mu(pst)\}$
FC e IE	Probabilidade de Estoque Vazio	$P\{\mu(pst) = 0\}$
FC e IE	Probabilidade de Estoque Completo	$P\{\mu(pst) = \mu_0(pst)\}$
FC e IE	Média de Veículos pvx Disponíveis	$E\{\mu(pvx)\}$
FC e IE	Probabilidade de Todos Veículos pvx Estarem Ociosos	$P\{\mu(pvx) = \mu_0(pvx)\}$
FC e IE	Probabilidade de Todos Veículos pvx Estarem em Uso	$P\{\mu(pvx) = 0\}$
ZN e IE	Pedidos Recentes	$E\{\mu(po)\}$
ZN e IE	Pedidos Pendentes	$E\{\mu(pa)\}$
ZN e IE	<i>Throughput</i> de Entrega	$X\{ta\}$
ZN e IE	<i>Lead Time</i> Médio	$D(pa)$
FL	<i>Backorder</i> do Consumidor	$E\{\mu(ps)\}$
FL	Probabilidade de <i>Backorder</i> do Consumidor $> x$	$P\{\mu(ps) > x\}$
FL	Nível de Serviço	$1 - P\{\mu(ps^{IE_i}) > 0\}$
FL	SKUs em Trânsito	$E\{c \times (\mu(pt0) + \mu(pt1))\}$

SLOT - STOCHASTIC LOGISTICS OPTIMIZER TOOL

*Ninguém pode construir em teu lugar as pontes que precisarás passar para
atravessar o rio da vida – ninguém, exceto tu, só tu.*

—FRIEDRICH NIETZSCHE (Filósofo)

A criação manual dos modelos GSPN pode ser, muitas vezes, custosa e resultar em erros devido ao tamanho final do modelos. No Capítulo 4, foram definidos diversos componentes, bem como o seu processo de composição, que podem ser utilizados para a modelagem de uma rede de distribuição logística. Este processo sistemático de composição dos modelos já reduz bastante a possibilidade da RdP possuir erros de modelagem.

Esta seção apresenta o *software Stochastic Logistics Optimizer Tool* (SLOT) [AML07c], desenvolvido neste trabalho com o intuito de dar suporte ao processo de avaliação das cadeias de suprimentos. Esta ferramenta permite que se modele a rede de distribuição com uma representação em alto nível, permitindo a sua conversão automática - utilizando os componentes GSPN propostos - para um modelo GSPN que representa a cadeia de suprimentos. O SLOT foi desenvolvido como uma série de *plug-ins* da ferramenta Eclipse 3.2 [GB03]. Esta decisão é decorrente dos *frameworks* disponíveis no Eclipse que auxiliam no desenvolvimento de editores gráficos. Além disso, sendo o Eclipse uma ferramenta baseada em *plug-ins*, torna-se mais simples a extensão do ambiente com novas funcionalidades. É possível, por exemplo, desenvolver um *plug-in* que integre o SLOT com uma ferramenta para análise de GSPNs, sem que se tenha haja a necessidade de alterar a implementação do editor gráfico. Um *screenshot* do SLOT, integrado ao Eclipse, pode ser visto na Figura 5.1.

Atualmente, existem diversas ferramentas que permitem a modelagem e análise de modelos GSPN, tais como o TimeNET [Zim01a], SPNP [HTT00] e o GreatSPN [CFGR95]. Os modelos GSPN resultantes, por serem independentes de plataforma, podem ser convertidos para qualquer ferramenta que suporte este formalismo. Note que estas ferramentas,

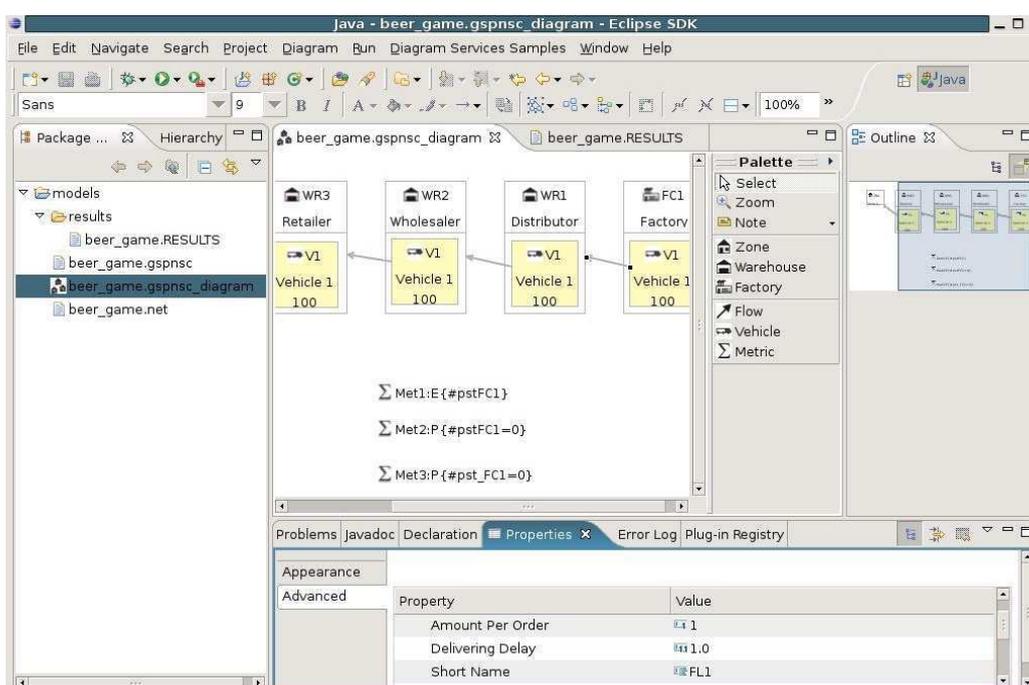


Figura 5.1 Screenshot da ferramenta SLOT.

já bastante consolidadas, dão suporte às mais diversas análises (ex.: invariantes, análises estruturais e obtenção de métricas de desempenho), permitindo ainda que se realize uma simulação dos modelos através de *token games*.

Por isso, não se procurou desenvolver análises que já são suportadas por diversas ferramentas bastante consolidadas. Ao invés disto, propõe-se a conversão dos modelos GSPN, gerados automaticamente a partir de uma representação em alto nível da cadeia de suprimentos, para formatos que possam ser lidos por estas ferramentas para que, então, sejam realizadas as análises da RdP. Neste trabalho, foi realizada uma integração do SLOT com o TimeNET, de forma a permitir que os modelos GSPN resultantes possam ser abertos, editados e analisados pelo TimeNET.

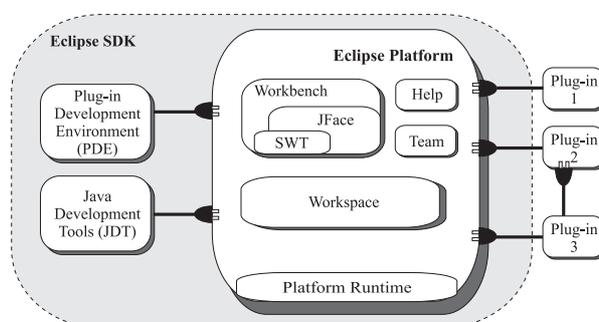
Antes de apresentar o SLOT, será dada uma breve introdução sobre *frameworks* e ferramentas utilizadas no seu desenvolvimento. Vale frisar que, foge ao escopo deste trabalho explicar detalhadamente a utilização de cada tecnologia utilizada, focando-se em apresentar as tecnologias utilizadas na construção da ferramenta, e explicando, de maneira sucinta, o seu funcionamento.

5.1 ECLIPSE & PLUG-INS

O Eclipse é uma plataforma de código aberto criada em 2001 por um consorcio formado por diversos líderes empresariais, como a IBM, Borland, Hewlett-Packard, Rational, Object Management Group (OMG), Oracle Corporation e a Red Hat. Desde sua criação, o Eclipse tinha o objetivo de suprir as necessidades de se trabalhar com diversos tipos diferentes de recursos simultaneamente. Este tipo de necessidade se apresenta claramente no desenvolvimento de aplicações para internet. Neste tipo de aplicação, o desenvolvedor precisa trabalhar com arquivos XML, HTML, JavaScript, stylesheet, Java, JSP entre outros.

Esta ferramenta foi concebida tendo em vista a diversidade de tarefas que precisam ser realizadas ao se desenvolver um sistema. Com isso, chegou-se a uma arquitetura capaz de suportar “...uma IDE para qualquer coisa e para nada em particular, tudo ao mesmo tempo.”¹ .

A arquitetura do Eclipse é completamente baseada em *plug-ins*, conforme denota a Figura 5.2. Esta arquitetura permite que novos *plug-ins* sejam acoplados ao Eclipse, atribuindo-lhe a capacidade de realizar novas tarefas, que originalmente não eram sequer previstas.



Fonte: documentação do Eclipse 3.2 (*Platform Plug-in Developer Guide - Platform architecture*).

Figura 5.2 Visão geral da arquitetura do Eclipse.

O Eclipse foi desenvolvido em Java, linguagem na qual esta ferramenta possui sua maior popularidade entre os desenvolvedores. Porém, o Eclipse não está restrito à programação em Java. Com a inclusão de novos *plug-ins*, pode-se fazer o Eclipse dar suporte a outras linguagens como C, C++, Perl, Cobol, etc. O Eclipse é compatível com diversos

¹THOMSON, D. - Diretor do projeto Eclipse, Object Technology International, inc (OTI). *The Java Developer's Guide to Eclipse* 2ª edição, junho de 2003. pag. xxiii

sistemas operacionais como Windows, Linux e MacOS. Assim como o próprio Eclipse, os *plug-ins* desenvolvidos para este ambiente também podem ser, e de fato em geral o são, multi-plataforma.

Apesar disso, também é possível se desenvolver um *plug-in* que suporte apenas algumas plataformas específicas. Isto ocorre, por exemplo, com *plug-ins* que se integram com outras linguagens como C, que não são multi-plataforma. Este é o caso dos *plug-ins* que integram o Eclipse com o OLE e com o Active-X, tecnologias proprietárias da Microsoft, e que só funcionam no Windows. Na parte central da Figura 5.3, pode-se ver a integração do Eclipse com o OLE, permitindo que arquivos do MSOffice sejam abertos e editados na própria ferramenta. Como será visto na Seção 5.3, um dos *plug-ins* desenvolvidos nesta ferramenta não poderá ser executado no Windows, devido à integração realizada com o TimeNET 3.0, que não possui suporte a este sistema operacional.

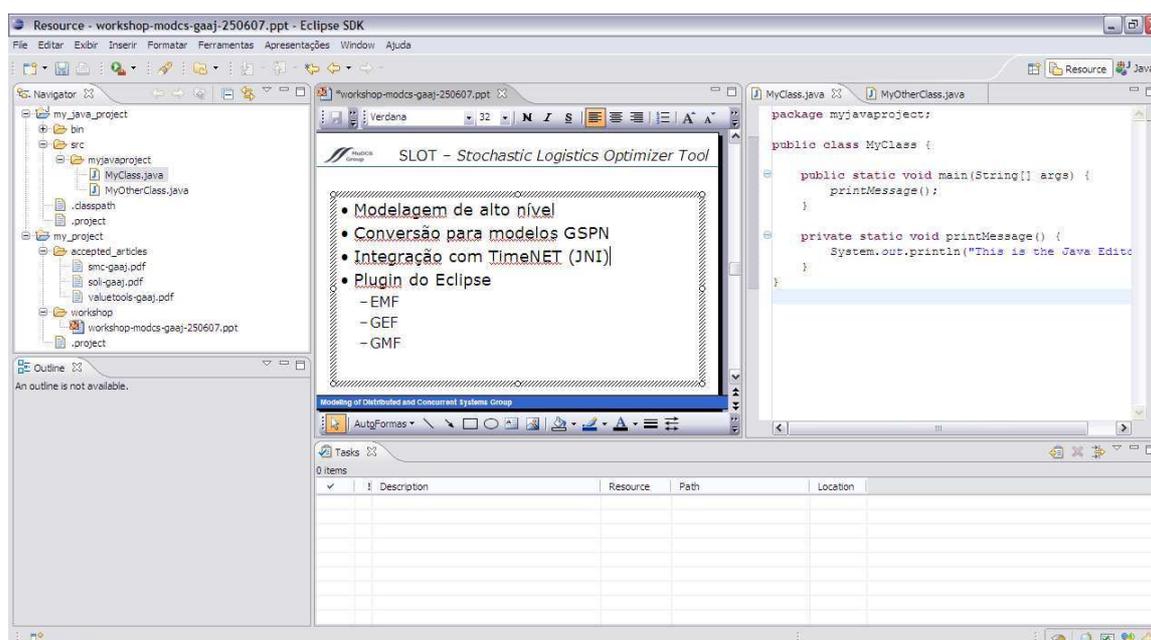


Figura 5.3 Screenshot do Eclipse.

O *workbench* é uma instância visual aberta do Eclipse (vide Figura 5.3). Múltiplos *workbenches* podem ser abertos simultaneamente. Ao abrir o *workbench* do Eclipse, é solicitado que seja selecionado o *workspace* em que se deseja trabalhar. O *workspace* nada mais é que um diretório no qual serão armazenados os projetos criados pelo usuário. A qualquer momento o usuário pode alterar o *workspace* em que deseja trabalhar. Cada projeto será armazenado como um sub-diretório, homônimo ao projeto, do *workspace*

ativo.

Um *workbench* gerencia, entre outras coisas, a navegação, o layout e ativação das janelas, as *views*, *editores* e *perspectivas* que compõem o Eclipse. Os editores são abertos na mesma *área dos editores*, localizada sempre na parte central do *workbench*. Na Figura 5.3 pode-se observar que existem três editores abertos. Na parte central um editor para um arquivo do PowerPoint, que na realidade é o próprio PowerPoint integrado ao Eclipse via OLE, e mais à direita dois editores para arquivos Java. Utilizando-se o mecanismo de *drag-and-drop* (DnD), pode-se arrastar os editores abertos para que sejam exibidos lado a lado. Observe que eles sempre estarão localizados na parte central do *workbench*.

Tipicamente, os editores são utilizados para auxiliar na criação e/ou alteração de arquivos de um projeto, podendo haver mais de uma instância aberta de um mesmo editor no *workbench*. Ao contrário dos editores, em um *workbench* só poderá haver uma única instância de uma mesma *view* aberta. As *views* podem fornecer as mais diversas funcionalidades. Na parte esquerda da Figura 5.3, por exemplo, nota-se a *navigator view* que permite que o usuário gere os arquivos e projetos do *workspace* ativo. Quanto à sua disposição, as *views* podem ser dispostas em qualquer parte do *workbench*, exceto em sua área central, reservada para os editores. Assim como ocorre com os editores, as *views* podem ser movidas utilizando-se DnD.

A parte superior do *workbench* apresenta o menu e a barra de ferramentas do Eclipse. A arquitetura do Eclipse permite que novas funcionalidades sejam desenvolvidas e acopladas tanto ao menu quanto à barra de ferramentas. Ao lado da barra de ferramentas, dispõem-se os botões de atalho para as *perspectivas*. A qualquer momento, o usuário pode alternar entre as perspectivas disponíveis no Eclipse, porém apenas uma perspectiva estará ativa por *workbench*. Uma *perspectiva*, basicamente, dispõe um conjunto de *views* de maneira a facilitar o desenvolvimento da atividade à qual ela se propõe a auxiliar. No exemplo da referida figura, a perspectiva ativa é a *Resource*. O usuário ainda pode abrir outras *views* em uma perspectiva, mesmo que estas não estejam previamente configuradas para fazer parte da mesma. Vale ressaltar, que algumas funcionalidades, principalmente menus e botões da barra de ferramentas, podem ser disponibilizadas apenas para perspectivas específicas.

Voltando à Figura 5.2, a qual denota a arquitetura do Eclipse, observa-se alguns *plug-ins* que vêm originalmente acoplados ao Eclipse. Na parte central da figura são apresentados os principais componentes, como o *workbench* e o *help*, que compõem o núcleo do Eclipse. Esta ferramenta ainda provê o suporte para o desenvolvimento em

equipes, através de *plug-ins* que suportam ferramentas de controle de versão, como o *Concurrent Version Software*, ou simplesmente CVS, como é popularmente conhecido.

Aplicações Java para Desktop geralmente são desenvolvidas com as APIs *Abstract Window Toolkit* (AWT) e Swing. Os componentes disponibilizados pelo AWT são nativos do sistema operacional, no qual a aplicação está sendo executada. A arquitetura desta API foi feita de tal forma que as classes Java permanecem as mesmas, independentemente da plataforma, e cada distribuição da *Java Runtime Environment* (JRE) provê o código nativo específico da plataforma em que está sendo executada. Como a linguagem Java foi desenvolvida para ser multi-plataforma, e existem componentes que são disponíveis apenas em algumas plataformas, o AWT provê apenas os componentes que são comuns em todas as plataformas (ex.: botões e caixa de texto). Por isso, elementos gráficos como abas², tabelas e estruturas de árvores não são disponibilizados por esta API.

Já o Swing, foi criado para ser independente de plataforma. Para isso, as classes Java que representam os componentes gráficos foram implementadas, originalmente, sem utilizar os recursos de renderização nativos³. Com isso, esta API dispõe de uma maior diversidade de componentes gráficos, quando comparada ao AWT, onerando, porém, o desempenho das aplicações que a utilizam.

Justamente para evitar os problemas inerentes a estas duas APIs, ao desenvolver o Eclipse, a IBM decidiu criar uma nova API para lidar com os componentes gráficos das aplicações, denominada *Standard Widget Toolkit* (SWT). Esta API se integra perfeitamente aos componentes nativos, assim como o AWT. Porém, a arquitetura do SWT permite que sejam disponibilizados qualquer elemento gráfico necessário, sem que se onere o desempenho das aplicações. Para isso, no SWT, as classes que representam os componentes gráficos são integradas ao sistema operacional utilizando a *Java Native Interface* (JNI) [Lia99]. No SWT, porém, a implementação das classes Java se alteram de acordo com a plataforma. Com isso, caso a plataforma não disponibilize um dado componente gráfico, ele será implementado pela classe Java. Pela Figura 5.2, pode-se notar que esta API é parte integrante do núcleo do Eclipse.

Na parte esquerda da Figura 5.2, são apresentados os *plug-ins* PDE e JDT. Na realidade, eles são compostos por vários *plug-ins*, e não um único. O JDT provê a perspectiva Java, editores, *views*, etc. utilizados para auxiliar o desenvolvimento em Java.

²Também conhecido como *tabs* em inglês.

³Atualmente isto vem mudado e cada vez mais esta API passa a utilizar recursos nativos para a renderização de componentes gráficos.

Tabela 5.1 Alguns dos principais pontos de extensão do Eclipse.

Ponto de Extensão	Contribuição
org.eclipse.ui.actionSets	Ações para o menu e a barra de ferramentas do Eclipse
org.eclipse.ui.editorActions	Ações para o menu e barra de ferramentas relativos a um editor.
org.eclipse.ui.editors	Define um novo editor.
org.eclipse.ui.perspectives	Define uma nova perspectiva.
org.eclipse.ui.popupMenus	Ações para popups qualquer objeto do ambiente, entre eles, editores e <i>views</i> .
org.eclipse.ui.view	Define uma nova <i>view</i> .
org.eclipse.ui.viewActions	Ações para a barra de ferramentas e o <i>pull-down menu</i> de uma <i>view</i> .

O PDE, por sua vez, é utilizado para auxiliar a criação de *plug-ins* para o próprio Eclipse. Entre outros, ele provê um editor para criar e modificar um arquivo XML utilizado para descrever como o *plug-in* irá se conectar ao Eclipse. Este arquivo é denominado *plugin.xml*. Apesar de ser possível utilizar o editor, também pode-se optar por descrever este arquivo manualmente.

À direita da referida figura, são apresentados três *plug-ins* acoplados ao Eclipse. Um detalhe importante que pode ser observado é que além de se conectar ao próprio Eclipse, um *plug-in* pode se conectar a outros *plug-ins*, como acontece com os *plug-ins* 2 e 3. Esta conexão é realizada através dos *pontos de extensão* declarados pelos *plug-ins*. Alguns dos principais pontos de extensão, bem como sua contribuição, podem ser vistos na Tabela 5.1. Foge ao escopo deste trabalho, pormenorizar os diversos pontos de extensão disponíveis no Eclipse, bem como explicar detalhadamente o processo de desenvolvimento de *plug-ins*. A própria ajuda do Eclipse possui uma referência detalhada destes pontos de extensão e os livros [GB03] e [CR06] são excelentes referências sobre o assunto.

A seguir os *frameworks* EMF e GEF do Eclipse, utilizados no desenvolvimento do editor do SLOT, serão apresentados. Estes *frameworks* também são necessários para que o SLOT possa ser executado, sendo registrados como dependências deste *plug-in*.

5.2 EMF E GEF

O *Eclipse Modeling Framework* (EMF) [BSM⁺03] é um *framework* para modelagem e geração de código que auxilia no desenvolvimento de aplicações para o Eclipse. Baseado em um modelo bem definido, descrito no formato *XML Metadata Interchange* (XMI) [Obj05], o EMF permite que, a partir desta especificação em XMI, sejam geradas, em Java, as classes de modelo da aplicação. Ainda com base na especificação em XMI, o EMF permite que sejam geradas classes que auxiliam na visualização e edição do modelo, utilizando-se uma arquitetura baseada no padrão de projeto *Command* [GHJV95]. Além

disso, este *framework* ainda disponibiliza um editor básico para os modelos EMF.

Esta especificação do modelo EMF é denominada de Ecore. Apesar desta especificação, por padrão, ser realizada em um arquivo XMI, este modelo pode ser definido seguintes formas:

- Criando-se o documento XMI diretamente, através de algum editor de texto;
- Exportando-se o documento XMI a partir de um diagrama de classes, criado em alguma ferramenta de modelagem UML;
- Utilizando-se anotações nas interfaces do modelo Java;
- Utilizando-se um XML-Schema[W3C04] para definir a forma como as classes Java do modelo serão serializadas para o arquivo.

As três primeiras formas são as mais indicadas, já que esta última possui algumas restrições, conforme descrito na própria documentação deste *framework*. Atualmente, já existem *plug-ins* do Eclipse que fornecem editores gráficos que permitem a definição de um modelo de classes e sua conversão automática para o arquivo de descrição Ecore. O *Graphical Modeling Framework* (GMF) [GMFb] fornece tal editor, simplificando a modelagem e geração das classes da aplicação, no padrão do EMF.

Na Figura 5.4 pode-se observar um *screenshot* do Eclipse, no qual apresenta-se o referido editor Ecore fornecido pelo GMF e o arquivo XMI resultante deste modelo de classes. Nesta descrição do Ecore, o modelo possuiria uma classe *Parent* que possui o atributo *name* e os métodos *getName* e *getItems*. Esta classe possui, também, um relacionamento com a classe *Item* que, por sua vez, possui um atributo *value*. Vale ressaltar que os atributos *xsi:type*, presentes nas diversas tags do arquivo XMI, possuem um relacionamento direto com as classes do EMF utilizadas para representar os elementos do modelo, que serão apresentados a seguir.

Todas as classes EMF precisam herdar da classe *org.eclipse.emf.ecore.EObject*, que é a classe EMF equivalente à classe Java *java.lang.Object*. Na Figura 5.5 é apresentado um diagrama com as classes do EMF, as classes abstratas são apresentadas na cor cinza. Esta figura foi obtida na ajuda deste *framework*, disponível no Eclipse. Com base nessas classes tem-se todos os elementos necessários para representar um modelo. Por exemplo, as classes *EPackage*, *EClass* e *EAttribute* são utilizados para representar um pacote, uma classe e um atributo de uma classe, respectivamente.

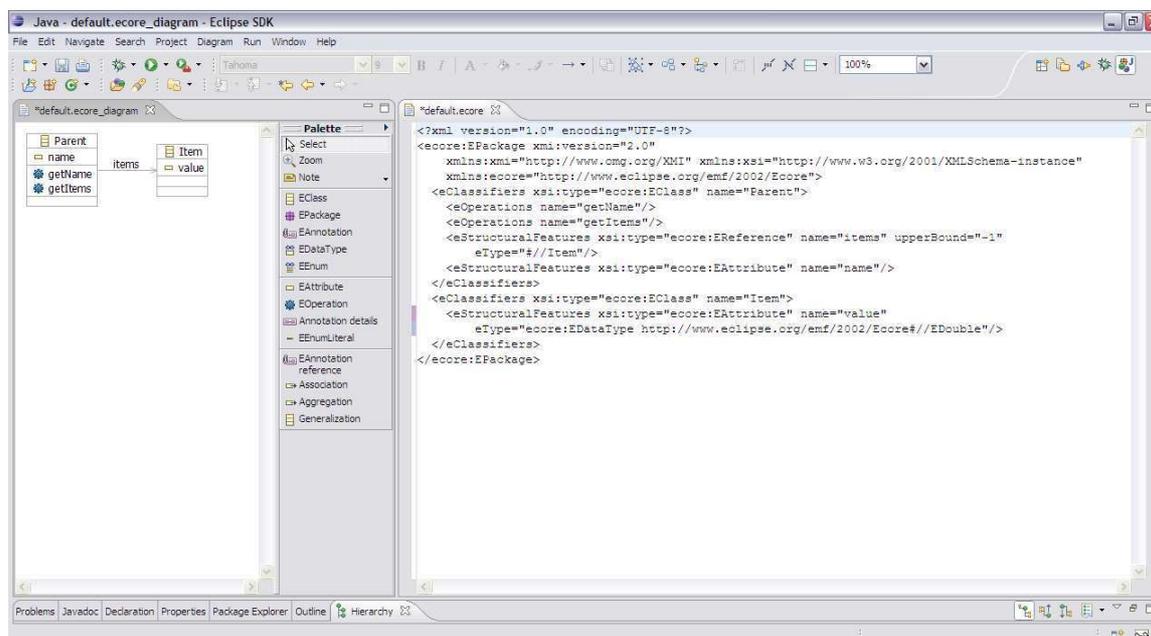
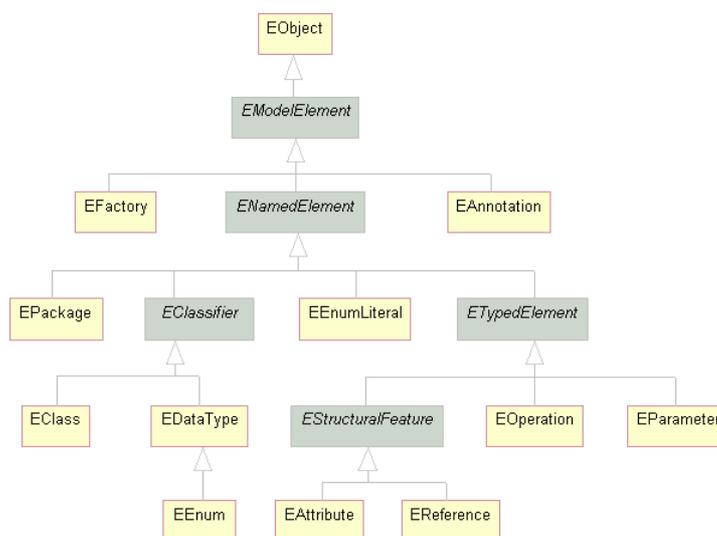


Figura 5.4 Screenshot do Eclipse com o diagrama para criação de modelos Ecore, bem como o arquivo XMI que representa o modelo.



Fonte: documentação do EMF/Ecore 2.2.1

Figura 5.5 Diagrama com a hierarquia de classes Ecore (classes abstratas em cinza).

O editor gráfico utilizado para manipular os modelos Ecore (vide Figura 5.4) utiliza o *Graphical Editing Framework* (GEF) [MDG⁺04]. Assim como este editor, diversos outros editores gráficos do Eclipse, como editores para aplicações Java para Desktop que utilizam

Swing, AWT e SWT, fazem uso do GEF. Na parte direita deste editor, observa-se uma paleta de ferramentas. Esta paleta é criada com o auxílio deste *framework* e contém os elementos gráficos que podem ser adicionados ao modelo.

O GEF visa auxiliar a visualização e edição de modelos de maneira gráfica. Apesar de permitir a edição dos modelos utilizando uma estrutura baseada em árvore, a qual emprega o SWT, geralmente é utilizada API *Draw2D*, disponibilizada como parte integrante do próprio GEF, que permite a criação de figuras 2D para representar os modelos de maneira gráfica.

Na Figura 5.6 observa-se a arquitetura *Model-View-Controller* (MVC) do GEF. Neste padrão, a lógica da aplicação é separada entre o modelo, a visão e o controle. O modelo (*model*) é responsável unicamente pelos dados da aplicação, enquanto a visão (*view*) apresenta os dados da aplicação ao usuário. O controlador (*controller*) tem a responsabilidade de sincronizar estes dois contextos, fazendo com que as alterações realizadas na *view* sejam repercutidas no modelo e que as alterações no modelo façam com que a *view* seja atualizada, de forma a refletir as alterações no modelo.

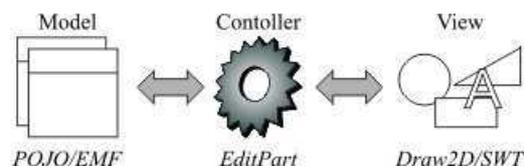


Figura 5.6 Arquitetura MVC do GEF.

Com o GEF, as classes de modelo podem ser definidas de maneira independente. Estas classes podem ser definidas, por exemplo, como *Plain Java Old Objects* (POJOs) [Ric06], ou ainda, podem ser criadas com base no EMF. Para cada elemento do modelo que precise ser exibido para o usuário, deve-se criar uma classe de controller que implemente interface *org.eclipse.gef.EditPart*. O *EditPart* também será responsável por criar a *view* do modelo. Para isto, normalmente utiliza-se a API *Draw2D*.

Supondo que um usuário selecione um elemento em um diagrama GEF e tente removê-lo. Esta remoção precisa ser realizada tanto na camada de apresentação (ou seja, *views*), quanto nos modelos. Para isso, o *controller* precisa interpretar a ação realizada pelo usuário, refletindo-a no modelo, sempre que necessário.

Caso o *controller* precise alterar o modelo, como no caso descrito, esta alteração não deverá ser realizada de maneira direta. Ao invés disso, este *framework* fornece uma estrutura baseada em *Commands* [GHJV95]. Esta estrutura auxilia funcionalidades como

undo, *redo* e validação. Assim, cada ação do usuário, como mover, adicionar, ou remover um elemento do modelo será executada através de um *Command* específico, que deve ser implementado. A criação e funcionalidade destes *Commands* será apresentada na próxima seção. Para uma descrição mais detalhada deste padrão e de sua utilização no GEF o leitor pode-se referir a [GHJV95] e [MDG⁺04], respectivamente.

5.3 DESENVOLVIMENTO DO SLOT

O *software* SLOT foi desenvolvido como uma série de *plug-ins* do Eclipse. Sua instalação é realizada de maneira semelhante à instalação de qualquer *plug-in* desta ferramenta, copiando-se os arquivos com o programa para o subdiretório *plug-ins* do diretório de instalação do Eclipse.

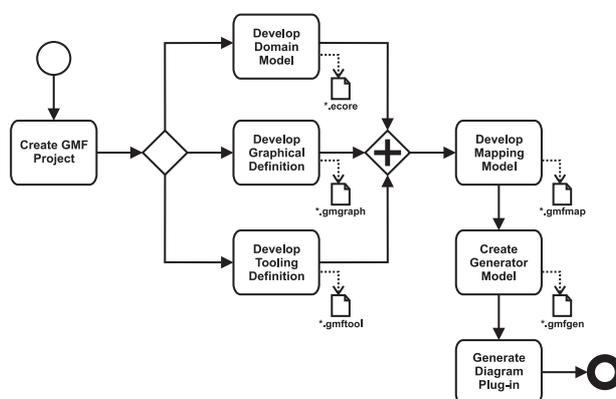
Para o desenvolvimento do editor do SLOT, foram empregados os *frameworks* EMF e GEF, descritos anteriormente. O EMF é aplicado nas classes de domínio da aplicação, enquanto o GEF é responsável pela exibição e edição das classes de domínio. A utilização dessas tecnologias em conjunto é tratada em [MDG⁺04]. Uma vez que as classes de domínio da aplicação fazem uso do EMF, pode-se salvar o modelo no padrão XMI. Este *framework* já disponibiliza todo o suporte para realizar esta conversão do modelo para XMI, e vice-versa, aumentando a produtividade no desenvolvimento da ferramenta, além permitir que o modelo seja salvo em um formato padronizado.

A aplicação do GEF na camada de apresentação tende a melhorar a qualidade do *software* uma vez que este *framework* impõe a utilização de uma arquitetura MVC. Uma das vantagens desta arquitetura é a separação entre as classes de modelo e de visualização, permitindo que os modelos sejam reaproveitados em outros domínios. Como será mostrado a seguir, a integração do SLOT com o TimeNET requer que seja realizada uma conversão do modelo EMF para um formato suportado pela ferramenta. Esta conversão é realizada baseando-se nas classes do modelo, sem que se tenha uma dependência das classes de visualização e controle.

Além de serem *frameworks* padrões do Eclipse, o EMF e o GEF aumentam a produtividade no desenvolvimento e a qualidade do *software*. O *Graphical Modeling Framework* (GMF) auxilia na criação de editores que desejam utilizar o EMF nas classes de domínio e o GEF para as classes de visualização e controle. Além de realizar esta ponte entre as duas tecnologias, o GMF também possui uma estrutura que reduz a necessidade de codificação na fase de desenvolvimento, e auxilia o *software* em tempo de execução. Os

editores criados com este *framework* ainda são dotados de uma série de funcionalidades, como *zoom*, *undo*, *redo*, alteração das fontes do diagrama, etc. sem que seja necessária a codificação de qualquer linha de código.

Para realizar esta tarefa, o GMF se baseia em uma série de arquivos XML, que funcionam como descritores da ferramenta a ser criada. Estes arquivos podem ser criados e editados com o auxílio e editores disponibilizados por este *framework*. Com isso, o desenvolvedor consegue ainda mais produtividade no desenvolvimento da ferramenta, podendo focar-se apenas na codificação das partes mais importantes do *software*. O processo para a criação de um editor utilizando o GMF é descrito na Figura 5.7.



Fonte: [GMFb]

Figura 5.7 Processo adotado pelo GMF para a criação de editores gráficos.

Após criar um projeto GMF no *workspace* do Eclipse, deve-se criar o arquivo de descrição Ecore do EMF, o qual representa as classes de modelo da aplicação. Na Figura 5.8 é apresentado um *Screenshot* do editor GMF para arquivos Ecore. O diagrama modelado neste editor representa as classes de domínio do SLOT. Este diagrama Ecore é bastante semelhante a um diagrama de classes normal, possuindo, porém, algumas informações a mais, que permitem a geração das classes de domínio de acordo com o EMF.

No diagrama apresentado nesta figura, apesar de visualmente estarem representados de forma semelhante às outras classes, as classes *Producer* e *Customer* são, na realidade, interfaces. A classe principal deste diagrama do SLOT *OutboundLogisticsNetwork*. Cada modelo gerado com o SLOT, possuirá uma única instância desta classe, que representa a rede de distribuição logística modelada.

Ainda neste modelo, observa-se que a classe *OutboundLogisticsNetwork* possui um relacionamento com a classe *Nodes*. Todos os “nós” da rede de distribuição (ou seja,

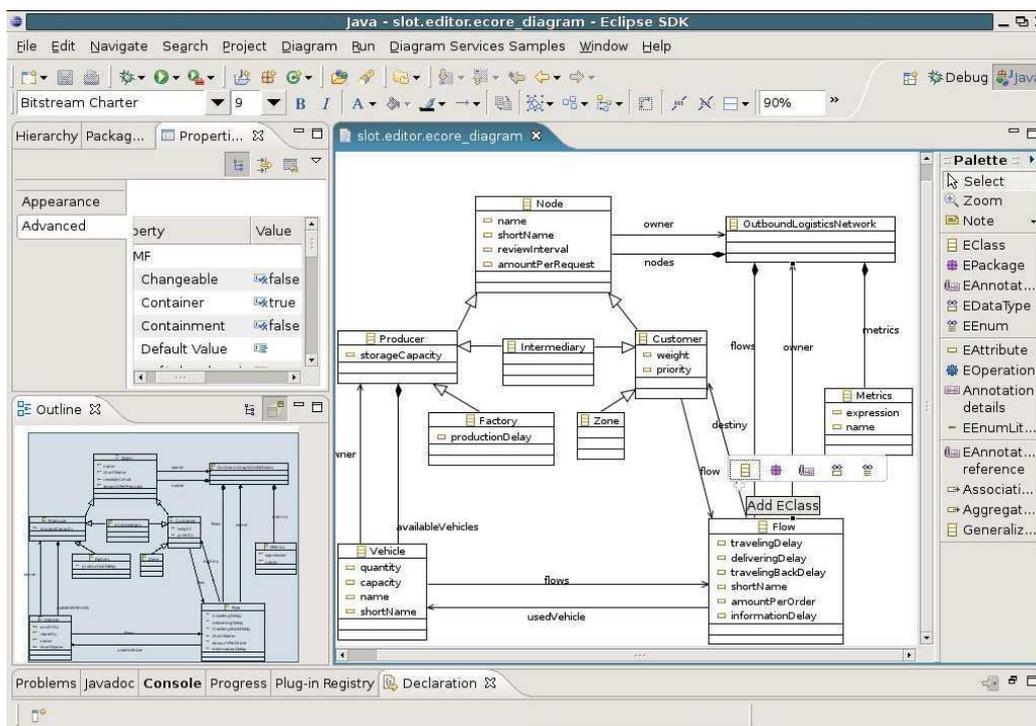


Figura 5.8 Screenshot do editor Ecore do GMF com o Diagrama das classes de modelo do SLOT.

fábricas, zonas e intermediários) serão representados no modelo como uma coleção que será encapsulada no atributo *nodes* da classe *OutboundLogisticsNetwork*. Nota-se ainda um relacionamento no sentido inverso, do nó para a rede de distribuição. Este tipo de relacionamento é também conhecido como relacionamento bi-direcional. Neste tipo de relacionamento, além da entidade forte possuir uma referência para a(s) entidade(s) fraca(s), estas também possuem um relacionamento para a entidade forte.

Outras classes do modelo também possuem este tipo de relacionamento bi-direcional. No SLOT, o relacionamento de retorno, ou seja, da entidade fraca para a forte, foi configurado para ser imutável. Esta alteração é realizada no próprio diagrama, selecionando-se o relacionamento de retorno e alterando para *false* a sua propriedade *changeable* na *Properties view*, localizada na parte superior esquerda da Figura 5.8. Assim, as atualizações precisam sempre ser realizadas a partir da entidade forte. Ou seja, na implementação das classes, para remover uma associação entre uma zona e a rede de distribuição, por exemplo, remove-se o objeto zona da coleção de nós da rede de distribuição (*nodes*), e não o contrário. Esta é uma boa prática, recomendada na própria documentação do GMF.

O GMF oferece suporte à geração das classes de modelo da aplicação, a partir de

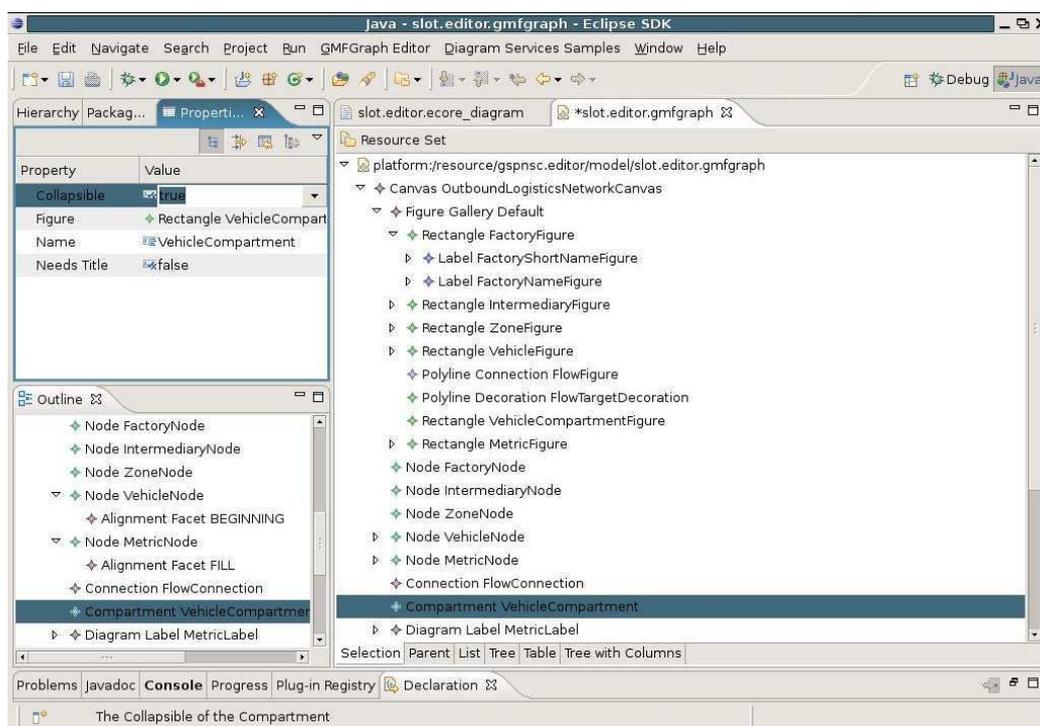


Figura 5.9 *Screenshot* do editor GMF para a definição gráfica do SLOT.

um arquivo (*generator model*) criado automaticamente a partir da definição Ecore. Em seguida, foi criado o descritor gráfico do GMF. Enquanto o arquivo do Ecore define as classes de domínio, este descritor define as classes de exibição (*view*) baseando-se na API Draw2D utilizada pelo GEF. Um *screenshot* do editor do descritor gráfico das classes de visualização do SLOT é apresentado na Figura 5.9.

Cada linha apresentada neste representa uma figura que será criada para representar uma classe, ou algum dado do modelo. Por exemplo, a linha selecionada, *VehicleCompartment*, cujas propriedades podem ser observadas na propriedades podem ser vistas na *Properties view*, irá gerar uma figura que representa um compartimento. No SLOT, as figuras de visualização dos produtores (ou seja, fábricas e intermediários) possuirão um compartimento no qual o usuário poderá inserir os veículos do produtor. A propriedade *collapsible* dos compartimentos, indica que o usuário terá a opção de expandi-lo ou minimizá-lo.

Em seguida foi criado o arquivo de definição de ferramentas, que tem como objetivo, definir a paleta do editor gráfico. Na Figura 5.10 pode-se a descrição das ferramentas que serão apresentadas na paleta do editor do SLOT. Além destas opções específicas, o GMF inclui alguns elementos automaticamente, como, por exemplo, uma opção para selecionar

os objetos do diagrama e outra para incluir textos no diagrama.

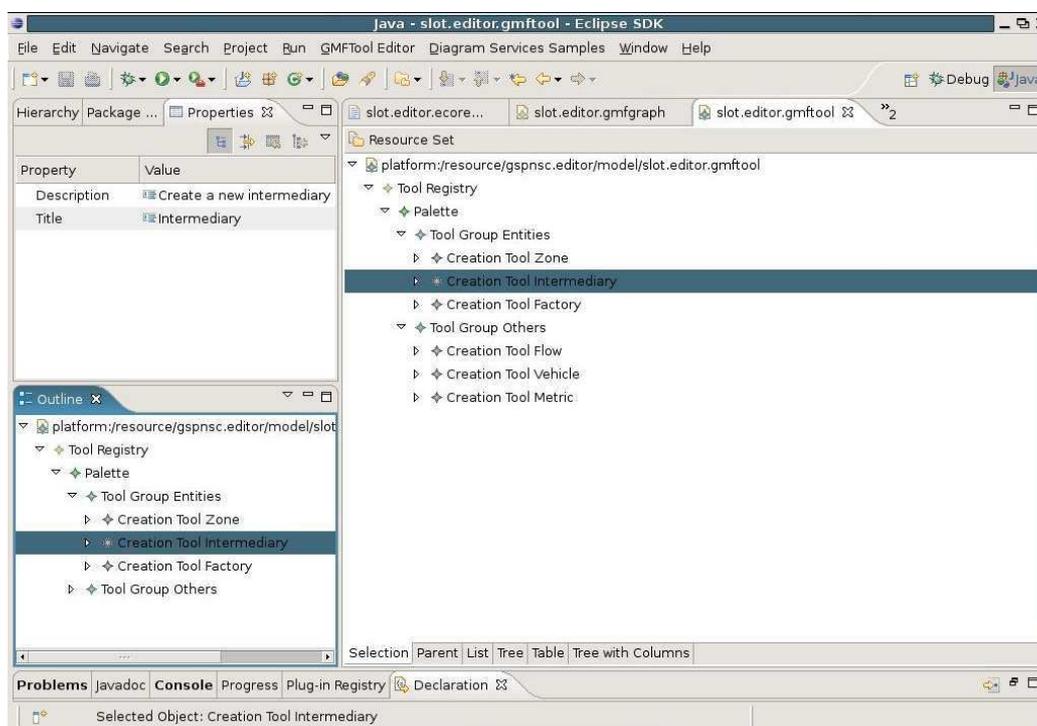


Figura 5.10 Screenshot do editor GMF para a definição da paleta do SLOTT.

Com base nestes três descritores (Ecore, gráfico e da paleta), criou-se o descritor de mapeamento do GMF (vide Figura 5.11). Até esta etapa, as informações dos descritores não possuem nenhum relacionamento. A função deste arquivo é, exatamente, realizar o mapeamento entre as informações dos três descritores criados.

Nesta figura, o nó da fábrica se encontra selecionado e com suas propriedades expostas na *Properties view*. Através desta *view*, pode-se observar que as propriedades já são divididas entre o domínio (classes de modelo) e visualização. No domínio informa-se a classe criada no diagrama Ecore. Enquanto isso, nos atributos de visualização, são informados o elemento da paleta, criado no descritor de ferramentas, e a definição da figura que irá representar a classe de domínio, criada no descritor gráfico do SLOTT.

A classe de domínio *Flow* foi mapeada para os conectores (ou *links*) da apresentação. Como esta entidade representa o fluxo de informação e de produtos entre duas entidades da cadeia de suprimentos, e um conector efetua a ligação visual entre duas entidades, este mapeamento pode ser observado de maneira natural.

A validação do modelo também é suportada pelo GMF. De fato, esta funcionalidade é realizada por um *framework* de validação do EMF. Apesar de poder ser realizada

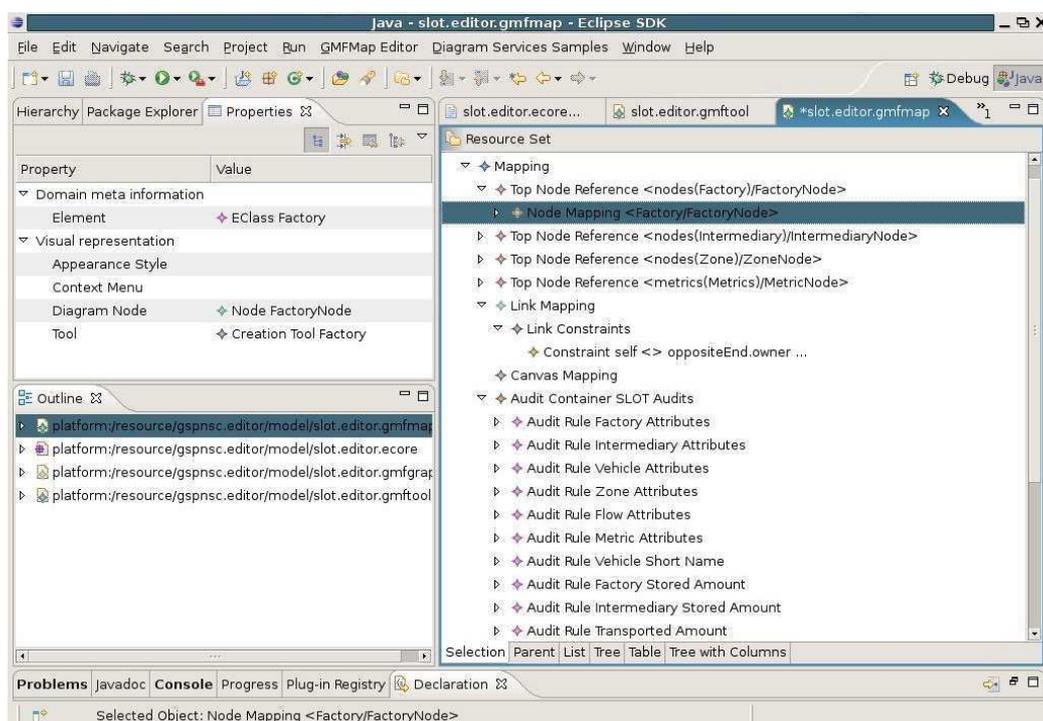


Figura 5.11 Screenshot do editor GMF para a definição de mapeamento do SLOT.

de outras formas, a própria documentação deste *framework* recomenda que esta seja realizada através de expressões baseadas na *Object Constraint Language* (OCL) [Obj06a] - padrão definido pelo *Object Management Group* (OMG)⁴.

No GMF, esta validação pode ser realizada tanto como *Link Constraints* dos conectores, quanto como *Audits* do diagrama [GMFa] (vide o editor ativo na Figura 5.11). No primeiro caso, seu objetivo é impedir que uma conexão seja criada, caso ela não seja válida. No SLOT, as conexões devem ter como origem um tipo de veículo disponível em um produtor (ou seja, zona ou intermediário), e o consumidor (ou seja, zona ou intermediário) como destino. Porém o destino da conexão não pode ser a própria entidade que possui o veículo, o que poderia ocorrer com os intermediários que atuam como consumidores. Além disso, a versão atual desta ferramenta não dá suporte para que o intermediário possua mais de um fornecedor. Esta validação é realizada através da expressão OCL abaixo.

```
self <> oppositeEnd.owner and self.owner.flows -> forAll(flow |
```

⁴Este é um consórcio formado por diversas indústrias, que, entre outras coisas, é responsável por inúmeras especificações para linguagens orientadas a objetos, como a *Unified Model Language* (UML), a *Common Object Request Broker Architecture* (CORBA) e a *Model Driven Architecture* (MDA).

```
flow.destination <> self)
```

Esta expressão é atribuída ao destino da conexão. Assim, as palavras chave *self* e *oppositeEnd* se referem, respectivamente, ao consumidor de destino do fluxo e ao tipo de veículo, do fornecedor, utilizado para o transporte de produtos. Assim, a expressão *oppositeEnd.owner*, por exemplo, refere-se ao fornecedor de origem do fluxo. Observe que *owner* não é uma palavra chave, e sim um relacionamento que existe da classe *Vehicle* para a classe *Producer* (vide Figura 5.8). Alguns destes relacionamentos bi-direcionais, das classes de domínio, foram criados para auxiliar a construção das expressões de validação.

As *Audits* do GMF, diferentemente das *Link Constraints*, visam validar sem impedir que o usuário realize a ação. Ou seja, caso a expressão atribuída à *Link Constraint* de fluxo, fosse criada como uma *Audit*, uma conexão inválida poderia ser realizada porém o usuário seria alertado sobre o problema. Além disso, este tipo de validação possui uma severidade que pode determinar um erro (ERROR), uma alerta para o usuário (WARNING), ou apenas um informação (INFO).

Diversas *Audits* foram criadas para validar os diagramas criados no SLOT. Elas visam, por exemplo, validar o preenchimento dos campos dos modelos, checar se o usuário criou alguma métrica, verificar se existem veículos que não estão sendo utilizados, etc. Essas *Audits*, também criadas com expressões OCL, foram atribuídas às classes de domínio, de forma a validá-las.

Na expressão abaixo, atribuída à classe de domínio *OutboundLogisticsNetwork*, por exemplo, verifica-se se todos os consumidores possuem um fornecedor e se todos os fornecedores atendem a pelo menos um cliente. Vale frisar que a função OCL *oclIsKindOf* checa se um objeto é uma instância de um determinado tipo. A primeira parte da expressão indica que para todo consumidor pertencente à rede de distribuição, precisa existir um fluxo que tenha como destino este consumidor. A segunda parte da expressão indica que para cada produtor pertencente à rede de distribuição, existe um fluxo cuja origem é este produtor.

```
self.nodes -> forAll(node | node.oclIsKindOf(Customer) implies
  self.flows -> exists(flow | flow.destination = node))
and
self.nodes -> forAll(node | node.oclIsKindOf(Producer) implies
  self.flows -> exists(flow | flow.usedVehicle.owner = node))
```

Após a criação do descritor de mapeamento, deve-se criar outro descritor no qual são especificadas as opções necessárias para a geração do código fonte do editor. Este descritor pode ser criado de maneira automática com o auxílio do GMF. Após a sua criação, pode-se alterar algumas de suas opções antes de gerar o código fonte do editor. Na Figura 5.12 é apresentado o *screenshot* deste descritor para o editor do SLOT. Nesta imagem observa-se que a propriedade *Layout Type* da figura do compartimento de veículos foi alterada para *UNKNOWN*, permitindo que os veículos inseridos neste compartimento sejam movidos pelo usuário, utilizando a funcionalidade de DnD.

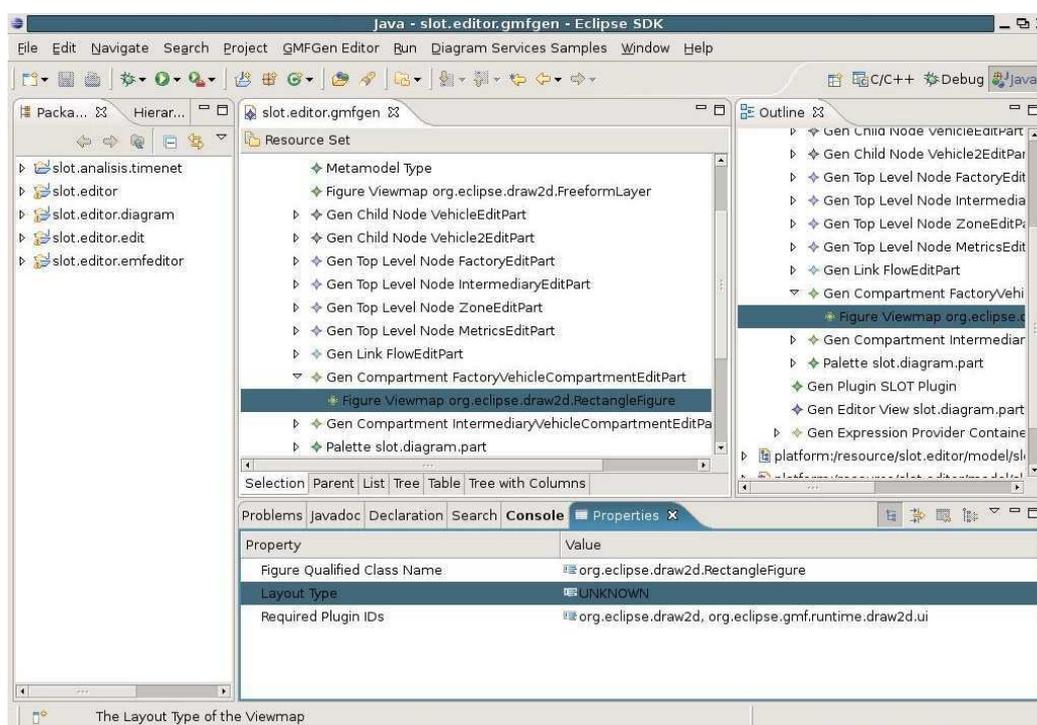


Figura 5.12 *Screenshot* do editor GMF para a definição de geração do editor do SLOT.

Em todas as classes, atributos e métodos gerados automaticamente pelo GMF, são incluídas anotações⁵ que indicam que o código foi gerado pelo *framework*. Estas são inseridas incluindo-se a tag *@generated* na documentação java dos elementos. Uma vez que o código fonte do editor tenha sido criado, se a geração for solicitada novamente, os elementos marcados com esta tag serão sobrescritos.

No exemplo abaixo, é apresentado um trecho do código da classe *SLOTBaseEditHelper*, responsável por ações como a remoção de um elemento. Nesta classe são criados

⁵N. de T.: tradução de *annotations*, termo que indica a inclusão de comentários, no código fonte, que são utilizados, por exemplo, para auxiliar a geração de código.

os *Commands*, citados anteriormente, que realizam a remoção do objetos do modelo. No código gerado automaticamente pelo GMF, o método *getDestroyElementCommand* retorna *null*. Com esta implementação, a remoção do elemento visual do diagrama implica na remoção do seu respectivo elemento do modelo, não removendo, porém, seus dependentes. Por isso, foi necessário reimplementar este método para que ao remover uma zona, um intermediário ou uma fábrica, do diagrama todos os fluxos associados ao elemento também sejam removidos do modelo. Assim, a tag *@generated* foi removida da documentação deste método.

```

...
/**@generated */
public class SLOTBaseEditHelper extends AbstractEditHelper {
    /**@generated */
    public static final String EDIT_POLICY_COMMAND =
        "edit policy command"; //$NON-NLS-1$
    ...
    protected ICommand getDestroyElementCommand(
        DestroyElementRequest req) {
        return super.getDestroyElementCommand(req);
    }
    protected ICommand getDestroyDependentsCommand(
        DestroyDependentsRequest request) {
        Object node = (Object) request.getElementToDestroy();
        Set ret = new HashSet();
        if (node instanceof Customer) {
            ret.add(((Customer) node).getFlow());
        } else if (node instanceof Producer) {
            for (Iterator iterator = ((Producer) node).
                getAvailableVehicles().iterator();
                iterator.hasNext();) {
                Vehicle element = (Vehicle) iterator.next();
                ret.addAll(((Vehicle) element).getFlows());
            }
        } else if (node instanceof Vehicle) {

```

```

    ret.addAll(((Vehicle) node).getFlows());
  }
  return ret.isEmpty() ? null : request.
    getDestroyDependentsCommand(ret);
}
}

```

Ao executar a ferramenta SLOT, a validação das *Audits* é acionada através do menu *Diagram > Validate*. As mensagens de validação são apresentadas na *Problems view* para cada *Audit* que tenha sido avaliada como falsa. Além disso, é apresentado um ícone, de erro, alerta ou informação, sobre o elemento que foi associado à expressão OCL. Na Figura 5.13 pode-se observar *screenshot* da ferramenta SLOT com um modelo inválido.

Na parte superior direita deste diagrama, um ícone vermelho indica que existe um, ou mais, erros associados à classe *OutboundLogisticsNetwork*. Ao colocar o mouse sobre este ícone, é exibida uma mensagem indicando o problema ocorrido. Neste exemplo, o erro é devido a não existir uma conexão entre o *Distributor* e o *Wholesaler*, como pode ser visto no diagrama. Além deste erro, existe um alerta que indica que o veículo do *Distributor* não está sendo utilizado. Na parte inferior da figura nota-se que todos os erros ocorridos no diagrama, são apresentados na *Properties view*.

No SLOT, as propriedades das classes de domínio podem ser alteradas selecionando-se o elemento específico no diagrama e alterando-se a sua propriedade desejada na *Properties View*. Pode-se, por exemplo, selecionar um conector e alterar o tempo de viagem do fluxo, por ele representado. Como pode ser visto na *Outline View* da 5.13, o SLOT provê um *overview* do diagrama ativo. Nesta *overview*, a área em azul representa a área visível do editor. Esta *overview* facilita a navegação em modelos demasiadamente grandes.

Uma vez modelada a cadeia de suprimentos, o SLOT permite que este modelo seja diretamente convertido para um modelo em RdP. Esta conversão é realizada com base em uma biblioteca de modelos GSPN, criados a partir das definições apresentadas no Capítulo 4, que representa os componentes de alto nível utilizados na rede. A composição destes modelos é realizada conforme apresentado na Seção 4.3. Na sua versão atual, alguns modelos como o de atraso inicial, temporizador e docas, não são gerados automaticamente, necessitando da intervenção do usuário sobre o modelo RdP final, caso se deseje utilizar estes componentes específicos.

O TimeNET [GKZH94] é uma das ferramentas de RdP mais populares para análise

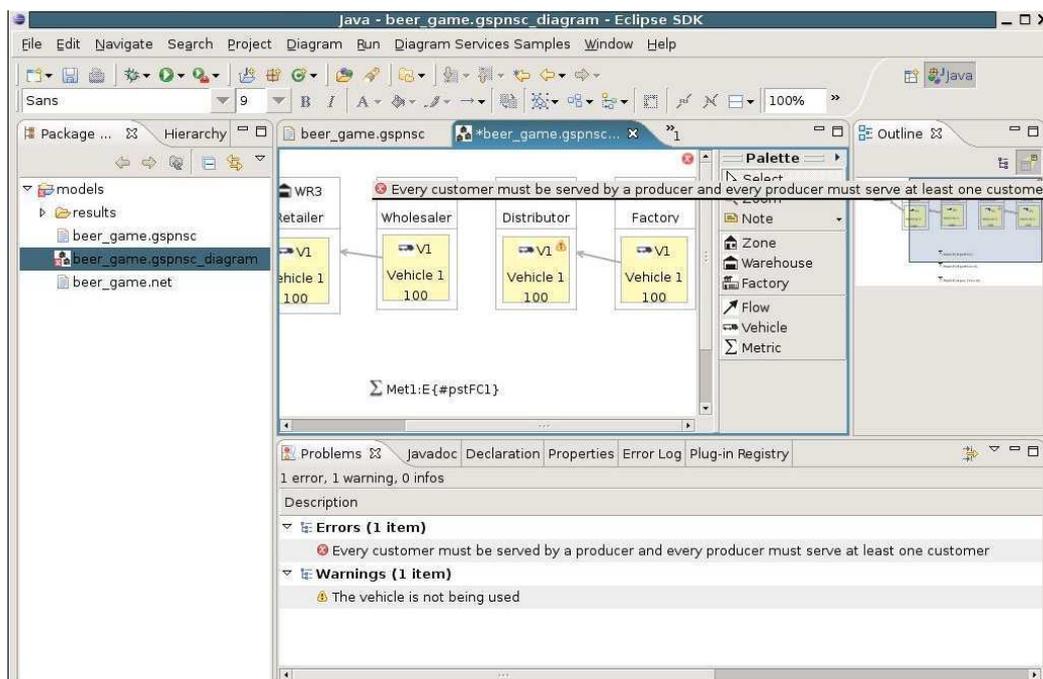


Figura 5.13 Screenshot do SLOT com um modelo inválido.

e modelagem de redes de Petri estocásticas, como GSPNs. Neste trabalho, foi realizada uma integração com o TimeNET 3.0. Esta ferramenta disponibiliza um editor gráfico para a modelagem e visualização dos modelos, além de ter funcionalidades como: *token game*, análise de invariantes de lugar e análise de métricas.

Algumas das funcionalidades desta ferramenta foram implementadas em bibliotecas separadas, escritas em C, que são chamadas a partir de seu ambiente gráfico. Isto ocorre, por exemplo, com as análises das métricas do modelo, que são realizadas através de bibliotecas específicas. Esta arquitetura confere a esta ferramenta uma grande modularização, permitindo que estas bibliotecas sejam reutilizadas de maneira independente.

Foi realizada uma integração do SLOT com o TimeNET de duas formas diferentes. Primeiramente, o modelo GSPN resultante da modelagem em alto nível pode ser convertido para o formato do desta ferramenta (*.net*) para que seja aberto, editado e analisado no ambiente gráfico do TimeNET. A outra integração foi realizada diretamente com os módulos de análise do TimeNET, permitindo que os modelos sejam analisados a partir do SLOT, sem que seja necessário utilizar o ambiente gráfico do TimeNET.

Para realizar a integração do SLOT com os módulos de análise do TimeNET, empregou-se a API *Java Native Interface* (JNI) [Lia99], que permite a utilização de

bibliotecas C chamadas a partir de classes Java. Ao analisar um modelo em RdP, estes módulos geram arquivos com os resultados. No SLOT, uma vez que a análise é finalizada, estes arquivos são copiados para o projeto ativo do *workspace*, permitindo que os resultados sejam visualizados sem que haja a necessidade de sair do ambiente. O TimeNET 3.0 oferece suporte aos sistemas operacionais Linux e ao SunOS. Esta integração foi desenvolvida e testada no Linux, assim não é garantido o seu correto funcionamento sobre a plataforma SunOS.

Clicando com o botão direito do mouse sobre um diagrama do SLOT, abre-se um menu de popup, contendo as opções disponíveis para a integração com o TimeNET. Selecionando a opção de conversão, o modelo em alto nível é convertido diretamente para um modelo GSPN no formato do TimeNET (*.net*). Também é possível abrir este modelo diretamente no TimeNET, através de uma das opções deste popup. Finalmente, é possível realizar as análises das métricas do modelo GSPN diretamente a partir do diagrama do SLOT, utilizando uma das formas de avaliação disponíveis pelo TimeNET (ou seja, simulação/análise estacionária ou transiente).

Em alguns casos, as análises realizadas diretamente a partir do diagrama do SLOT podem não corresponder aos valores reais, uma vez que não foram realizados ajustes, como a aproximação por fases, no modelo GSPN. Quando se fizer necessário realizar estes ajustes, é necessário que se abra o modelo no TimeNET para editá-lo e realizando, em seguida, as análises desejadas. Mesmo que, às vezes, os resultados obtidos sem que se realize os ajustes do modelo GSPN não representem de maneira fidedigna os valores reais, esta análise prévia pode indicar uma tendência dos resultados do modelo com os parâmetros utilizados. Assim, pode-se desconsiderar o cenário modelado, sem que se tenha o trabalho, desnecessário, de realizar os ajustes do modelo.

Suponha que em um dado cenário fosse atribuído um período de revisão de estoque muito grande para uma fábrica, de forma que não conseguisse suprir a demanda por ela enfrentada. As métricas referentes a *backorders* apontariam para um valor muito elevado indicando que os parâmetros utilizados gerariam uma situação indesejada. Com isso, mesmo que os valores das métricas não correspondessem exatamente aos valores reais, devido ao modelo GSPN não ter sido ajustado, eles já mostram indícios sobre as características do cenário modelado.

5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção, foi apresentada a ferramenta SLOT. Esta ferramenta foi desenvolvida como uma série de *plug-ins* do Eclipse. Os *frameworks* EMF, GEF e GMF foram utilizados não apenas no seu desenvolvimento, mas também auxiliam a sua execução fornecendo uma infraestrutura comum e de simples utilização.

Na Figura 5.14, é apresentado o processo de utilização desta ferramenta, cuja função é auxiliar na criação e análise dos modelos GSPN que representam a cadeia de suprimentos. Além de ser uma prova de conceito da componentização dos modelos propostos, esta ferramenta facilita a criação dos modelos GSPN, permitindo que a partir do próprio diagrama, solicite-se a sua conversão para um modelo GSPN.

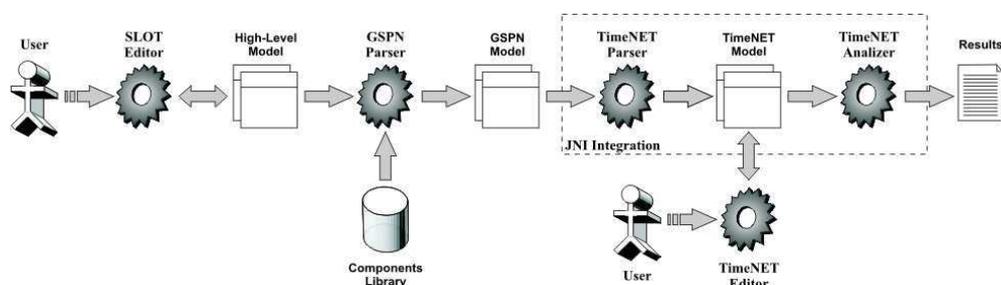


Figura 5.14 Diagrama denotando o processo do SLOT.

A conversão para um modelo GSPN é dada de maneira automática, utilizando uma biblioteca que possui uma RdP equivalente para cada componente. Além disso, as regras de composição destes modelos segue o processo apresentado na Seção 4.3. Na ferramenta, os modelos GSPN foram gerados no formato do TimeNET 3.0 (*.net*), permitindo que sejam abertos e editados nesta ferramenta independentemente do SLOT.

Uma integração realizada com os módulos de análise do TimeNET permite que a partir do próprio diagrama de alto nível, o modelo GSPN resultante seja analisado. Neste caso, os resultados das métricas analisadas são copiados para o projeto ativo atual do *workspace* do Eclipse, para que sejam visualizados.

A decisão de implementar o SLOT como uma série de *plug-ins* do Eclipse é decorrente da série de *frameworks* disponíveis nesta ferramenta que auxiliam o desenvolvimento de editores gráficos. Além disso, sendo o Eclipse uma ferramenta baseada em *plug-ins*, pode-se criar novos *plug-ins* que, por exemplo, integrem os modelos em GSPN com outras ferramentas de RdP, sem que seja necessário alterar a implementação dos *plug-ins* já desenvolvidos. A desvantagem desta decisão é que o SLOT possui um forte dependência

tanto do Eclipse, quanto de seus *frameworks*. Assim, problemas nestes *frameworks*, no próprio Eclipse, ou a descontinuidade de algum destes, terão impacto diretamente sobre o SLOT. Apesar disto, como o Eclipse é uma ferramenta que disponibiliza seu código fonte, seria possível contornar este problema.

METODOLOGIA

Todos os erros humanos são frutos da impaciência, interrupção prematura de um processo ordenado, obstáculo artificial levantado ao redor de uma realidade fictícia.

—FRANZ KAFKA (Escritor)

Este capítulo apresenta a metodologia proposta para a avaliação de desempenho de redes de distribuição física. Esta metodologia é composta de uma série de passos, que vão desde o reconhecimento do problema a ser avaliado até a obtenção dos resultados do modelo. Esta metodologia se baseia na modelagem em RdP da cadeia de suprimentos. Este trabalho é focado na distribuição física, que envolve as atividades desde a manufatura do produto acabado até a sua entrega nos consumidores finais. Este foco possui um impacto, por exemplo, nas métricas que serão apresentadas e nos parâmetros necessários para os modelos. Apesar disso, a metodologia apresentada pode ser adaptada para realizar a avaliação de outras atividades da cadeia de suprimentos. O diagrama de atividades da Figura 6.1 denota as atividades da metodologia proposta¹.

6.1 ENTREVISTA DE RECONHECIMENTO

A avaliação de desempenho da logística de uma rede de distribuição requer que o analisador possua um bom conhecimento sobre a rede que está sendo avaliada. O intuito da avaliação deverá ser descoberto nesta fase e poderá influenciar algumas decisões. Se a avaliação, por exemplo, visa descobrir a viabilidade de se incluir um novo armazém para distribuir produtos em uma região, a avaliação poderia focar apenas nos clientes desta região, se abstraindo dos demais.

A metodologia aqui apresentada, baseia-se na modelagem de uma rede de distribuição em RdP. A partir desta RdP pode-se obter métricas que indicam a situação da cadeia

¹Todos os dados apresentados ao longo deste capítulo são hipotéticos e foram inseridos com o único intuito de exemplificar situações fictícias.

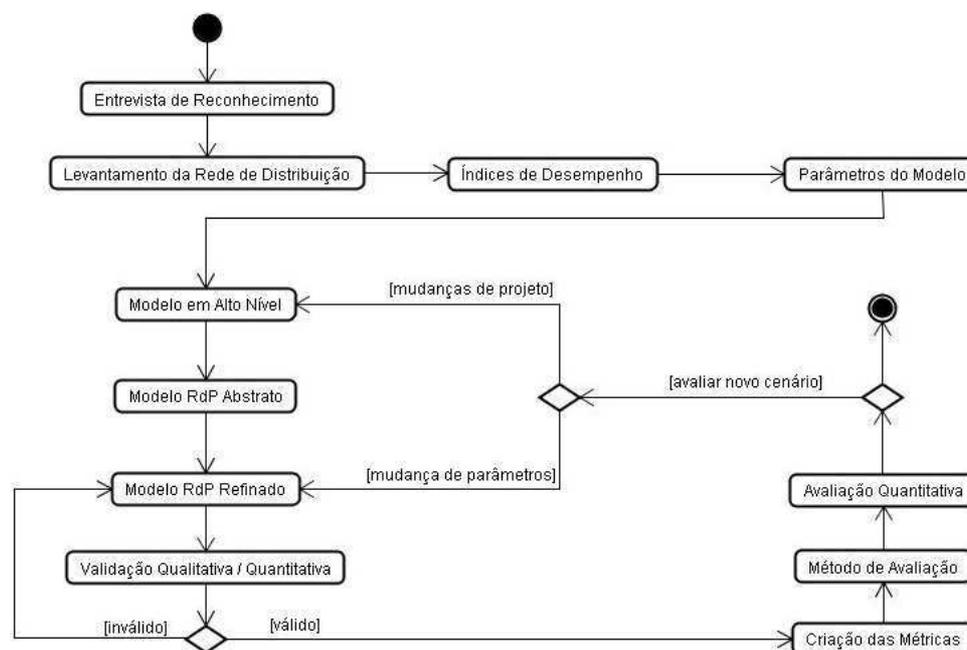


Figura 6.1 Diagrama de atividades da metodologia proposta.

de suprimentos. Uma vez analisada a situação atual, pode-se avaliar diferentes cenários visando encontrar uma configuração ótima. Com o conhecimento adquirido nesta fase, o analisador terá insumos para decidir quais cenários são viáveis, ou não, para serem adotados no sistema real. Pode-se, por exemplo, saber se seria viável atender os clientes de uma fábrica utilizando o modal aéreo, ou ainda a criação de um armazém para atender uma determinada região.

A área de atuação das empresas e o tipo de produtos que são produzidos na rede de distribuição avaliada podem restringir o número de cenários viáveis. Alguns produtos, por exemplo, precisam ser transportados por um tipo modal de transporte específico e os cenários avaliados não podem alterar o modal utilizado. Empresas que trabalhem com produtos perecíveis, por exemplo, não poderão manter estoque por um longo período.

Uma cadeia de suprimentos pode ser composta por diversas empresas com objetivos e características diferentes. Por isso, pode existir conflitos de interesse entre as diversas companhias da cadeia de suprimentos. A avaliação a ser realizada pode visar a otimização local das empresas ou ainda a otimização global do sistema. Na primeira, as empresas tomam suas decisões de maneira individual visando reduzir seus custos locais. Na segunda, o planejamento de demanda das entidades da rede é ajustado de maneira a reduzir os custos do sistema como um todo.

As redes de distribuição podem ser *descentralizadas* ou *centralizadas*. Nas redes *descentralizadas*, cada entidade da rede considera as estratégias que levam a uma otimização local, sem considerar o impacto sobre as outras entidades da rede. No sistema *centralizado*, as decisões são tomadas em um local central visando, geralmente, a otimização global do sistema. Observe que a rede de distribuição pode ser composta por diferentes organizações. Neste caso, as economias e lucros gerais da rede, são distribuídos entre as entidades envolvidas, geralmente utilizando algum mecanismo contratual. Isto se faz necessário pois algumas das decisões tomadas para cadeia de suprimentos podem onerar algumas empresas em prol de uma melhor desempenho global.

Em sistemas *descentralizados*, a informação não é compartilhada entre as diferentes organizações da rede. Supondo que a avaliação a ser realizada foi solicitada por uma fábrica que participa de uma rede de distribuição *descentralizada*. Desta forma o analisador não terá acesso às informações (ex.: demanda, estoques e frota) de nenhuma outra entidade da rede fora a própria fábrica. Assim, em sistemas *descentralizados*, a avaliação ficará restrita à otimização local da entidade da rede de distribuição que solicitou a análise.

A política de estoque adotada pela empresa precisa ser descoberta nesta fase. O *estoque de segurança* adotado pelos intermediários e fábricas, o *nível de serviço* que as entidades desejam prestar, o *estoque mínimo e máximo* (para o caso de políticas de estoque *min-max*), o *tamanho de lote* solicitado (para políticas de pedidos em lote **Q**) e o *período de revisão* adotado precisam ser levantados para que a política seja corretamente modelada. O *nível de serviço* irá restringir os cenários possíveis, uma vez que cenários que incorram em um nível de serviço prestado abaixo do desejado não poderão ser implantados no sistema real. A *capacidade produtiva* das fábricas também precisa ser obtida. Este valor representa a taxa máxima com que a fábrica poderá produzir seus produtos.

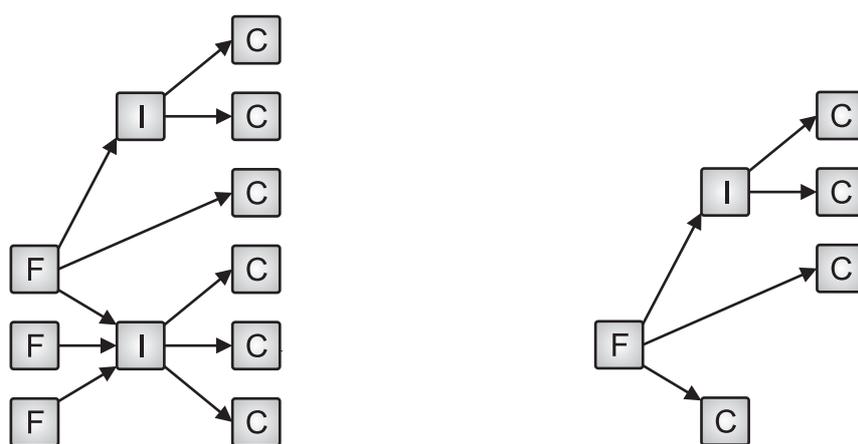
Um relatório com os dados de viagens da empresa também auxiliará nas fases posteriores. Neste relatório deve-se possuir os *tempos de viagem para o cliente*, *tempo de entrega no cliente*, e o *tempo de retorno do veículo para a empresa*. O *intervalo entre as viagens* e a *quantidade transportada* também precisam ser levantados e serão úteis para modelar a demanda dos clientes. A partir deste relatório também obtém-se o veículo/modal de transporte utilizado para atender cada cliente. Estas informações devem ser levantadas para cada viagem, pois, como será apresentado a seguir, tratamentos estatísticos serão aplicados sobre os dados coletados.

6.2 LEVANTAMENTO DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO

Neste passo da metodologia, deverá ser levantado o projeto da rede de distribuição física (Seção 3.1). Como esta rede lida com a distribuição dos produtos acabados, ou seja, a partir de sua manufatura, as entidades envolvidas na rede serão as fábricas, os intermediários e os clientes. Os fornecedores de produtos *in natura* das fábricas não serão contemplados na avaliação. Desta forma, supõe-se que as fábricas sempre possuirão estoque de matéria prima.

Um exemplo de uma rede de distribuição que possui três fábricas, dois intermediários e seis clientes é apresentado na Figura 6.2(a). Suponha que esta cadeia de suprimentos é *centralizada* e que a avaliação está sendo realizada por solicitação da primeira fábrica, que fornece produtos a dois intermediários. Se o primeiro intermediário, servido por esta fábrica, é um armazém que pertence à mesma corporação da fábrica e o segundo intermediário é um atacadista independente, a avaliação deverá contemplar a rede descrita nesta figura.

Porém, em sistemas *descentralizados*, a informação **não** é compartilhada entre as entidades da rede. Assim, a fábrica analisada não teria conhecimento das outras fábricas que fornecem produtos ao atacadista e muito menos de seus clientes. Assim, o modelo da rede de distribuição teria que ser alterado, considerando o atacadista como sendo um cliente da fábrica, abstraindo-se das informações às quais a fábrica não teria acesso. O modelo resultante seria semelhante ao apresentado na Figura 6.2(b).



(a) Rede de distribuição completa.

(b) Rede de distribuição com foco nos clientes de uma fábrica.

Figura 6.2 Redes de distribuição física.

No cenário descrito, a mesma companhia coordena tanto a primeira fábrica quanto o armazém, tendo acesso às informações de ambas entidades. Porém, no sistema *descentralizado*, esta companhia não teria como obter as informações, por exemplo, de quais clientes são atendidos pelo atacadista, com que modal de transporte são atendidos, ou com que periodicidade. Por este motivo, o atacadista teria que ser modelado como sendo um cliente normal da fábrica, desprezando-se sua política de estoque, seus clientes, etc. Neste trabalho adota-se o agrupamento de clientes em *zonas*, conforme descrito no Capítulo 3.

Apesar de, operacionalmente, ser possível alocar diferentes tipos de veículos/modal para realizar a distribuição para uma mesma zona, no projeto da rede de distribuição precisa-se definir qual será o tipo de veículo que será efetivamente utilizado. Supondo que a empresa alocou um veículo que suporta transportar até 10 toneladas para realizar a distribuição para um determinado cliente. Ao realizar esta alocação, possivelmente a empresa analisou a demanda deste cliente e viu que este seria o veículo adequado. Porém, se este cliente realizar um pedido de 40 toneladas durante a operação, que não havia sido previsto, a empresa certamente tentará atender este pedido, seja alocando um veículo maior (se disponível) ou contratando frotas de terceiros. Observe que esta situação, apesar de ser operacionalmente possível de ocorrer, muitas vezes não tem como ser prevista em tempo de projeto da rede de distribuição e conseqüentemente não será representada. Este projeto deverá ser realizado tendo-se como base os níveis de decisão táticos e estratégicos.

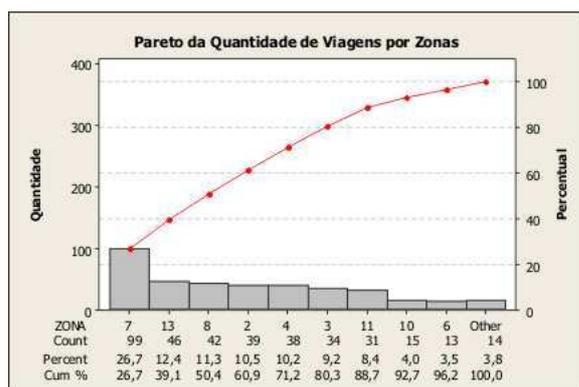
É comum as empresas adotarem uma *classificação ABC (lei de Pareto)* em diversas áreas da logística [AN00]. Em uma empresa típica é possível observar que:

- poucos clientes participam muito nas vendas dos produtos, enquanto muitos clientes participam pouco;
- poucos produtos participam muito no faturamento da empresa, enquanto muitos produtos participam pouco;
- poucos insumos possuem um custo de aquisição muito elevado, enquanto muitos insumos possuem um baixo custo de aquisição;
- no transporte dos produtos, observa-se que poucos itens possuem uma grande participação no peso/volume do veículo, enquanto muitos itens possuem uma baixa participação;

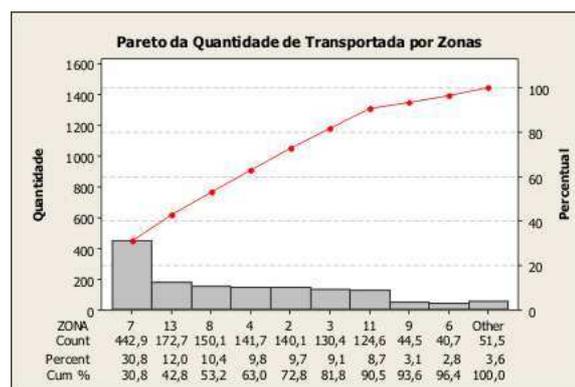
Tabela 6.1 Dados das viagens por zona obtidos a partir da entrevista de reconhecimento da metodologia.

Zona	Qtd. Viagens	Qtd. Transportada
1	2	7,106
2	39	140,068
3	34	130,402
4	38	141,658
5	1	3,689
6	13	44,689
7	99	442,935
8	42	150,144
9	7	28,613
10	20	76,888
11	31	124,607
12	1	3,193
13	46	172,664

A partir da lei de Pareto, pode-se reduzir o tamanho da rede de distribuição a ser analisada, desconsiderando alguns clientes, regiões, veículos e/ou famílias de produtos. Supondo-se que, no primeiro passo desta metodologia, foram coletados os dados de viagens realizadas por um tipo específico de caminhão conforme apresentado na Tabela 6.1. Esta tabela apresenta o total de viagens e carga transportada para as zonas, calculados a partir destes dados. Aplicando Pareto, considerando a quantidade de viagens, gera-se um gráfico como descrito na Figura 6.3(a). Neste gráficos foram consideradas as zonas até uma participação acumulada de 95%.



(a) Gráfico de Pareto ordenando as zonas pela quantidade de viagens.



(b) Gráfico de Pareto ordenando as zonas pela quantidade de transportada.

Figura 6.3 Gráficos de Pareto para auxiliar na seleção dos clientes a serem modelados.

Na prática, é comum que as viagens realizadas para as zonas não sejam realizadas

com a carga completa dos veículos. Com isso podem existir zonas atendidas pelo mesmo tipo de veículo, mas que consumam mais produtos que outras devido à quantidade média transportada por viagens ser maior. A Figura 6.3(b) denota a aplicação de Pareto sobre os mesmos dados descritos anteriormente, porém considerando a quantidade transportada para zonas. Comparando ambos os gráficos percebe-se que a zona 9 que sequer aparecia quando se considerava a apenas quantidade de viagens, passou a aparecer quando levada em conta a quantidade transportada. Enquanto isso, a zona 10, que aparecia quando contemplada apenas a quantidade de viagens, não mais apareceu ao se considerar a quantidade transportada.

Observe que quando Pareto é aplicado considerando-se apenas a quantidade de viagens realizadas para as zonas, seleciona-se as zonas que possuem maior participação na utilização da frota. Enquanto isso, considerando apenas a quantidade transportada seleciona-se as zonas que possuem maior participação no consumo de estoques. Dependendo do foco da análise pode-se optar pela abordagem mais adequada, ou ainda selecionar as zonas que apareçam em qualquer um dos dois gráficos. Vale salientar que o percentual de participação adotado fica a cargo do analisador, porém quanto maior este valor, mais próximo será o modelo do sistema real, porém mais complexa será a sua análise.

O intuito da avaliação também pode alterar a rede de distribuição a ser analisada. Caso se deseje avaliar a inclusão, ou remoção, de um armazém para atender os clientes de uma região, os clientes das demais regiões, poderiam ser descartados da análise. De maneira semelhante, a avaliação poderia ser conduzida de forma a apreciar a rentabilidade da operação em uma região. Neste último caso, também poderia-se aplicar uma classificação ABC das regiões atendidas pela empresa e considerar apenas as mais importantes. Observe que neste caso, aplica-se esta classificação sobre regiões, e não sobre as zonas individualmente.

Ainda seria possível avaliar a utilização de frota de um tipo específico de veículos. Suponha que uma fábrica utiliza o modal rodoviário para realizar as entregas para seus clientes. É comum que algumas zonas sejam atendidas por caminhões de maior capacidade e outras sejam atendidas por caminhões menores. Se a empresa deseja analisar apenas a utilização de um determinado tipo de caminhão, pode-se criar um modelo que inclua apenas as zonas atendidas por este tipo de caminhão. As considerações feitas anteriormente com relação à classificação ABC das zonas também poderiam ser aplicadas neste caso.

6.3 ÍNDICES DE DESEMPENHO

Ao avaliar uma cadeia de suprimentos (SC) se faz necessário escolher os indicadores que irão representar o desempenho do sistema. A escolha destes indicadores pode variar de acordo com a análise que está sendo realizada. Se, por exemplo, deseja-se avaliar os modais de transporte utilizados na SC, os indicadores serão focados na utilização dos meios de transporte utilizados e não no controle de estoque.

Os índices de desempenho da cadeia de suprimentos podem ser classificados como *não-financeiros* e *financeiros*. Alguns dos índices *não-financeiros* [NB07, Cou] são:

- o **tempo de ciclo** que denota o *lead time* desde a colocação de um pedido por parte do cliente até o recebimento dos produtos solicitados;
- o **nível de serviço** denota a qualidade do serviço prestado ao cliente. Três indicadores principais representam o nível de serviço: o percentual de pedidos que são atendidos a partir dos estoques, a quantidade de pedidos aguardando ser atendidos (*backorders*) e a probabilidade do tempo de ciclo ficar dentro de um prazo acordado com o cliente;
- os **níveis de estoque** de uma cadeia de suprimentos são referentes a: *matéria prima*, *WIP* (produtos sendo produzidos e semi-acabados), *produtos acabados* e *peças sobressalentes* e
- a **utilização de recursos** pode ser avaliada para diferentes recursos da cadeia de suprimentos, tais como: os armazéns, as docas de um ponto de *cross-docking*, os veículos utilizados para transportar os produtos e os estoques.

Os índices financeiros são associados aos custos *fixos* e *não-fixos* da SC. Estes custos estão relacionados com os custos de se realizar uma determinada atividade, o custo dos estoques, os custos de transporte e os custos das transações financeiras entre as companhias. Os índices *não-financeiros* podem ser utilizados para calcular alguns índices *financeiros*. Supondo, por exemplo, um estoque com 1000 SKUs e custo de R\$0,50 por SKU armazenada, o custo total do estoque seria de R\$500,00 ($0,5 \times 1000$).

Como este trabalho foca-se na logística de distribuição, que trata da distribuição dos produtos a partir de sua manufatura, os níveis de estoque serão aferidos apenas para o WIP e produtos acabados. Com os modelos propostos também é possível aferir tanto

a quantidade de SKUs efetivamente estocadas, quanto o *estoque em trânsito*, ou seja, a quantidade de SKUs sendo transportada a partir de uma determinada entidade.

Os índices escolhidos para avaliar o desempenho da SC, deverão ser posteriormente convertidos em métricas que serão calculadas a partir dos modelos em RdP propostos.

6.4 PARÂMETROS DO MODELO

Nesta etapa da metodologia deve-se obter, a partir dos dados históricos, os parâmetros que serão inseridos nos modelos. Caso a empresa não tenha estes dados disponíveis, será necessário iniciar um processo de medição do sistema real, de forma a obtê-los. Caso a empresa não possua uma base completa com os dados necessários e também não seja possível realizar uma medição *in-loco*, especialistas da empresa podem auxiliar na estimativa dos parâmetros necessários, com base em seu *know-how* do negócio.

Após a coleta dos dados, procedimentos estatísticos são aplicados a fim de se obter os parâmetros dos sistema. A *média* amostral é uma medida estatística sensível à presença de valores extremos na amostra (*outliers*). A *mediana*, assim como a média, é uma medida de tendência central. Ela indica o 50º percentil. Diferentemente da média, a mediana é resistente aos *outliers* da amostra.

O primeiro quartil (Q_1) e terceiro quartil (Q_3) de uma amostra denotam o 25º e 75º percentil, respectivamente. O intervalo inter-quartil (IQR^2) representa a diferença entre o primeiro e terceiro quartil ($IQR = Q_3 - Q_1$).

O diagrama de caixa (*box plot*) representa graficamente este resumo estatístico (ou seja, *mediana*, *quartis*, *máximo*, *mínimo* e *outliers*), conforme denota a Figura 6.4). Neste diagrama, uma caixa retangular representa os quartis da amostra. A linha inferior (ou esquerda) do retângulo representa o 1º quartil, enquanto a linha superior (ou direita) do retângulo representa o 3º quartil. A linha desenhada no interior deste retângulo indica o 2º quartil, ou seja, a mediana da amostra.

O limite inferior de uma amostra é dado como $Q_1 - 1,5 \times IQR$, enquanto o limite superior é $Q_3 + 1,5 \times IQR$ (vide a escala na parte inferior da Figura 6.4). Uma linha se estende a partir de cada extremidade da caixa. A linha inferior (ou esquerda) começa em Q_1 e vai até o menor valor da amostra que seja maior que o limite inferior. De maneira análoga, a linha superior (ou direita) começa em Q_3 e se estende até o maior valor da amostra que seja menor que o limite superior. Os valores da amostra menores que o

²N. de T.: sigla proveniente do inglês *interquartile range*.

limite inferior, ou maiores que o limite superior são considerados *outliers* da amostra e são representados por asteriscos (ou círculos) no diagrama de caixa. Em algumas situações recomenda-se a remoção dos *outliers* (e, às vezes, até dos valores fora do IQR) da amostra, evitando a inclusão de dados espúrios na análise do problema. Cabe ao analisador decidir, com base em seu conhecimento sobre o problema, se é oportuna a remoção destes *outliers*. Maiores referências em estatística podem ser obtidas em [MR03] e [MBS98].

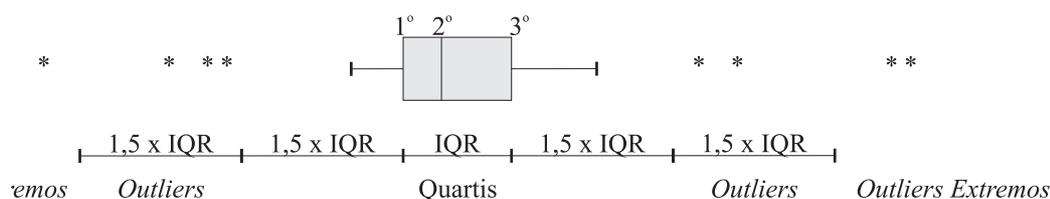


Figura 6.4 Descrição de uma diagrama de caixa.

A *política de estoque* adotada pelas fábricas e intermediários precisa ser levantada. No caso da utilização de políticas de estoque do tipo *min-max* (ex.: (s, S) e (r, s, S)) precisa-se descobrir os valores de *estoque mínimo* e *máximo* adotados pelas entidades. Caso sejam utilizadas políticas de *lote econômico* (ex.: (s, Q) e (r, Q)). Políticas que utilizam intervalos entre pedidos, ou revisão do estoque, (ex.: (r, Q) e (r, s, S)) também requerem que se obtenha o *intervalo de revisão* utilizado. Também é imprescindível descobrir se as fábricas utilizam uma política MTO, combinada ou não com alguma outra.

A *capacidade máxima dos estoques*, bem como a série histórica com as *posições de estoque* das fábricas e intermediários deve ser obtida. O primeiro parâmetro será utilizado diretamente no modelo em RdP. Já o segundo, poderá ser utilizado em avaliações transientes e na validação dos modelos, como será apresentado a seguir. No caso de avaliações transientes, pode-se obter a mediana da posição de estoque atribuindo-a ao estoque inicial da entidade. Para avaliações estacionárias não será necessário atribuir um estoque inicial ao modelo, já que, neste caso, a distribuição inicial das marcações não interfere no resultado das métricas.

A *capacidade produtiva máxima* das fábricas será considerada nos modelos. Esta capacidade irá interferir na taxa de produção das fábricas e, conseqüentemente, nos *lead times* prestados aos seus clientes. Este valor deverá ser obtido em função da SKU e da unidade de tempo utilizadas no modelo. Ou seja, caso o modelo utilize toneladas como SKU e horas como unidade de tempo, deve-se descobrir *quantas toneladas a fábrica*

consegue produzir por hora.

Cada cliente de uma fábrica, ou intermediário, é atendido por um tipo específico de meio de transporte. No caso do modal rodoviário, por exemplo, podem existir diferentes tipos de caminhões. A *quantidade* de veículos disponíveis de cada tipo e a sua *capacidade de carga máxima* precisam ser obtidas. A *quantidade* será atribuída diretamente nos modelos dos produtores. A quantidade transportada para os clientes por viagem nunca deverá ser superior à *capacidade de carga máxima* do tipo de veículo utilizado no transporte dos produtos.

Para cada cliente (ou seja, zonas e intermediários) obtém-se a *quantidade transportada por viagem*. A partir dos dados históricos das viagens, deve-se calcular a mediana deste valor. A utilização da mediana reduz a interferência dos *outliers* da amostra. Caso existam intermediários que possuam docas de entrada na rede de distribuição, também será necessário lograr a *quantidade de docas* destes intermediários.

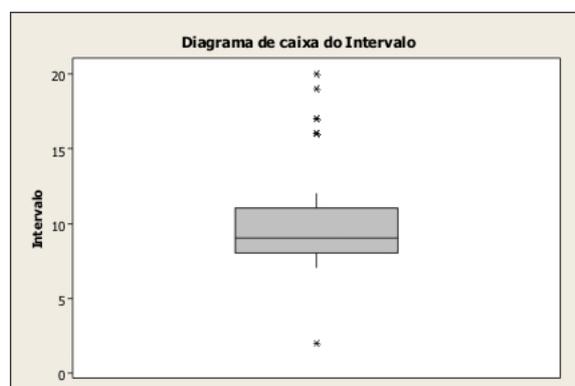
Finalmente, deve-se obter os tempos referentes ao fluxo de informações e produtos na rede de distribuição. Os modelos propostos contemplam os tempos de *processamento do pedido*, de *viagem para o cliente*, de *entrega dos pedidos* no cliente e de *retorno* dos veículos para o produtor. Além desses tempos, também deve-se obter o *intervalo entre pedidos* das zonas. Ao criar o modelo em RdP refinado, deve-se aplicar a técnica de aproximação por fases. Esta técnica considera os valores da *média* e *desvio padrão*.

Como a média é bastante sensível aos *outliers* da amostra, pode-se remover os dados discrepantes da amostra, através de uma análise do IQR, antes de calculá-la. O analisador pode considerar os dados dentro dos limites máximos e mínimos da amostra, ou ainda dentro do IQR. Cenários diferentes poderão ser criados considerando uma redução da variabilidade nesses tempos, principalmente do *intervalo entre pedidos*. Este intervalo pode possuir uma alta variabilidade por diversos motivos que vão desde as características de sazonalidade dos produtos da cadeia de suprimentos, à operação descentralizada da cadeia.

Supondo que em uma amostra os intervalos entre pedidos são dados conforme descrito na Tabela 6.2. O diagrama de caixa da Figura 6.5 representa os dados desta amostra. Realizando uma análise do IQR obtém-se a média e desvio padrão da amostra considerando-se todos os dados e em seguida desprezando os *outliers*, conforme apresentado na Tabela 6.3. Observe que, como esperado, a remoção dos *outliers* diminui o desvio padrão e faz com que o valor da média fique próximo ao da mediana, que por sua vez permanece inalterado.

Tabela 6.2 Amostra (fictícia) de intervalos entre pedidos

Intervalos																			
10	9	8	7	9	10	11	12	8	9	8	11	10	11	9	9	10	10	9	9
8	7	8	7	7	8	10	10	9	16	16	16	17	17	19	20	2			

**Figura 6.5** Diagrama de caixa dos intervalos apresentados na Tabela 6.2.**Tabela 6.3** Estatísticas sobre a amostra antes e após a remoção dos *outliers*.

	Média	Desvio Padrão	Mínimo	1º Quartil	Mediana	3º Quartil	Máximo
<i>com outliers</i>	10,432	3,797	2,000	8,000	9,000	11,000	20,000
<i>sem outliers</i>	9,069	1,334	7,000	8,000	9,000	10,000	12,000

6.5 MODELO EM ALTO NÍVEL

Nesta fase deve-se criar um modelo em alto nível para representar o projeto da rede de distribuição levantado nas fases anteriores. A ferramenta proposta no Capítulo 5 pode ser utilizada para auxiliar esta fase da metodologia.

As fábricas, intermediários e zonas deverão ser representados por modelos de alto nível específicos. Todos os intermediários da SC (ex.: atacadistas e armazéns) serão representados por um mesmo modelo. As fábricas e os intermediários precisam explicitar os modais de transporte utilizados para realizar a distribuição para os seus clientes. Cada modal de transporte ainda poderá ser subdividido em diferentes grupos. Para o modal rodoviário, por exemplo, pode-se considerar diferentes tipos de caminhões com capacidades de carga diferentes. Cada grupo deverá ser representado separadamente nestas entidades.

Um arco direcionado deverá ser utilizado para conectar as entidades do modelo de tal forma que sua direção indica o fluxo de produtos, enquanto o sentido inverso indica o fluxo de informação. Este arco deverá indicar, também, o recurso utilizado para realizar

o transporte dos produtos. Esta conexão representará o *canal de distribuição* entre duas entidades subjacentes da rede de distribuição. Observe que cada caminho possível de uma fábrica a uma zona será o *canal de distribuição* propriamente dito, cujo nível é determinado pela quantidade de intermediários existentes entre elas.

Um exemplo de um modelo de alto nível está descrito na Figura 6.6. Este modelo foi criado utilizando a ferramenta desenvolvida neste trabalho e apresentada no Capítulo 5. No cenário descrito, uma fábrica distribui seus produtos diretamente para duas zonas com veículos do tipo V1 e para um armazém com veículos do tipo V2. O armazém, por sua vez, distribui seus produtos para duas zonas, utilizando veículos do tipo V1. O tipo do veículo é dependente do contexto da entidade à qual ele pertence. Assim, o veículo V1 da fábrica pode representar um caminhão, enquanto o veículo V1 do armazém pode representar uma caminhonete.

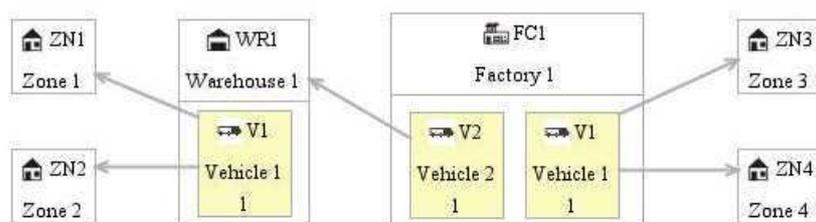


Figura 6.6 Representação em alto nível para uma rede de distribuição obtida a partir da ferramenta SLOT.

Para cada elemento da rede, ainda deverão ser informados os parâmetros necessários. Para as zonas, por exemplo, deverá ser informado o intervalo entre seus pedidos. Vale frisar que, neste trabalho, considera-se a utilização de um único modal de transporte para a distribuição entre duas entidades subjacentes da rede de distribuição.

6.6 MODELO RDP ABSTRATO

Nesta etapa deve-se converter a representação em alto nível para um modelo em RdP abstrato. Este modelo é dito abstrato, pois não possuem alguns detalhes que serão incluídos posteriormente na RdP. Alguns destes detalhes são, por exemplo, o refinamento/redução de transições e a aproximação por fases. A ferramenta proposta no Capítulo 5 auxilia na conversão do modelo em alto nível para a RdP abstrata.

Cada entidade da rede de distribuição (ou seja, fábricas, zonas e intermediários) serão convertidos para os componentes em RdP específicos. Para cada veículo das fábricas

o modelo em RdP refinado. Apesar de atualmente este processo precisar ser realizado manualmente, seria possível automatizá-lo através do próprio SLOT.

A Figura 6.8 denota o modelo RdP refinado equivalente ao modelo abstrato apresentado anteriormente. Neste modelo refinado, o fluxo de informações foi removido e o fluxo de produtos foi alterado passando a ser representado por uma única etapa. Unificando assim, os tempos de viagem para o cliente, entrega de produtos e o retorno à fábrica. Um atraso inicial também foi adicionado à demanda da zona.

Foi adicionada à fábrica uma política de estoques do tipo MTO. A técnica de aproximação por fases foi aplicada à transição original td de sua política (r, Q) . Na teoria, uma função determinística seria representada por uma Erlang com infinitas fases. Em [MR93] aconselha-se, utilizar na prática, uma Erlang com 10 fases. Visando aproximar o intervalo entre as revisões para um valor determinístico, a transição td foi aproximada para uma Erlang de 20 fases, o dobro do proposto por [MR93].

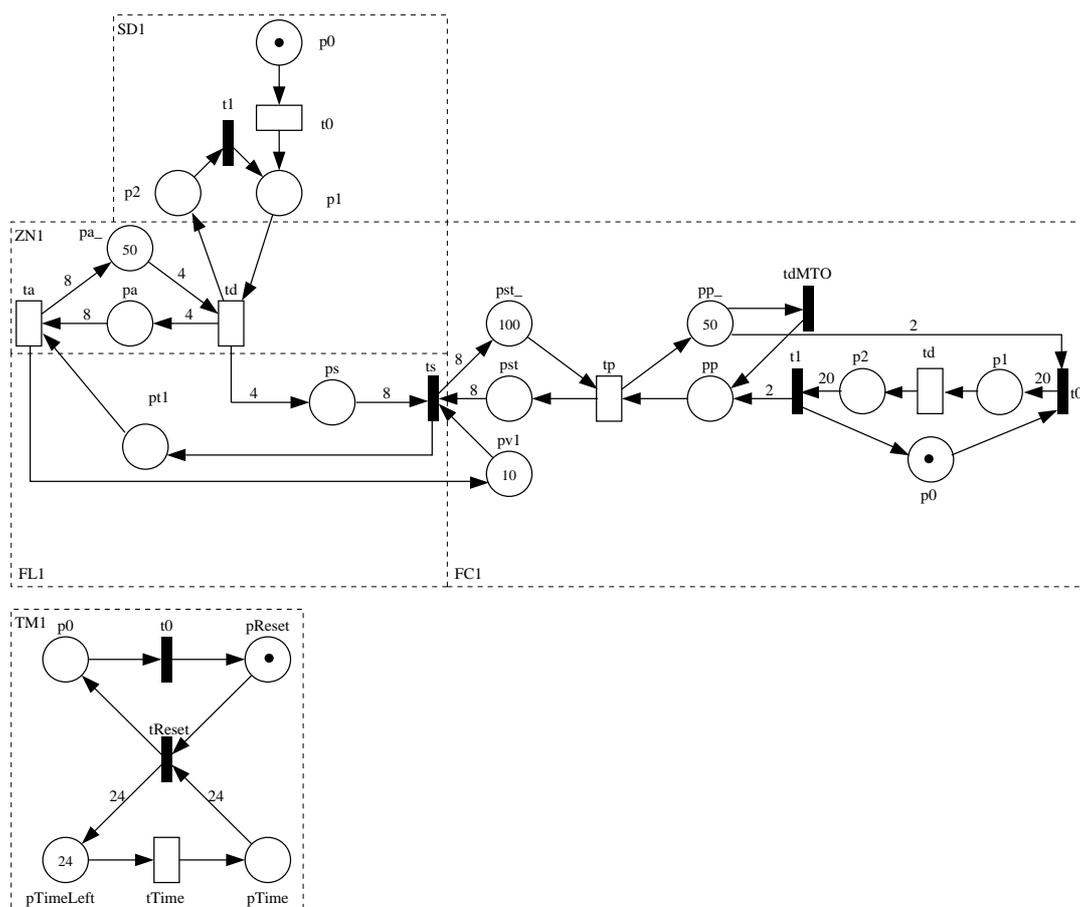


Figura 6.8 Modelo RdP refinado para a distribuição de uma fábrica para uma zona.

Um temporizador cíclico foi adicionado à RdP abstrata. Este temporizador foi inserido com a finalidade de representar um dia. A atribuição de uma função de guarda à transição imediata do fluxo de produtos para a zona, poderia considerar a marcação deste temporizador. Esta função permitiria, por exemplo, habilitar, ou não, o envio de produtos à zona dependendo da hora do dia. Com isso, pode-se avaliar a viabilidade da fábrica operar com um turno extra no envio de produtos à zona.

Observe que para obter o modelo em RdP refinado, considera-se alguns componentes extras propostos no Capítulo 4 (ex.: temporizador e atraso inicial), aplicando-se as técnicas de redução/refinamento e aproximação por fases sobre a rede. Nada impede que um especialista em RdP alterasse o modelo abstrato indiscriminadamente, porém o novo modelo poderá não possuir as características desejadas e que são garantidas com os modelos propostos. Portanto, caso sejam realizadas estas alterações, deve-se conduzi-las de forma bastante criteriosa e as características do modelo resultante serão de inteira responsabilidade do especialista.

6.8 VALIDAÇÃO QUALITATIVA / QUANTITATIVA

Se alguma alteração além do refinamento/redução de transições [Mur89, Ber86], ou aproximação por fases [Tri01] houver sido aplicada sobre o modelo abstrato, deve-se realizar uma validação qualitativa. Esta operação logra a averiguação das propriedades de RdP, como *limitação estrutural*, que o modelo resultante possui. Como mencionado, caso estas alterações não fossem realizadas, esta validação não seria necessária, uma vez que estariam garantidas por construção (Seção 4.3). Também é possível legitimar o comportamento abstrato da RdP resultante através de um *token game*.

Uma validação *quantitativa* também deve ser conduzida de forma a conferir se a RdP está representando corretamente o sistema real. Para isso pode-se criar algumas métricas que, dada uma série de parâmetros de entrada, os seus resultados esperados são conhecidos através dos dados históricos coletados nas fases anteriores. A taxa de chegada de pedidos no produtor é um valor que pode ser facilmente obtido, tanto no modelo quanto nos dados históricos, e pode ser considerado nesta validação.

Além da taxa de chegada de pedidos, também é possível validar a quantidade média de estoque, ou a posição de estoque diária. Finalmente, é possível validar a quantidade de veículos disponíveis no produtor. Esta validação pode ser realizada considerando o valor médio, e ainda comparando a probabilidade de se ter uma quantidade x de veículos

disponíveis. Os resultados destas métricas devem ser obtidos utilizando-se uma avaliação estacionária, ou uma avaliação transiente para um intervalo de tempo semelhante ao dos dados históricos. O erro dos resultados obtidos a partir do modelo precisa ser um valor aceitável, cujo percentual deve ser considerado pelo analisador. Se a RdP resultante não for válida, deve-se revisar o processo de transformação do modelo abstrato no modelo refinado, visando encontrar erros cometidos neste processo.

6.9 CRIAÇÃO DAS MÉTRICAS

Nesta etapa da metodologia, deve-se transformar os índices escolhidos na etapa apresentada na Seção 6.3 em métricas que serão obtidas a partir do modelo em RdP refinado. Observe que no passo anterior, algumas métricas deverão ter sido criadas com o intuito de validar o modelo quantitativamente.

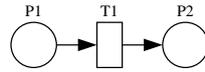
Algumas métricas que podem ser obtidas a partir dos componentes propostos são apresentadas na Seção 4.4. Ao apresentar as métricas, foram considerados os modelos abstratos propostos. Após o refinamento, algumas métricas podem precisar ser alteradas. Para exemplificar esta alteração, suponha uma rede conforme apresentada na Figura 6.9(a) e a mesma rede após se aplicar uma aproximação por fases sobre transição $T1$, visando aproximá-la a uma Erlang com 5 fases.

O *throughput* do sistema representado na Figura 6.9(a) é obtido diretamente através do *throughput* da transição $T1$, ou seja $X\{T1\}$. Já no modelo refinado, esta métrica deverá ser obtida a partir da última transição do modelo refinado, ou seja, $T5$. Assim, a métrica que denota o *throughput* do sistema seria obtida como $X\{T5\}$.

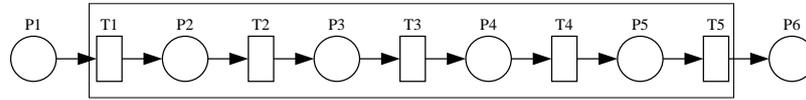
De maneira semelhante, o tamanho esperado da fila no sistema é dado por $E\{\mu(P1)\}$. No modelo refinado, o tamanho da fila será obtido através do somatório da quantidade de *tokens* esperada em cada lugar adicionado e o próprio $P1$. Assim, a métrica equivalente será obtida como $E\{\mu(P1)\} + E\{\mu(P2)\} + E\{\mu(P3)\} + E\{\mu(P4)\} + E\{\mu(P5)\}$.

6.10 MÉTODO DE AVALIAÇÃO

Nesta etapa deve-se escolher o método de avaliação que será aplicado para que se obtenha as métricas do modelo. As RdP podem ser analisadas para o seu regime *transiente* ou em seu estado *estacionário*. Nem todas as RdP podem ter suas métricas calculadas no estado estacionário, já que nem todos os modelos possuem este estado. Para que as



(a) GSPN com uma única transição estocástica.



(b) Aproximação da transição estocástica para uma Erlang com 5 fases.

Figura 6.9 Exemplo de uma rede antes e depois de aproximar sua transição exponencial para uma Erlang com 5 fases.

métricas possam ser computadas no estado estacionário, é imprescindível que a RdP seja *k-limitada* (*k-bounded*) [MLC96]. Como mostrado anteriormente, os modelos propostos neste trabalho garantem que as redes geradas serão *estruturalmente limitadas*, permitindo que as métricas sejam calculadas no estado estacionário.

No regime transiente, a avaliação irá calcular os valores das métricas em um intervalo de tempo Δt . Esta avaliação considera as marcações alcançáveis desde a sua marcação inicial μ_0 em $t_i = 0$ até um tempo final t_f . Assim, os resultados obtidos utilizando-se este método dependem diretamente da marcação inicial. Por isso, muitas vezes é necessário alterar a marcação inicial da RdP quando se opta por este método.

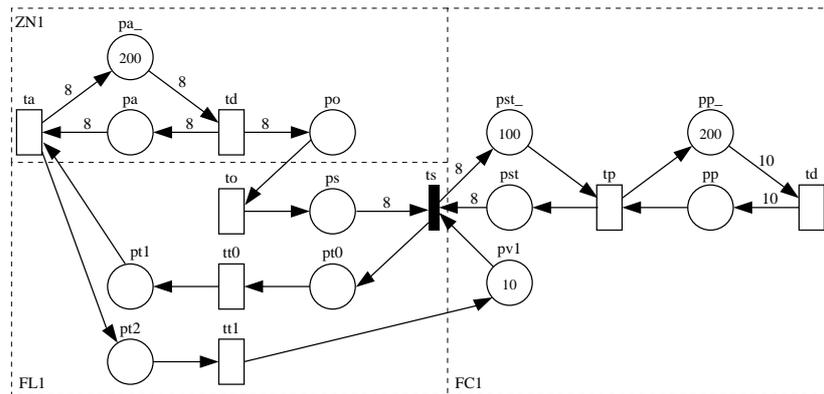
Ao realizar uma avaliação no regime estacionário, as métricas serão computadas desprezando-se os efeitos transientes iniciais do modelo. Os resultados obtidos nesta avaliação representam os valores médios esperados dos indicadores de desempenho. Informalmente, a avaliação estacionária pode ser comparada a uma avaliação transiente para um tempo infinito.

Ao alterar a marcação inicial da RdP original com a finalidade de se realizar uma avaliação transiente, é necessário que não se altere a semântica do modelo. Seja $RS(\mu_0)$ o conjunto de alcançabilidade [MBC⁺95] de uma dada RdP com marcação inicial μ_0 , a nova marcação μ'_0 precisa pertencer ao conjunto de alcançabilidade original da RdP, ou seja, $\mu'_0 \in RS(\mu_0)$. Respeitando esta restrição, todas as propriedades de RdP do modelo serão preservadas e a semântica do modelo permanecerá inalterada.

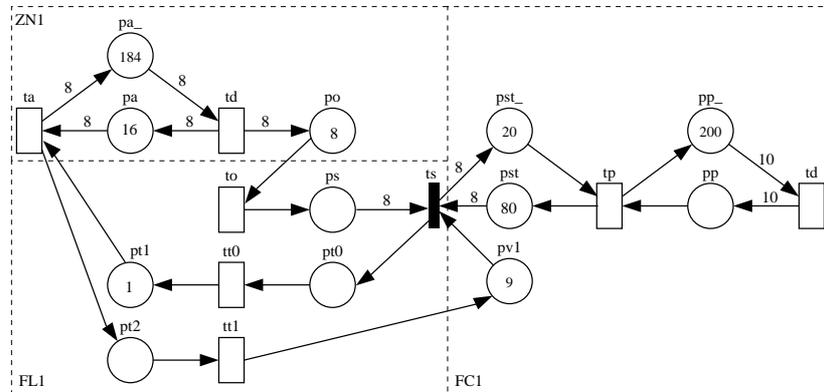
Na Figura 6.10(a) apresenta-se um modelo que representa uma rede de distribuição composta por uma fábrica que distribui seus produtos para uma zona. Neste modelo, criado a partir das definições dos modelos apresentados na Seção 4.1, a fábrica possui, inicialmente, 10 veículos disponíveis e seu estoque se encontra vazio, possuindo uma

capacidade máxima para 100 SKUs.

Visando realizar uma avaliação transiente, a marcação inicial do modelo foi alterada para representar uma situação na qual a fábrica possui 80 SKUs em estoque, o cliente acabou de realizar um pedido de 8 SKUs e existe um veículo realizando uma entrega na zona. O modelo resultante desta alteração está apresentado na Figura 6.10(b). Observe que a nova marcação é alcançável a partir da marcação original (apresentada na Figura 6.10(a)).



(a) Modelo para a conexão entre uma fábrica e uma zona.



(b) Modelo para a conexão entre uma fábrica e uma zona após a alteração da marcação inicial.

Figura 6.10 Alterando a marcação inicial dos modelos para realizar uma avaliação transiente.

Se por exemplo, uma empresa prevê um aumento de demanda em um determinado mês, pode-se analisar a RdP com a avaliação transiente de forma a testar medidas que possam ser tomadas de maneira a suprir este aumento, sem que se perca vendas ou se aumente os custos da operação demasiadamente. Assim, a empresa poderia avaliar, apenas para o período de um mês, a possibilidade de aumentar a frota, o que na prática

poderia ser feito contratando um serviço de distribuição terceirizado, ou de se manter um nível mais elevado de estoque.

Tanto para a avaliação transiente quanto para a estacionária, os resultados podem ser obtidos através de métodos analíticos ou pela simulação do modelo. Na primeira, as métricas são computadas analisando-se o grafo de alcançabilidade. Este grafo só poderá ser computado para modelos *limitados* [MLC96]. Como os modelos resultantes deste trabalho serão estruturalmente limitados, esta será uma das opções válidas para a obtenção das métricas. Apesar disso, caso o espaço de estados seja muito grande, o que depende de uma série de fatores como a quantidade de elementos da rede de suprimentos, pode ser computacionalmente inviável utilizar esta opção. Neste caso, pode-se considerar a simulação do modelo para a obtenção das métricas. Esta opção pode ser aplicada para qualquer RdP e calcula as métricas através da simulação estocástica do modelo.

6.11 AVALIAÇÃO QUANTITATIVA

Finalmente, deve-se realizar uma avaliação quantitativa da RdP resultante para que se obtenha os resultados das métricas criadas nas etapas anteriores. Após analisar um cenário inicial, pode-se avaliar outras configurações possíveis, visando descobrir o cenário que melhor se adequa à rede de distribuição. Quando se deseja comparar os resultados de diferentes cenários, de forma a encontrar o cenário mais adequado, deve-se utilizar o mesmo conjunto de métricas. Só assim será possível comparar a diferença nos resultados obtidos a partir destes cenários.

Observe que os cenários não deverão ser criados de forma indiscriminada. A entrevista inicial deve ter fornecido insumos suficientes para que o analisador tenha uma indicação, mesmo que abstrata, de que cenários deverão ser criados e quais são viáveis de serem implantados.

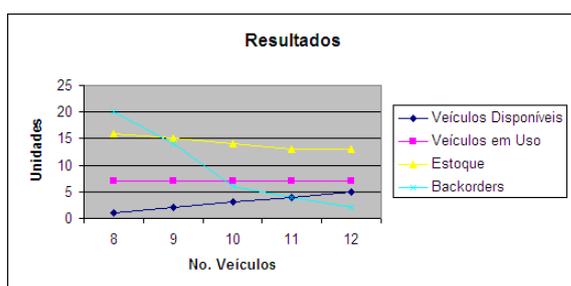
Conforme pode ser visto na Figura 6.1, caso o novo cenário seja criado apenas pela alteração de parâmetros, como por exemplo a quantidade de veículos disponíveis, ou a demanda de uma zona, basta alterar o modelo em RdP refinado, seguindo a metodologia a partir da etapa apresentada na Seção 6.7. Observe que alterações nos dados de tempo podem implicar na alteração na aproximação por fases das transições estocásticas. Caso seja necessário alterar a estrutura da rede de distribuição, incluindo ou removendo intermediários, por exemplo, deve-se seguir a metodologia a partir da modelagem em alto nível da rede de distribuição (Seção 6.5).

Suponha uma rede de distribuição em que uma fábrica deseja analisar a quantidade de veículos ideal para realizar as suas entregas. Para isto, diferentes cenários foram construídos, alterando-se a quantidade de veículos disponíveis nesta fábrica. Os resultados obtidos podem ser tabulados conforme apresentado na Tabela 6.4. O gráfico apresentado na Figura 6.11(a) mostra estes dados de forma gráfica. Supondo que esta fábrica possui um custo de R\$6,00 por veículo parado, R\$2,00 por veículo em uso, R\$0,50 por SKU estocada e R\$2,00 por *backorders*, o custo para cada cenário gerado foi calculado. Os resultados são apresentados na Figura 6.11(b).

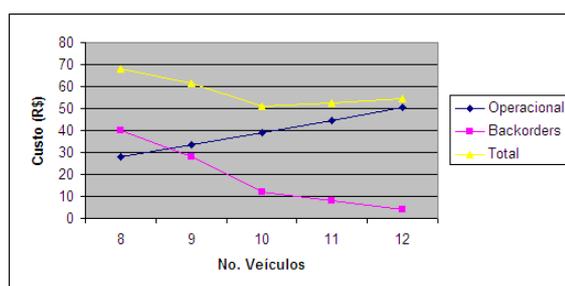
Analisando os resultados, nota-se que o cenário que apresenta o menor custo é quando a fábrica opera com 10 veículos. Porém, neste cenário observa-se que existe uma probabilidade de 2% de se ter *backorders* não atendidos pela fábrica. Portanto, se a fábrica deseja-se operar com um nível de serviço superior a 98% este cenário não seria válido e a fábrica precisaria operar com 11 ou 12 veículos.

Tabela 6.4 Tabela com resultados da avaliação.

Indicadores	No. de Veículos(Un.)				
	8	9	10	11	12
Veículos Disponíveis (Un.)	1	2	3	4	5
Veículos em Uso (Un.)	7	7	7	7	7
Estoque (SKUs)	16	15	14	13	13
Probabilidade de <i>Backorders</i> (%)	10,00%	7,00%	3,00%	2,00%	1,00%
<i>Backorders</i> (SKUs)	20	14	6	4	2



(a) Gráfico com o custo da fábrica variando a quantidade de veículos disponíveis.



(b) Gráfico com os resultados da avaliação.

Figura 6.11 Gráficos com os resultados da análise e com o custo calculado a partir dos indicadores da análise.

Observe que, no exemplo anterior, era sabido o custo unitário para cada elemento que compõe o custo. O custo por *backorder*, porém, muitas vezes não é conhecido e precisa ser estimado. Visando apresentar os resultados à(s) empresa(s) analisada(s), é possível

calcular o custo total variando-se o custo por *backorder* para cada cenário modelado. Considerando o exemplo anterior, o custo total para cada cenário foi calculado variando-se o custo unitário por *backorder* de R\$0,50 a R\$4,00. O resultado pode ser visto no gráfico da Figura 6.12.

Observa-se que para custos unitários de *backorders* menores, ao aumentar a quantidade de veículos, o custo total também tende a aumentar. Por outro lado, custos unitários de *backorders* maiores tendem a reduzir o custo total com o aumento de veículos. Note que ao aumentar a quantidade de veículos o custo operacional também aumenta. Assim, para um custo unitário baixo, a redução de *backorders* não compensa o aumento no custo operacional, elevando o custo total. Já para custos unitários de *backorders* mais altos, esta elevação no custo operacional é compensada, reduzindo o custo total.

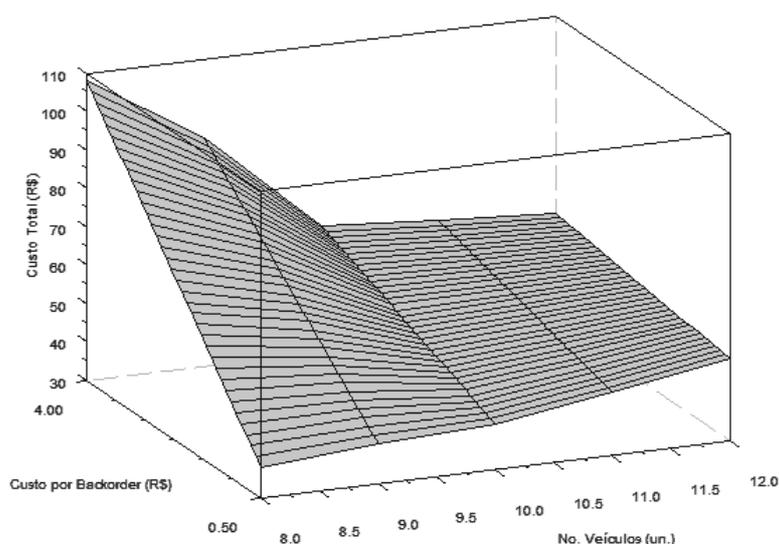


Figura 6.12 Custo total variando o custo por *backorder*.

Os resultados obtidos poderão auxiliar um processo de tomada de decisão. Cabe ao analisador interpretar os dados e apontar soluções para o problema analisado. As métricas podem, por exemplo, apontar para uma possível ociosidade da frota, um excesso de estoque, ou ainda a necessidade da criação de armazéns para auxiliar na distribuição dos produtos de uma fábrica. A criação de um relatório com as conclusões do analisador, tabelas com os dados obtidos e gráficos explicativos, podem auxiliar a apresentação destes resultados para os interessados na avaliação realizada.

6.12 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo, apresentou uma metodologia auxiliar no processo de avaliação de desempenho de um cadeia de suprimentos. Esta metodologia baseia-se na utilização dos modelos propostos no Capítulo 4 e é composta por diversos passos que vão desde um levantamento inicial do problema a ser analisado, passando pela criação dos modelos, e indo até a obtenção de métricas a partir do modelo GSPN que representa a rede de distribuição logística.

A ferramenta desenvolvida neste trabalho (vide Capítulo 5) auxilia a metodologia proposta, permitindo que se modele a rede de distribuição utilizando-se uma representação de alto nível que, em seguida, é automaticamente convertida para um modelo GSPN. Caso o analisador possua um bom conhecimento de RdP, ainda poderá alterar este modelo de forma a representar situações que não sejam diretamente expressas pelos modelos originais. Pode-se, por exemplo, incluir no modelo um lugar para contabilizar a quantidade de pedidos realizados por um cliente durante um intervalo de tempo. Vale salientar que alterações, além das aproximações por fases e reduções/refinamentos da RdP, podem interferir nas propriedades de RdP (ex.: limitação estrutural e repetitividade) do modelo final.

ESTUDOS DE CASO

Na teoria, não existe diferença entre a teoria e a prática. Mas na prática existe.

—JAN L. A. VAN DE SNEPSCHEUT (Cientista da Computação)

Neste capítulo, serão apresentados os estudos de caso realizados de forma a validar os modelos propostos. A metodologia apresentada no Capítulo 6 foi utilizada para auxiliar a avaliação dos estudos de caso apresentados. Na Seção 7.1 apresenta-se o estudo conduzido de forma a modelar o *Jogo da Cerveja*. Este estudo visa, principalmente, validar os modelos propostos. Em seguida, na Seção 7.2, serão expostos os resultados dos estudos de caso realizados na São Mateus Frigorífico, uma das maiores indústrias de embutidos da região norte-nordeste do Brasil.

7.1 O JOGO DA CERVEJA

Na década de sessenta, a *Sloan School of Management, Massachusetts Institute of Technology* (MIT), desenvolveu o **Jogo da Cerveja** para ilustrar o “efeito chicote”¹ ao longo da cadeia de suprimentos. Este jogo simula um sistema de produção e distribuição de produtos e tem sido utilizado em diversos cursos de nível universitário, de pós-graduação e executivo.

Neste jogo, geralmente jogado em tabuleiro, a cadeia de suprimentos é composta por um varejista, um atacadista, um distribuidor e uma fábrica. Cada jogador gerencia uma das entidades da cadeia de suprimentos. Os jogadores realizam suas ações em turnos, onde cada turno representa uma semana. A cada turno as entidades solicitam produtos à entidade imediatamente subjacente na cadeia. Analogamente, as entidades tentam suprir a demanda da entidade imediatamente sobrejacente na cadeia.

Assim, o varejista precisa atender uma demanda externa e realizar pedidos ao atacadista de forma a reabastecer seu estoque. O atacadista, por sua vez, precisa atender

¹N. de T.: do inglês *bullwhip effect*.

os pedidos do varejista e solicitar produtos ao distribuidor. O distribuidor faz seus pedidos à fábrica, de maneira a suprir a demanda do atacadista. Finalmente, a fábrica precisa produzir seus produtos para reabastecer seu estoque, visando atender a demanda do distribuidor.

Cada participante possui apenas informações locais, ou seja, a fábrica, por exemplo, conhece apenas a quantidade de pedidos realizadas pelo distribuidor, desconhecendo a quantidade de pedidos que o atacadista realizou para o distribuidor. Assim, apenas o varejista conhece a demanda externa. Com isso, simula-se uma cadeia de suprimentos *descentralizada*.

Os *lead times* de processamento dos pedidos, transporte e produção são simulados atribuindo-se um turno extra para cada uma destas etapas. Assim, quando o varejista realiza um pedido, este só deverá ser recebido pelo atacadista no turno seguinte. Ao receber os pedidos, tão logo possua estoque suficiente para atendê-los, o atacadista os envia para seu cliente. Os itens atendidos levarão mais dois turnos para até chegarem ao varejista (tempo de transporte ou fabricação, este último considerado para as fábricas). Uma variante do jogo pode considerar o *lead time* de apenas um turno neste fluxo dos itens.

A cada semana, registra-se a posição de estoque e os os pedidos não atendidos (*backorders*) de cada entidade. Neste jogo, os itens de pedidos não atendidos precisam ser atendidos assim que possível. A cada turno, atribui-se um custo de \$0,50 para cada item em estoque e \$1,00 para cada item não atendido. O objetivo final do jogo é conseguir menor custo possível. A posição de estoque é obtida pela soma da quantidade de itens efetivamente em estoque mais a quantidade de itens solicitados à entidade subjacente menos a quantidade de itens devidos à entidade sobrejacente.

Neste estudo de caso foi utilizado o *software* distribuído juntamente com o livro *Designing and managing the supply chain: concepts, strategies and case studies* [SLKSL00], cujo *screenshot*² pode ser visto na Figura 7.1, que simula este jogo. Esta versão do jogo é bastante parecida com a versão original, criada pelo MIT.

Nesta versão do jogo também é possível considerar uma cadeia de suprimentos *centralizada*, onde as informações (ex.: estoques e demanda) são compartilhadas entre as entidades da cadeia. Além disso, a única entidade que mantém estoque é o varejista. Os itens produzidos pela fábrica, que passa a possuir a informação da demanda externa, são

²N. de T.: termo também utilizado em português. Indica uma imagem contendo a interface gráfica de um programa.

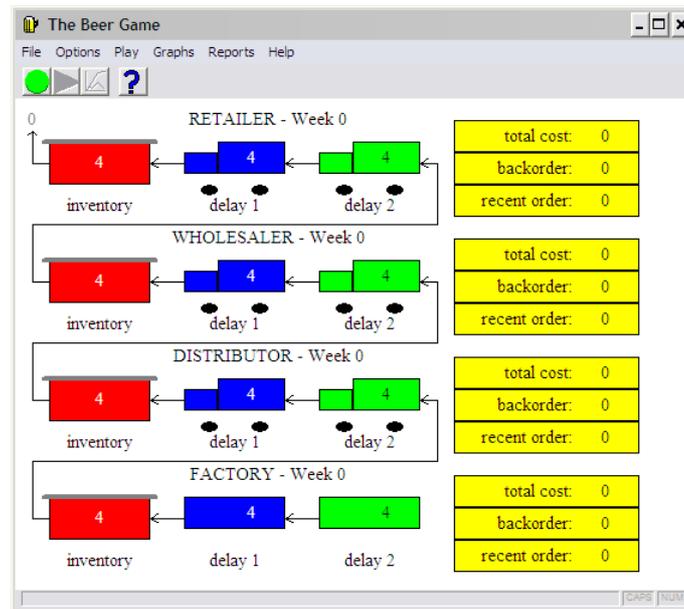


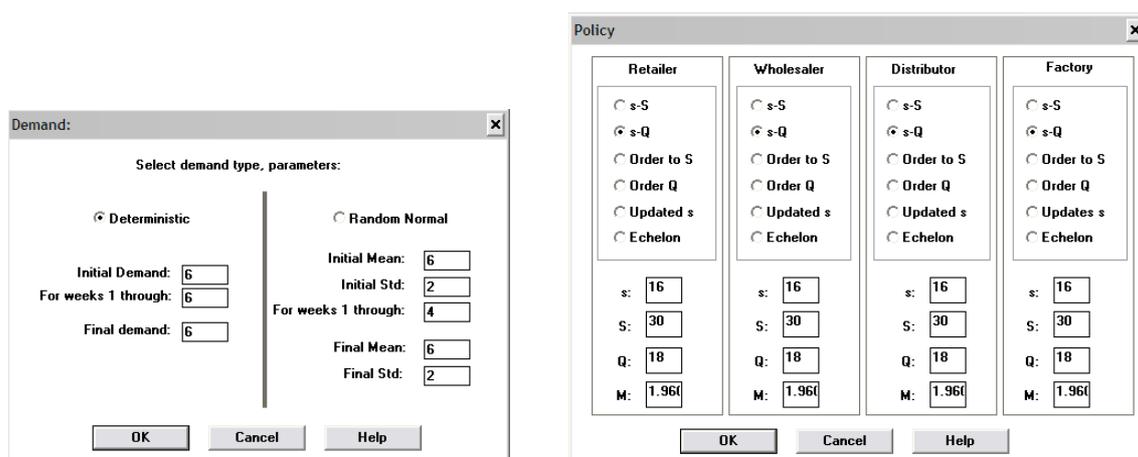
Figura 7.1 Screenshot da versão para computador do jogo da cerveja.

enviados ao varejista sem que sejam estocados em nenhuma das entidades, nem mesmo na fábrica. Por isso, pode-se ter como meta tanto a redução dos custos locais, quanto a redução do custo global do sistema.

O jogo também pode ser executado de maneira interativa ou automática. No modo automático, é possível configurar a demanda externa e a política de estoque das entidades da cadeia de suprimentos. Para este estudo de caso, a demanda externa foi ajustada para utilizar uma distribuição determinística de 6 itens por semana (vide Figura 7.2(a)). Adotou-se uma demanda determinística para que fosse possível validar os modelos propostos, comparando os valores obtidos a partir da execução do programa com os valores obtidos a partir da simulação do modelo GSPN. Além disso, foi selecionada a política de estoque (s, Q) , com $s = 16$ e $Q = 18$ (vide Figura 7.2(b)), para todas as entidades da cadeia de suprimentos.

Para este estudo de caso, adotou-se a simulação automática para um período de 20 semanas. A cada turno (semana) do jogo, os dados de *backorders* e estoque de cada entidade foram coletados. Estes dados podem ser observados nos gráficos da Figura 7.3.

Assim como ocorre com os modelos propostos, este jogo assume que a fábrica sempre dispõe de insumos suficientes para a fabricação dos produtos acabados. Além disso, este programa considera que todas as entidades do modelo dispõem de uma capacidade ilimitada de estocagem. Os itens solicitados são enviados individualmente para a entidade



(a) Ajuste da demanda externa.

(b) Ajuste das políticas de estoque.

Figura 7.2 Screenshots dos ajustes de demanda externa e políticas de estoque no jogo da cerveja.

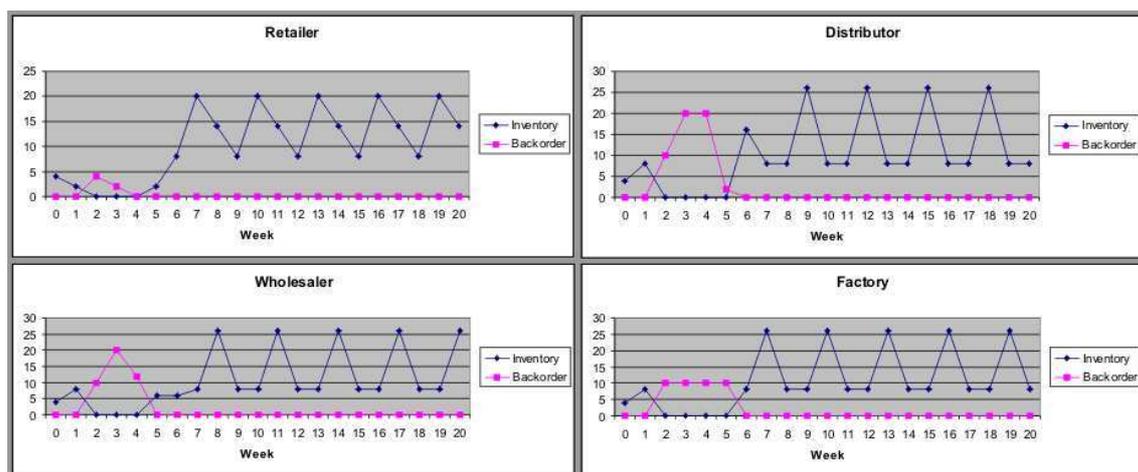


Figura 7.3 Backorders e estoque das entidades da cadeia de suprimentos para uma simulação de 20 semanas a partir do programa.

sobrejacente, sem que sejam agrupados em um meio de transporte específico. Ou seja, as entidades não possuem limitação no que tange ao transporte de produtos, nem utilizam meios de transporte diferenciados para esta atividade.

Assim, foi atribuída uma capacidade de estoque suficientemente grande aos modelos dos produtores, de forma que seus estoques nunca cheguem à sua capacidade máxima. Ademais, considerou-se que cada entidade possui uma quantidade suficiente de veículos, de maneira que, sempre haja pelo menos um veículo disponível para o transporte dos itens. Também assume-se que não se faz necessária a diferenciação dos tipos de transporte e

que cada veículo transporta um único ítem para a entidade sobrejacente.

Por conseguinte, no modelo GSPN, atribuiu-se 100 à marcação inicial dos lugares que representam a capacidade de estoque e veículos disponíveis das entidades da cadeia de suprimentos. Ao analisar o modelo, é necessário que a probabilidade de não haver marcação nestes lugares seja muito próxima, ou igual, a zero. Com isso evita-se que o modelo possa chegar a uma situação onde o estoque esteja cheio, ou que não haja veículos disponíveis, o que não ocorre no jogo da cerveja.

A ferramenta SLOT, apresentada no Capítulo 5, foi empregada na criação o modelo GSPN abstrato. A partir do modelo em alto nível, criado nesta ferramenta (vide Figura 7.4), utilizamo-la para realizar a sua conversão para um modelo GSPN abstrato.

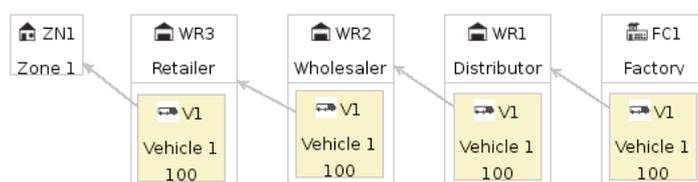


Figura 7.4 Representação em alto nível do jogo da cerveja utilizando a ferramenta SLOT.

Neste estudo de caso, utilizou-se a opção de *lead times* curtos, disponibilizada pelo jogo, removendo uma das etapas de *delay* de cada fluxo de produtos. Com isso, simplificou-se o modelo GSPN final, sem ônus para a validação dos modelos propostos. Neste jogo, a fábrica sofre os mesmos *lead times* das outras entidades da cadeia de suprimentos. Ou seja, uma vez que um pedido é realizado, é necessária uma semana para que seja processado e mais uma semana para que os ítems produzidos cheguem ao estoque da fábrica³. Assim, o modelo da fábrica foi refinado com o intuito de inserir mais um atraso no processo de produção. Por representarem o fluxo interno de produtos na fábrica, as transições estocásticas inseridas no modelo utilizam a semântica ISS.

O modelo GSPN da fábrica pode ser visto na Figura 7.5. Observe que uma transição imediata foi considerada para modelar a demanda da fábrica. Com isso, confere-se à fábrica a política de estoque (s, Q) , atribuindo a função de guarda $pst^{FC1} \leq 16$ a esta transição.

No início do jogo, cada entidade possui 4 ítems em estoque e mais 4 ítems em cada etapa do fluxo de produtos (como pode ser visto na Figura 7.1). Como a avaliação transiente será considerada para a análise do modelo GSPN, sua marcação inicial foi alterada de

³Caso fosse considerado o *lead time* longo, seriam necessárias duas semanas para o fluxo de produtos.

que este modelo contempla as aproximações por fase, a alteração da marcação inicial da rede, o refinamento realizado sobre o modelo da fábrica, a inclusão dos modelos de atraso inicial e do temporizador e a alteração nos componentes de demanda das entidades. O modelo final pode ser visto na Figura 7.6. Para facilitar a visualização do modelo, omitiu-se a aproximação por fases realizada nas transições estocásticas.

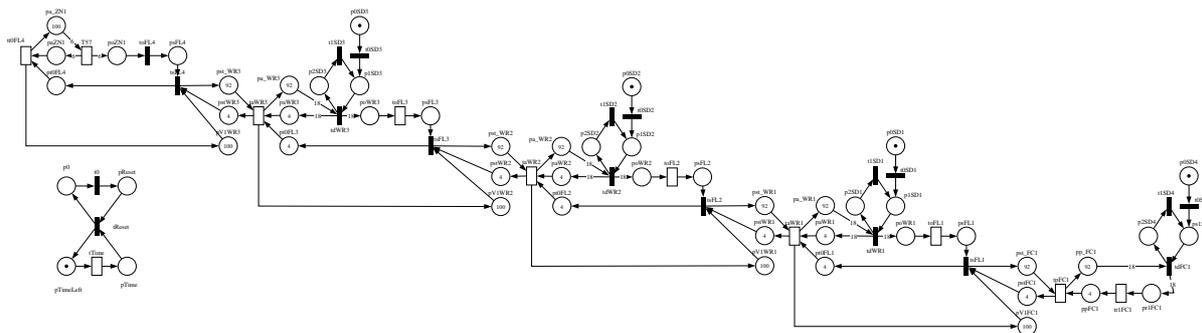


Figura 7.6 Modelo GSPN para representar o jogo da cerveja, omitindo as aproximações por fases aplicadas sobre as transições estocásticas.

Obtendo as métricas de estoque e *backorders* para cada entidade da cadeia, foi possível comparar os resultados do modelo GSPN com os resultados reais obtidos a partir do programa do jogo da cerveja. A Tabela 7.1 denota o valor esperado destas métricas para cada uma das entidades da cadeia, considerando a execução do programa e a análise do modelo. Comparando os resultados obtidos, nota-se que existe um erro máximo de 5%, referente ao valor esperado de estoque do distribuidor. O erro médio para as métricas de estoque foi de 3,77%, enquanto para os *backorders* obteve-se um erro de 0%. Este erro é esperado dado que utilizou-se uma Erlang de 20 fases para representar os tempos determinísticos do programa. Além disso, enquanto o programa utiliza-se de tempos discretos (turnos), o que não aconteceria na prática, as métricas dos modelos são computadas considerando um tempo contínuo.

Tabela 7.1 Comparação dos resultados obtidos a partir da execução do programa e da simulação do modelo GSPN (Estoque e *Backorders* em unidades).

	Varejista		Atacadista		Distribuidor		Fábrica	
	Estoque	Backorder	Estoque	Backorder	Estoque	Backorder	Estoque	Backorder
Programa	14,00	0,00	13,87	0,00	13,33	0,00	14,00	0,00
Modelo	14,49	0,00	14,23	0,00	12,65	0,00	14,54	0,00
Erro	3,50%	0,00%	2,62%	0,00%	-5,13%	0,00%	3,86%	0,00%

Na Figura 7.7 observa-se os resultados das métricas obtidas a partir do modelo GSPN,

para um intervalo de tempo equivalente aos 20 turnos do programa. É visível a semelhança dos resultados das métricas ao longo do tempo, considerando o modelo GSPN e a execução do programa (vide Figura 7.3).

Experimentos mostraram também que, como esperado, quanto maior o número de fases consideradas para a aproximação realizada, o período das ondas dos gráficos de *backorders* tende a ter pouca variação, para regime estacionário (o que ocorre a partir da 7^a/8^a semana). A amplitude destas ondas também tende a aumentar, se aproximando das ondas observadas nos gráficos resultantes da execução do programa. Observe que estas variações não afetam consideravelmente o valor médio esperado das métricas.

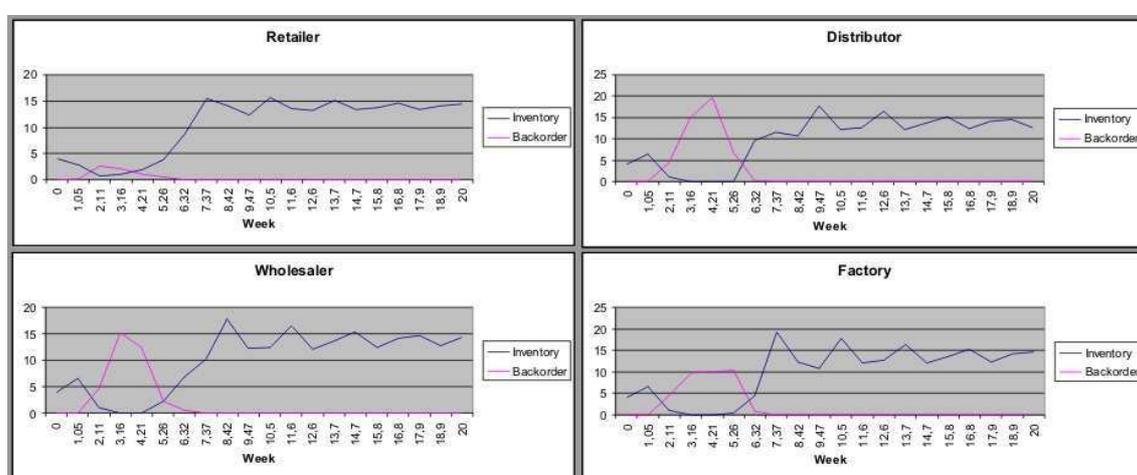


Figura 7.7 *Backorders* e estoque das entidades da cadeia de suprimentos para uma simulação de 20 semanas a partir do modelo GSPN.

Podemos afirmar que os resultados obtidos, tanto pela execução do programa, quanto pelos modelos, não se distanciam de uma distribuição normal, dado que a repetição dos experimentos provê resultados idênticos aos apresentados. Pequenas variações podem ocorrer desde que se aumente significativamente a precisão dos mecanismos de medição. Contudo, os dados se distribuem de forma aproximadamente normal em torno dos valores médios apresentados na Tabela 7.1.

Desta forma, é possível aplicar o *Teste-T emparelhado* e calcular o intervalo de confiança para diferença média entre os valores medidos e obtidos pelos modelos, de forma a se encontrar evidências que refutem a verossimilhança entre o modelo e o *Jogo da Cerveja*. A Tabela 7.2 apresenta este teste, realizado sobre os valores de estoque das instalações da cadeia de suprimentos. Como os resultados de *backorders* foram iguais para ambos os casos, não se fez necessário aplicar este teste sobre estes dados.

Tabela 7.2 *Teste-T emparelhado* sobre os valores obtidos a partir da execução do programa e da simulação do modelo GSPN.

	Média	Desv. Pad.	SE Médio
Programa	13,8000	0,3193	0,1596
Modelo	13,9775	0,8954	0,4477
Diferença	-0,177500	0,576679	0,288339

Intervalo de confiança de 95% para a diferença média: (-1,095125; 0,740125)

Teste-T para a diferença média = 0 (vs não = 0): T = -0,62; P = 0,582

Dado que o valor 0 (zero) está incluso no intervalo de confiança calculado (-1,095125; 0,740125) e que $P = 0,582$ é maior que $(1 - 0,95) = 0,05$, calculado a partir do intervalo de confiança considerado de 95%, não se tem evidências estatísticas para refutar a hipótese de que o modelo e o sistema sejam equivalentes. Portanto, pode-se afirmar que os modelos GSPN propostos são capazes de representar o jogo da cerveja de maneira fidedigna, atestando, pois, sua validade.

7.2 SÃO MATEUS FRIGORÍFICO

A São Mateus Frigorífico é uma indústria de embutidos que atua principalmente na região norte-nordeste brasileira. Possui mais de mil funcionários e capacidade produtiva de mais de cinco mil toneladas por mês. Esta empresa realiza suas entregas utilizando o modal rodoviário. Com mais de 50 veículos disponíveis, realiza mais de 250 entregas por mês. Dois estudos de caso realizados nesta indústria serão apresentados nesta seção. O primeiro estudo de caso visa principalmente avaliar a utilização da frota desta empresa. No segundo estudo de caso, foi avaliada a adoção de diferentes políticas de estoque.

7.2.1 Utilização de Frota

O principal intuito desta empresa era avaliar a utilização de sua frota. Após algumas entrevistas, foi possível familiarizarmo-nos com as condições com as quais esta empresa opera, permitindo que os cenários criados nas avaliações pudessem ser efetivamente implantados. Esta seção apresenta os estudos realizados com o intuito de adequar a frota desta empresa à sua demanda.

Esta empresa atende principalmente atacadistas e varejistas da região norte-nordeste do Brasil. As entrevistas mostraram que a cadeia de suprimentos da qual esta empresa participa opera de uma maneira descentralizada. Assim, considera-se que esta empresa

adota a estratégia de remessa direta para seus clientes, uma vez que esta não utiliza armazéns próprios para realizar suas entregas.

Toda a distribuição é realizada através do modal rodoviário. Para isto, a empresa conta com mais de 50 veículos próprios de diferentes tipos (ex.: tocos, trucks e caminhões articulados). Este trabalho apresenta o estudo de caso realizado considerando um dos tipos de caminhões utilizados por esta empresa. Por isto, apenas as zonas que são atendidas por este tipo de veículo foram consideradas, desprezando-se as demais zonas.

Uma restrição imposta pela empresa é que, a despeito das alterações realizadas na rede de distribuição, o nível de serviço (SL⁴) oferecido permaneça em torno de 98%. Ou seja, a probabilidade de haver pedidos pendentes, devido à falta de estoque, ou veículos, deve ser próxima a 2%.

Esta empresa utiliza um *software* de roteirização para planejar as suas entregas. Os dados das viagens realizadas durante um semestre foram obtidos com base em relatórios gerados a partir deste *software*. Estes dados foram utilizados não apenas para se obter os parâmetros do modelo, mas também auxiliaram no levantamento da rede de distribuição.

A partir destes dados, foi realizado o agrupamento dos clientes em zonas. As zonas foram caracterizadas por agrupamentos de clientes da mesma região geográfica, com características de consumo semelhantes e que eram, geralmente, atendidos pelo mesmo tipo de veículo.

Observe que o termo “geralmente” foi empregado uma vez que, ocasionalmente, é possível que um cliente que deveria ser atendido por um caminhão com capacidade para 10 toneladas, por exemplo, venha a ser atendido por um caminhão com capacidade de 14 toneladas. Isto pode ocorrer quando este cliente realiza um pedido inesperadamente maior que o usual. Apesar de operacionalmente esta ser uma situação plausível, considerar que uma zona seja atendida por um único tipo de veículo é abstração natural em uma análise tático-estratégica, que vem a ser o foco destas análises.

A Tabela 7.3 apresenta um resumo dos dados obtidos. As colunas desta tabela representam, da esquerda para a direita: a rota da viagem, o tipo de veículo utilizado, a zona de destino da viagem, a quantidade transportada em toneladas, a data de saída da viagem, a data de retorno do veículo à fábrica e o tempo total da viagem em horas. As avaliações apresentadas, a seguir, contemplam as zonas atendidas por tocos.

O relatório de viagens desta empresa foi utilizado para selecionar as zonas a serem consideradas no modelo. Aplicando Pareto sobre os dados de viagens, considerando

⁴N. de T.: sigla proveniente do inglês *Service Level*.

Tabela 7.3 Resumo dos dados de viagens da São Mateus Frigorífico

Route	Veículo	Zona	Peso (ton)	Saída	Retorno	Tempo de Viagem (h)
Rota 1	Truck	1	14	04/01/06	12/01/06	190
Rota 1	Truck	1	13	12/01/06	21/01/06	220
Rota 1	Truck	1	14	22/01/06	30/01/06	192
Rota 2	MB 710	2	6	02/01/06	04/01/06	46
Rota 2	MB 710	2	6	04/01/06	07/01/06	71
Rota 2	MB 710	2	6	05/01/06	07/01/06	57
Rota 3	Truck	3	15	03/01/06	10/01/06	174
Rota 3	Truck	3	13	17/01/06	24/01/06	176
Rota 3	Truck	3	13	28/01/06	04/02/06	171
Rota 3	Toco	4	10	05/01/06	10/01/06	132
Rota 3	Toco	4	8	09/01/06	14/01/06	119
Rota 3	Toco	4	7	23/01/06	28/01/06	118

apenas as zonas atendidas por tocos, selecionou-se as zonas com maior participação no consumo total. O gráfico da Figura 7.8 foi gerado considerando uma participação acumulada até 95%. As zonas restantes não foram consideradas na análise, por possuírem uma baixa participação no consumo total enfrentado pela empresa. Com isso, reduz-se o tamanho final do modelo, bem como a complexidade de analisá-lo, sem comprometer a expressividade dos resultados obtidos.

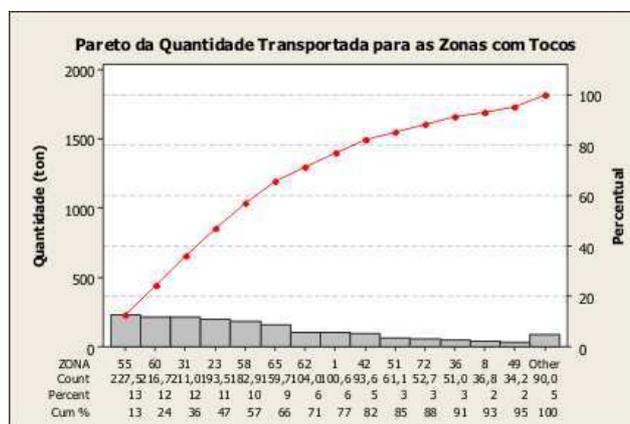


Figura 7.8 Gráfico de Pareto considerando a quantidade transportada para as zonas atendidas por tocos.

Após obter a configuração da rede de distribuição da empresa, foram escolhidos os indicadores de desempenho a serem aferidos a partir dos modelos. Como o objetivo deste estudo é adequar a frota da empresa à sua demanda, é necessário obter os índices de utilização da frota. Para isto, serão calculadas a quantidade esperada de veículos disponíveis e as probabilidades de não haver nenhum veículo disponível e de todos os

veículos estarem ociosos.

Como o foco deste estudo é a adequação da frota, eliminou-se a possibilidade de ocorrer uma falta de estoque, com o intuito de realizar um isolamento dos fatores que interferem na rede de distribuição. Para isto, foi atribuído um alto valor para as taxas de produção e reabastecimento de estoque da fábrica. Observe que a taxa de produção precisa respeitar a capacidade produtiva máxima da fábrica. Para garantir que nenhum pedido deixe de ser atendido devido à falta de estoque, é indispensável que se coteje a probabilidade de não haver estoque suficiente para tal.

Também deve-se cotejar os *backorders* resultantes dos diversos cenários. Primeiramente, porque a empresa impõe um SL de 98% e, com isso, é necessário que a probabilidade de *backorders* fique em torno de 2%. Em segundo lugar, as métricas de *backorders* servem como referência para a comparação dos diferentes cenários.

Após a escolha dos índices de desempenho, instituiu-se os parâmetros do sistema a partir dos dados coletados, cujo resumo foi apresentado na Tabela 7.3. Apenas os dados referentes às zonas selecionadas para a avaliação foram considerados.

A quantidade transportada para cada zona, por viagem, foi obtida considerando-se a mediana dos valores históricos. Uma vez que, nos modelos GSPN, este valor é atribuído ao peso dos arcos, o qual não pode possuir valores decimais, ele foi arredondado para o menor inteiro que seja maior que a mediana.

Na Tabela 7.3, o tempo de viagem engloba o tempo de viagem para o cliente, o tempo de entrega dos produtos no cliente e o tempo de retorno do veículo para a fábrica. Assim, essas três fases, originalmente representadas separadamente, serão unificadas em uma única transição estocástica quando o modelo GSPN abstrato for gerado. Essa abordagem não interfere sobre as métricas escolhidas para a avaliação. Durante as entrevistas realizadas, foi constatado que o tempo gasto no fluxo de informações pode ser desconsiderado nestas análises. Portanto, ao gerar o modelo GSPN refinado, esta fase será desprezada em todos os modelos de fluxo.

Para cada viagem realizada para cada zona, foi calculada a diferença, em dias, para a viagem anterior. Com isso, obteve-se o intervalo entre as viagens, o qual será utilizado para calcular a demanda de cada zona.

Diferentemente da quantidade transportada, os valores para os intervalos entre viagens e o tempo de viagem não foram obtidos a partir da mediana. Ao atribuir estes tempos aos modelos GSPN, é necessário aproximá-los para uma função polinômio-exponencial, devido à natureza estocástica deste formalismo. Para tanto, é necessário lograr os valores

da média e desvio padrão para estes tempos.

Como estas duas medidas estatísticas possuem uma grande sensibilidade aos *outliers* da amostra, foi realizada uma análise do intervalo inter-quartil (IQR), visando eliminar os *outliers* da amostra, antes de calculá-las. Ao criar o modelo GSPN refinado, estes valores foram utilizados para realizar a aproximação por fases das transições estocásticas correspondentes.

Os parâmetros obtidos podem ser vistos na Tabela 7.4. Nesta tabela, a coluna **Abrev.** denota o nome da zona considerando a nomenclatura descrita no Capítulo 4. A coluna **N** denota o número de dados da referida zona na amostra. As colunas **Intervalo** e **Tempo** denotam o intervalo entre viagens e o tempo gasto por viagem. Para cada uma destas, a média (\bar{X}) e o desvio padrão (σ) são apresentados. Também é apresentada a distribuição para qual foi aproximada o respectivo valor, na coluna **aprox.** Como os dados de intervalo e tempo de viagem estão expressos em unidades de tempo diferentes, ao utilizá-los no modelo é necessário convertê-los para uma mesma unidade. Neste estudo, a hora foi adotada como unidade de tempo. Assim, os intervalos foram convertidos de dias para horas. Finalmente, a coluna **Carga** denota a quantidade de toneladas transportada para a zona, em toneladas.

Tabela 7.4 Parâmetros, por zona, utilizados para o modelo GSPN.

Zona	Abrev.	N	Intervalo (dias)			Tempo (horas)			Carga (tons)
			\bar{X}	σ	aprox.	\bar{X}	σ	aprox.	
55	ZN_1	26	5,62	6,84	Hiper-exponencial	75,65	14,94	Hipo-exponencial	8
60	ZN_2	24	6,458	3,107	Hipo-exponencial	137,17	18,07	Hipo-exponencial	9
31	ZN_3	24	6,458	3,176	Hipo-exponencial	105,58	25,02	Hipo-exponencial	9
23	ZN_4	26	7,27	7,43	Hiper-exponencial	78,38	18,99	Hipo-exponencial	8
58	ZN_5	22	6,091	3,069	Hipo-exponencial	93,73	21,95	Hipo-exponencial	9
65	ZN_6	22	6,955	3,848	Hipo-exponencial	124	29,55	Hipo-exponencial	7
62	ZN_7	12	11,58	6,82	Hipo-exponencial	82,83	18	Hipo-exponencial	9
1	ZN_8	16	5,38	4,11	Hipo-exponencial	118,44	17,05	Hipo-exponencial	7
42	ZN_9	11	13,27	8,84	Hipo-exponencial	100,45	22,58	Hipo-exponencial	9
51	ZN_{10}	8	13,38	6,59	Hipo-exponencial	90,63	13,33	Hipo-exponencial	8
72	ZN_{11}	11	11,38	13,09	Hiper-exponencial	38,3	29,5	Hipo-exponencial	7
36	ZN_{12}	9	8,89	6,25	Hipo-exponencial	37,44	17,73	Hipo-exponencial	6
8	ZN_{13}	4	25,8	23,3	Hipo-exponencial	58,8	36,4	Hipo-exponencial	9
49	ZN_{14}	4	15,5	14,15	Hipo-exponencial	94	14,02	Hipo-exponencial	8

Com o auxílio da ferramenta SLOT, apresentada no Capítulo 5, o cenário descrito foi modelado e em seguida convertido para um modelo GSPN abstrato. Considerando-se este modelo, os dados de tempo obtidos e as informações referentes às simplificações no fluxo de informações e de produtos, descritas anteriormente, o modelo GSPN refinado foi

obtido. Neste momento é importante realizar a conversão dos tempos obtidos para uma unidade comum, neste caso horas. O modelo resultante final, sem as aproximações por fase, é apresentado na Figura 7.9.

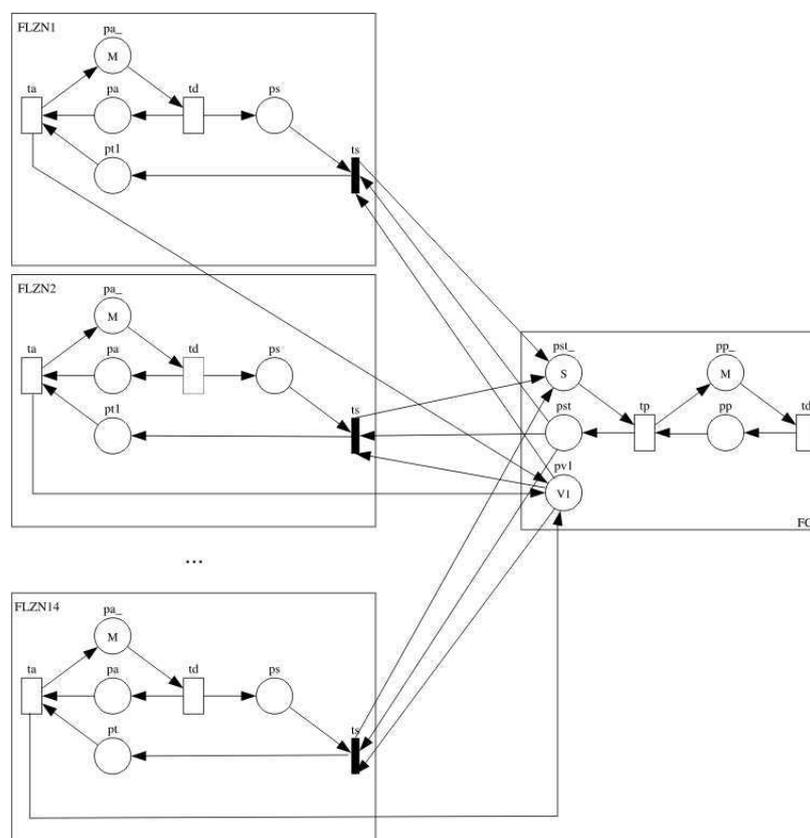


Figura 7.9 Modelo GSPN, sem a aproximação por fases, para a distribuição de produtos da São Mateus Frigorífico, considera as zonas atendidas por tocos.

Com o propósito de validar o modelo gerado, foi conduzida uma avaliação transiente, para um período similar ao da amostra. Como a amostra foi obtida para seis meses de operação, ou 149 dias, a avaliação transiente foi realizada até o tempo 3576, que é a quantidade de horas equivalente ao período decorrido em dias.

Na amostra, a demanda enfrentada, pela fábrica, é de 12,51908 ao dia, enquanto a avaliação do modelo GSPN aponta demanda para uma demanda diária de 12,51105. Caracterizando-se, assim, um erro de 0,06411%. De maneira análoga, pelos dados históricos, espera-se que haja 6 veículos disponíveis na fábrica, enquanto os modelos apontam para uma quantidade esperada de 5,675 veículos. Incurrendo-se, portanto, em um erro de 5,417%.

Um *token game* foi conduzido com o intuito de se realizar uma validação qualitativa. Todas as alterações realizadas sobre o modelo GSPN abstrato foram baseadas na aproximação por fases ou em redução do modelo [Mur89, DAJ94], evitando a necessidade de se realizar uma validação das propriedades RdP do modelo, que como apresentado no Capítulo 4, são garantidas para os modelos propostos.

Finalmente, foram criadas as métricas necessárias para aferir os índices de desempenho escolhidos para este estudo de caso (vide Tabela 7.5). As primeiras três métricas são relacionadas com a utilização da frota. A quarta métrica diz respeito ao estoque da fábrica. Este estoque não deve estar abaixo de 9 toneladas. Note que este valor representa a maior quantidade transportada em uma viagem, como ocorre nas viagens realizadas para a zona 60. Esta métrica deverá possuir um valor muito próximo a 0%. As métricas seguintes denotam a probabilidade de haver pelo menos um pedido pendente para cada zona. Observe que o valor destas métricas deverão ser, no máximo, próximo a 2%, garantindo o SL solicitado pela empresa.

Apesar de ser possível analisar o modelo GSPN final analiticamente, o espaço de estados é suficientemente grande, tornando esta opção inviável, considerando os recursos computacionais disponíveis para esta avaliação. Por isso, optou-se por realizar uma simulação estacionária do modelo final.

Originalmente, esta fábrica possui 12 veículos, do tipo toco, disponíveis. Diferentes cenários foram criados decrementando a quantidade de tocos, em um unidade, de 12 a 9. Os resultados obtidos a partir desta avaliação podem ser vistos na Tabela 7.5. Para uma melhor visualização, a Figura 7.10 mostra os resultados da probabilidade de *backorders*.

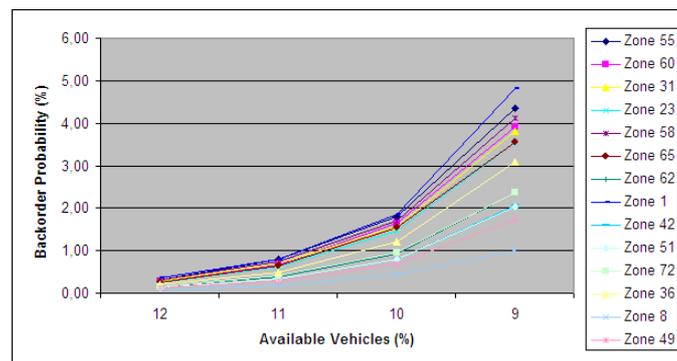


Figura 7.10 Probabilidade de *backorders*, por zona, variando-se a quantidade de tocos disponíveis.

Inicialmente, com 12 veículos disponíveis, afere-se uma esperança de 5,64 veículos

Tabela 7.5 Resultado das métricas variando-se a quantidade de tocos disponíveis.

Índice de Desempenho	Métrica	Tocos			
		12	11	10	9
Veículos disponíveis (un.)	$E\{\mu(pv1^{FC_1})\}$	5,64	4,44	3,44	2,68
Prob. para todos os veículos disponíveis	$P\{\mu(pv1^{FC_1}) = \mu_0(pv1^{FC_1})\}$	0,16%	0,16%	0,16%	0,14%
Prob. para todos os veículos em uso	$P\{\mu(pv1^{FC_1}) = 0\}$	3,62%	7,36%	15,87%	24,14%
Prob. de <i>backorders</i> por falta de estoque	$P\{\mu(pst^{FC_1}) < 9\}$	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 55	$P\{\mu(ps^{ZN_1}) > 0\}$	0,32%	0,80%	1,80%	4,35%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 60	$P\{\mu(ps^{ZN_2}) > 0\}$	0,28%	0,68%	1,65%	3,92%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 31	$P\{\mu(ps^{ZN_3}) > 0\}$	0,28%	0,70%	1,56%	3,80%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 23	$P\{\mu(ps^{ZN_4}) > 0\}$	0,26%	0,63%	1,46%	3,56%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 58	$P\{\mu(ps^{ZN_5}) > 0\}$	0,31%	0,75%	1,71%	4,11%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 65	$P\{\mu(ps^{ZN_6}) > 0\}$	0,27%	0,64%	1,55%	3,56%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 62	$P\{\mu(ps^{ZN_7}) > 0\}$	0,16%	0,39%	0,93%	2,36%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 1	$P\{\mu(ps^{ZN_8}) > 0\}$	0,35%	0,80%	1,85%	4,81%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 42	$P\{\mu(ps^{ZN_9}) > 0\}$	0,14%	0,34%	0,80%	2,07%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 51	$P\{\mu(ps^{ZN_{10}}) > 0\}$	0,14%	0,34%	0,81%	2,03%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 72	$P\{\mu(ps^{ZN_{11}}) > 0\}$	0,16%	0,41%	0,95%	2,37%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 36	$P\{\mu(ps^{ZN_{12}}) > 0\}$	0,21%	0,50%	1,21%	3,08%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 8	$P\{\mu(ps^{ZN_{13}}) > 0\}$	0,08%	0,18%	0,43%	1,01%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 49	$P\{\mu(ps^{ZN_{14}}) > 0\}$	0,12%	0,29%	0,69%	1,73%

disponíveis na fábrica, o que representa quase 50% da frota parada. Após reduzir 1, 2 e 3 veículos, este valor passa para 4,44, 3,44 e 2,68, respectivamente. Estes valores representam o valor esperado de veículos ociosos, porém, em momentos de pico de demanda, pode ocorrer de todos os veículos estarem em uso, prejudicando o SL. Observe que, como desejado, a probabilidade de não haver estoque necessário para atender a um pedido é de 0% para todos os cenários gerados.

Ao reduzir 1 ou 2 veículos, a probabilidade de todos os veículos estarem disponíveis permanece inalterada. Mesmo reduzindo 3 veículos esta probabilidade diminui muito pouco. Por outro lado, a probabilidade de todos os veículos estarem em uso, praticamente, dobra a cada veículo removido. Apesar disso, mesmo reduzindo 2 veículos a probabilidade de todos os veículos estarem em uso é de, aproximadamente, 16%.

Nota-se também, que reduzindo 1, 2 e 3 a probabilidade média de *backorders* por zona aumenta 2,5, 5,7, e 14 vezes respectivamente. O gráfico da Figura 7.10 mostra claramente este aumento exponencial da demanda ao se reduzir a quantidade de veículos disponíveis na fábrica. Apesar disso, constata-se que operando com apenas 10 veículos - ou seja, com uma redução de 16% da frota - a empresa ainda mantém um nível de serviço superior ao 98% desejados.

Após analisar a utilização da frota da São Mateus Frigorífico considerando sua de-

manda atual, avaliou-se a sua resposta a um possível aumento da demanda. Para realizar este segundo estudo de caso, foi reaproveitado o mesmo modelo do caso anterior. Desta vez, porém, foi mantida a quantidade de veículos disponíveis na fábrica originalmente (12 veículos), incrementando-se a demanda das zonas.

A demanda das zonas foi incrementada de 5 em 5 por cento, de maneira uniforme, ou seja, a partir da demanda original, incrementou-se em 5% a demanda de cada zona, até que a probabilidade de *backorders* das zonas ultrapassasse os 2% necessários para manter 98% de SL. Com isso, 6 cenários diferentes foram avaliados, até um aumento de 25% na demanda. Os resultados obtidos a partir desta avaliação podem ser vistos na Tabela 7.6. Para uma melhor visualização, a Figura 7.11 mostra os resultados da probabilidade de *backorders*.

Tabela 7.6 Resultado das métricas variando-se a demanda das zonas.

Índice de Desempenho	Métrica	Incremento da Demanda (%)					
		0	5	10	15	20	25
Veículos disponíveis (un.)	$E\{\mu(pv1^{FC1})\}$	5,64	5,02	4,74	4,25	3,94	3,52
Prob. para todos os veíc. disp.	$P\{\mu(pv1^{FC1}) = 12\}$	0,16%	0,12%	0,07%	0,05%	0,03%	0,02
Prob. para todos os veíc. em uso	$P\{\mu(pv1^{FC1}) = 0\}$	3,62%	4,74%	8,23%	12,54%	13,86%	18,99
Prob. <i>backorders</i> por falta estoq.	$P\{\mu(pst^{FC1}) < 9\}$	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00
Prob. de <i>backorders</i> para zona 55	$P\{\mu(ps^{ZN1}) > 0\}$	0,32%	0,50%	0,81%	1,25%	2,16%	3,52%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 60	$P\{\mu(ps^{ZN2}) > 0\}$	0,28%	0,43%	0,72%	1,14%	1,85%	2,99%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 31	$P\{\mu(ps^{ZN3}) > 0\}$	0,28%	0,46%	0,75%	1,09%	1,78%	3,01%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 23	$P\{\mu(ps^{ZN4}) > 0\}$	0,26%	0,40%	0,63%	0,99%	1,62%	2,65%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 58	$P\{\mu(ps^{ZN5}) > 0\}$	0,31%	0,48%	0,75%	1,20%	2,03%	3,28%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 65	$P\{\mu(ps^{ZN6}) > 0\}$	0,27%	0,40%	0,65%	1,01%	1,75%	2,88%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 62	$P\{\mu(ps^{ZN7}) > 0\}$	0,16%	0,25%	0,41%	0,65%	1,04%	1,77%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 1	$P\{\mu(ps^{ZN8}) > 0\}$	0,35%	0,53%	0,85%	1,26%	2,14%	3,62%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 42	$P\{\mu(ps^{ZN9}) > 0\}$	0,14%	0,22%	0,35%	0,59%	0,88%	1,58%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 51	$P\{\mu(ps^{ZN10}) > 0\}$	0,14%	0,22%	0,34%	0,55%	0,88%	1,45%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 72	$P\{\mu(ps^{ZN11}) > 0\}$	0,16%	0,25%	0,41%	0,64%	1,05%	1,79%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 36	$P\{\mu(ps^{ZN12}) > 0\}$	0,21%	0,33%	0,53%	0,81%	1,29%	2,31%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 8	$P\{\mu(ps^{ZN13}) > 0\}$	0,08%	0,12%	0,18%	0,29%	0,48%	0,83%
Prob. de <i>backorders</i> para zona 49	$P\{\mu(ps^{ZN14}) > 0\}$	0,12%	0,19%	0,30%	0,48%	0,79%	1,43%

A partir dos dados apresentados, constata-se que com 12 veículos e um aumento de 20% na demanda, a rede de distribuição as métricas aferidas possuem valores semelhantes aos obtidos quando remove-se 2 veículos, considerando-se a demanda original. Apesar de se observar um aumento de 3,62% para 13,86% quando a demanda é incrementada em 20%, a probabilidade de haver *backorders* ainda é próxima a 2%, mesmo no pior caso (veja os resultados da zona 55). Conseqüentemente, constata-se que, mantendo a mesma quantidade de veículos atual, a fábrica consegue responder de maneira satisfatória, mantendo um SL próximo a 98%, a um aumento de 20% na demanda.

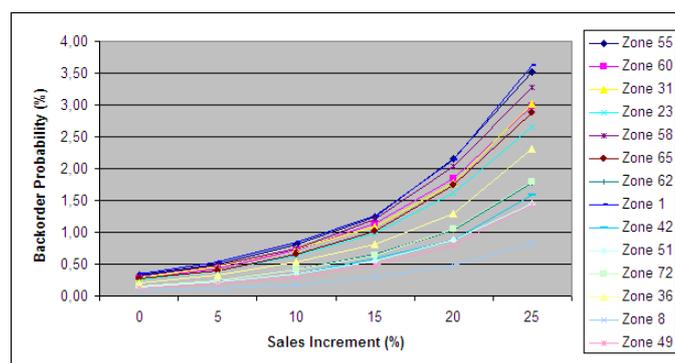


Figura 7.11 Probabilidade de *backorders*, por zona, variando-se a demanda das zonas.

7.2.2 Avaliação de Políticas de Estoque

O objetivo principal deste estudo de caso é a avaliação da utilização de diferentes políticas de estoque, bem como sua sensibilidade a variações de demanda. Os mesmos modelos apresentados nos estudos de caso anteriores foram considerados para este estudo. Apenas o modelo da fábrica foi alterado, com base nos modelos apresentados na Seção 4.1.8, visando considerar diferentes políticas de estoque.

Os cenários criados para esta avaliação consideram tanto a política **MTO**, quanto as políticas **MTS** (r,s,S) e (r,s,Q). Também foi avaliada a utilização das políticas híbridas de estoque (r,s,S) + **MTO** e (r,s,Q) + **MTO**. Para o cálculo da posição de estoque, os *backorders* não foram considerados, contabilizando-se apenas o estoque efetivamente armazenado e o **WIP**.

Cada uma destas políticas foi avaliada considerando-se uma taxa de produção da fábrica de $1/1.5$ e $1/0.5$ SKUs/h⁵. Também se procurou investigar o impacto da inserção de picos de demanda sobre as diferentes políticas de estoque. Para isso, duas zonas, cujo consumo representa 25% do consumo total, foram selecionadas e tiveram seus intervalos entre pedidos e quantidade solicitada a cada intervalo duplicados. Observe que esta alteração não afeta a média de SKUs solicitadas à fábrica, porém aumenta o desvio padrão dos pedidos.

Com isso, foram criados 4 cenários diferentes, vide lista abaixo, e para cada um destes cenários 5 políticas de estoque diferentes foram avaliadas.

- **Cenário 1:** Taxa de Produção = $1/1.5$ e demanda atual;

⁵Estas taxas não representam necessariamente a capacidade produtiva real da empresa. Estes valores foram considerados apenas para exemplificar as diferenças entre as diferentes políticas de estoque.

- **Cenário 2:** Taxa de Produção = $1/1.5$ e picos de demanda;
- **Cenário 3:** Taxa de Produção = $1/0.5$ e demanda atual;
- **Cenário 4:** Taxa de Produção = $1/0.5$ e picos de demanda.

A fábrica enfrenta uma demanda diária de 12,5 toneladas por dia. Por conseguinte, as políticas de estoque foram ajustadas de maneira a tentar deixar o estoque médio da fábrica em torno deste valor, atribuindo-se a \mathbf{r} , \mathbf{s} , \mathbf{S} e \mathbf{Q} , 1, 13, 13 e 1, respectivamente. Como \mathbf{s} e \mathbf{S} são aferidos com base na marcação do lugar que representa o estoque da fábrica, a qual é definida no domínio dos naturais, atribuiu-se a eles o valor 13, que é o primeiro valor natural maior que 12,5.

Em vista do exposto, ao utilizar a política de estoque $(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{S})$, a cada 1 hora a posição de estoque será aferida e caso esteja abaixo de 13 toneladas, a fábrica irá realizar uma solicitação interna para que se produza o suficiente para fazer com que a posição de estoque volte às 13 toneladas. Assim, a posição de estoque da fábrica será sempre próxima a 13, quando esta política for adotada.

Neste estudo de caso, os seguintes índices de desempenho foram considerados: a quantidade de veículos disponíveis; o estoque efetivamente armazenado na fábrica; o WIP interno da fábrica; e a quantidade (em toneladas) de backorders.

Os resultados obtidos a partir desta avaliação podem ser vistos na Tabela 7.7 e na Tabela 7.8. Na primeira, são apresentados os resultados considerando uma taxa de produção de $1/1,5$, enquanto na última, os resultados consideram uma taxa de produção de $1/0,5$. Para uma melhor visualização dos resultados obtidos, apresentamo-los de maneira gráfica na Figura 7.12.

Para uma taxa de produção de $1/1,5$ (cenários 1 e 2) constata-se que, ao inserir picos de demanda, o estoque tende a cair, enquanto a quantidade de *backorders* tende a aumentar. Além disso, o WIP tende a aumentar quando se utiliza uma política puramente MTO, ou mesmo as políticas híbridas. Esta configuração mostra que a produção é um gargalo no processo, indicando que a fábrica está realizando as solicitações internas para produzir os produtos, aumentando o WIP, porém devido a uma baixa capacidade produtiva, os produtos não são produzidos a tempo de atender as solicitações dos clientes, elevando a quantidade de *backorders*. O estoque diminui porque quando os produtos são produzidos, eles já são enviados aos clientes, devido à existência de *backorders*.

Ainda com relação aos cenários 1 e 2, as maiores variações negativas para a diferença entre a posição de estoque e os *backorders* da fábrica são observadas quando se considera

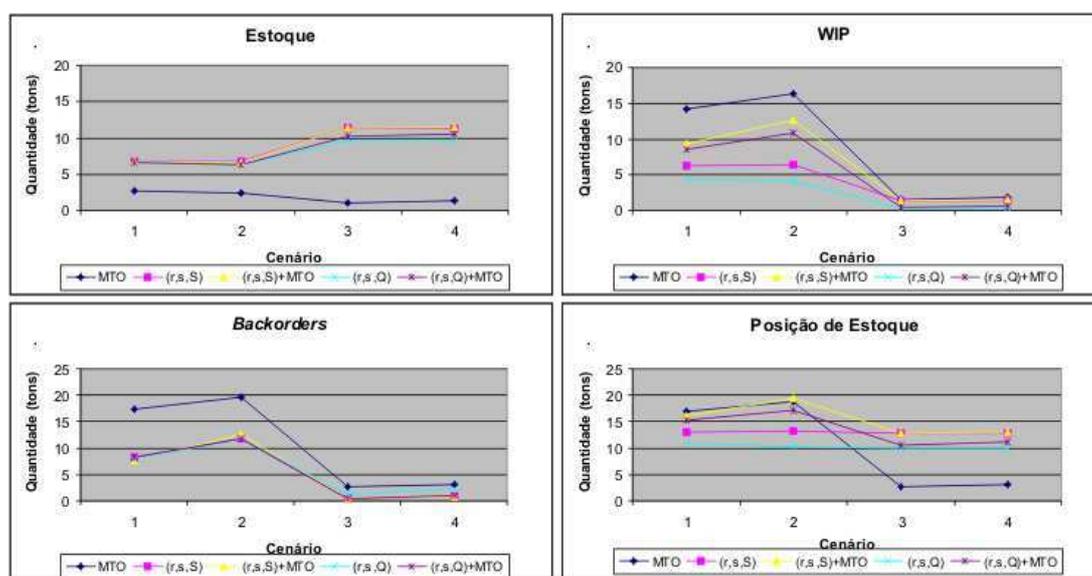


Figura 7.12 Resultados obtidos por cenário.

Tabela 7.7 Resultados obtidos considerando uma taxa de produção de 1/1,5.

Índice de Desempenho	Demanda Atual				
	MTO	(r,s,S)	(r,s,S)+MTO	(r,s,Q)	(r,s,Q)+MTO
Veículos disponíveis (un.)	5,48835	5,72033	5,82911	5,52542	5,61652
Estoque real (ton.)	2,77717	6,74600	6,74759	6,58162	6,66740
WIP (ton.)	14,23752	6,27966	9,28839	4,38204	8,54248
Backorders (A) (ton.)	17,28564	8,28316	7,73798	7,86101	8,18209
Posição de Estoque (B) (ton.)	17,01469	13,02565	16,03597	10,96366	15,20988
B - A (ton.)	-0,27095	4,74249	8,29800	3,10264	7,02779
Índice de Desempenho	Picos de Demanda				
	MTO	(r,s,S)	(r,s,S)+MTO	(r,s,Q)	(r,s,Q)+MTO
Veículos disponíveis (un.)	5,17482	5,60670	5,61808	5,48454	5,53410
Estoque real (ton.)	2,45078	6,70825	6,62009	6,32521	6,35715
WIP (ton.)	16,34035	6,44412	12,74377	4,10453	10,88381
Backorders (A) (ton.)	19,65215	11,76020	12,68852	11,87028	11,85109
Posição de Estoque (B) (ton.)	18,79113	13,15237	19,36386	10,42974	17,24096
B - A (ton.)	-0,86102	1,39217	6,67534	-1,44055	5,38986

as políticas de estoque (r,s,S) e (r,s,Q) . Também é constatada uma pequena diminuição no estoque armazenado e, apesar da quantidade de *backorders* aumentar, o WIP permanece praticamente o mesmo. Isto ocorre porque estas políticas não consideram os *backorders* ao realizar os pedidos internos de produção. Assim, mesmo que o estoque esteja vazio, enquanto o WIP estiver acima do nível de estoque mínimo s , a fábrica não solicitará a produção de mais produtos. Percebe-se assim, que estas demandas não se adequam de maneira ideal a cenários com uma grande variação de demanda.

Tabela 7.8 Resultados obtidos considerando uma taxa de produção de 1/0,5.

Índice de Desempenho	Demanda Atual				
	MTO	(r,s,S)	(r,s,S)+MTO	(r,s,Q)	(r,s,Q)+MTO
Veículos disponíveis (un.)	5,68529	5,71856	5,49765	5,67784	5,51394
Estoque real (ton.)	1,09057	11,46275	11,42071	9,67951	10,18812
WIP (ton.)	1,50439	1,31066	1,36758	0,25582	0,43183
Backorders (A) (ton.)	2,58583	0,38503	0,38141	1,30259	0,49996
Posição de Estoque (B) (ton.)	2,59495	12,77341	12,78829	9,93533	10,61995
B - A (ton.)	0,00912	12,38838	12,40688	8,63274	10,11999
Índice de Desempenho	Picos de Demanda				
	MTO	(r,s,S)	(r,s,S)+MTO	(r,s,Q)	(r,s,Q)+MTO
Veículos disponíveis (un.)	5,65724	5,51906	5,62115	5,53648	5,71470
Estoque real (ton.)	1,28519	11,31687	11,47079	9,57852	10,49690
WIP (ton.)	1,88915	1,42254	1,45776	0,25411	0,60085
Backorders (A) (ton.)	3,15943	0,86525	0,81540	2,37417	0,93412
Posição de Estoque (B) (ton.)	3,17434	12,73941	12,92855	9,83263	11,09775
B - A (ton.)	0,01491	11,87417	12,11314	7,45846	10,16362

Constatado que a produção era um gargalo do sistema foi realizado um teste aumentando-se a capacidade produtiva para uma taxa de 1/0,5 (cenários 3 e 4). Na prática, isto poderia ser obtido, por exemplo, através de investimentos direcionados ao chão de fábrica, como a compra de novas máquinas, para a melhorar a eficiência da produção.

Como esperado, esta alteração faz com que o WIP diminua para todas as políticas de estoque. Por isso, as políticas (**r,s,S**) e (**r,s,Q**) que, nos cenários 1 e 2, não se adequavam de maneira satisfatória, apresentam uma melhora nos cenários 3 e 4. Apesar disso, nota-se que políticas que solicitam quantidades fixas (ex.: (**r,s,Q**)) possuem uma resposta pior a variações na demanda, quando comparadas com políticas do tipo mínimo-máximo (ex.: (**r,s,S**)).

Vale salientar que, nos cenários 3 e 4, as políticas de estoque (**r,s,Q**) e (**r,s,Q**)+MTO tendem a apresentar resultados muito próximos. Isto ocorre porque o WIP tende a ser muito baixo e o período de revisão adotado é muito curto (uma hora). Para períodos de revisão, ou WIP, maiores, a diferença entre estas políticas também tende a aumentar. Já as políticas (**r,s,S**) e (**r,s,S**)+MTO tendem a ter resultados muito próximos, uma vez que o período de revisão é muito curto e o WIP é muito baixo.

Constata-se que períodos de revisão maiores possuem uma resposta pior às variações na demanda, assim, ou mantém-se um estoque de segurança alto, o que aumenta os custos da empresa, ou corre-se o risco do estoque ficar vazio, acarretando na ocorrência de *backorders*. Enquanto isso, com a política MTO, quando o produtor recebe um pedido que

não possa ser atendido pelo estoque armazenado, produz-se a quantidade necessária. Por isso, nessas situações, políticas híbridas de revisão periódica associadas à MTO, tendem a possuir uma resposta melhor. Como observado nos cenários 1 e 2, fato semelhante ocorre para um WIP elevado.

Na prática, as indústrias costumam evitar ao máximo a parada de produção devido aos custos de manutenção e sobrecarga nas máquinas. Em um cenário ideal, a produção deveria ser constante conseguindo suprir a demanda, o que seria expresso por uma política (r, Q) . Porém, as variações de demanda muitas vezes obrigam a utilização de políticas que consideram o estoque mínimo (ex.: (s, S)), que também tende a ser mais elevado para variações de demanda maiores.

A utilização de políticas híbridas, considerando a política MTO, podem auxiliar na redução dos estoques, mantendo um nível de serviço desejável e, conseqüentemente, reduzindo os custos. Este estudo de caso, mesmo não utilizando valores reais para a taxa de produção, ou para os parâmetros das políticas de estoque, mostram que os modelos propostos permitem que se realize diversas avaliações, as quais podem auxiliar decisões com relação à(s) política(s) de estoque que a empresa deseje adotar.

7.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresentou os estudos de caso realizados com os modelos propostos neste trabalho. Os estudos, aqui apresentados, foram suportados pela metodologia e pela ferramenta apresentadas anteriormente. Em um dos estudos de caso, os modelos propostos foram validados através da modelagem do *Jogo da Cerveja*. Os modelos representaram este jogo de maneira verossímil, apresentando um erro médio de 3,77% nos níveis de estoque das entidades da cadeia de suprimentos.

Também foram realizados alguns estudos de caso reais na São Mateus Frigorífico, cujo principal objetivo era a adequação de sua frota à demanda. Estes estudos apontaram para uma redução de 16% da frota. Foi averiguado que a frota atual poderia suprir um aumento de até 20% na demanda. Em ambos os casos, o nível de serviço permaneceria em torno de 98%.

Finalmente, foi apresentado um estudo de caso cujo objetivo foi avaliar a utilização de diferentes políticas de estoque. Com este estudo foi possível demonstrar a capacidade de representação de diferentes políticas de estoque e a possibilidade de serem adotadas políticas híbridas MTS+MTO, o que é bastante útil quando se enfrenta uma demanda

com alta variabilidade.

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Ruminando, interrogo-me pacientemente como uma vaca (...) Hei de ruminar muito tempo as suas palavras como se fossem bons grãos; os meus dentes devem triturá-las e moê-las muitas vezes, até me correrem pela alma como leite.

—FRIEDRICH NIETZSCHE (Filósofo)

Desde o início de sua utilização nos meios empresariais até os dias atuais, a logística vem recebendo cada vez mais a atenção das empresas. A mudança no perfil do consumidor ao longo dos anos, impeliu as empresas a ver a logística não apenas como uma atividade de suporte, mas como um fator preponderante para a redução de custos e melhoria na qualidade do serviço prestado. Assim, passou-se de um cenário onde as empresas atuavam de maneira isolada, para uma nova realidade onde ações coordenadas entre as empresas de toda a cadeia de suprimentos incorrem em uma melhor operação global. Através da avaliação de desempenho da cadeia de suprimentos pode-se tomar decisões de forma a otimizá-la.

Algumas classes de RdP de alto nível [Jen97] permitem que sejam criados modelos cuja estrutura não representa o problema, sendo este representado através de inscrições associadas ao modelo. Estas redes costumam utilizar linguagens de programação, como *ML* [MTH90], para inserir estas inscrições nas redes. Assim, pode não ser factível a avaliação das propriedades de RdP do modelo criado, impossibilitando sua validação qualitativa. As *Generalized Stochastic Petri nets* (GSPN) evitam esse tipo de problema, uma vez que não se valem do artifício de utilizar linguagens de programação para modelar o problema.

A criação de um modelo GSPN capaz de representar um sistema real pode não ser uma tarefa trivial, exigindo que se possua um bom conhecimento não apenas do sistema a ser modelado, mas também sobre este formalismo. Mesmo com tal conhecimento, a criação de um modelo de maneira *ad-hoc* impossibilita a sua reutilização, mesmo em outros sistemas

semelhantes. No contexto das cadeias de suprimentos (SC), sempre que se desejasse modelar uma SC diferente, seria necessária a interferência de um especialista em GSPN. Ademais, especialistas diferentes poderiam criar modelos diferentes para representar uma mesma SC. Assim, seria necessário realizar uma análise e validação de tais modelos a cada avaliação realizada.

Neste trabalho foi apresentada uma série de modelos criados utilizando-se as GSPNs, cujo objetivo é suportar uma modelagem *bottom-up* das cadeias de suprimentos. Através da composição sistemática destes modelos básicos, obtém-se um modelo GSPN que representa a cadeia de suprimentos. Diferentemente de propostas que utilizam RdP para realizar modelagens de forma *ad-hoc*, a abordagem proposta permite que os modelos sejam reutilizados para representar diferentes cenários, sem que se tenha um conhecimento aprofundado sobre RdP.

Observe que, em outras propostas, ao realizar a composição de modelos diferentes que possuam determinadas propriedades, o novo modelo resultante poderia se comportar de maneira diferente da esperada. Isto porque este processo de composição pode fazer com que o modelo resultante não possua propriedades presentes nos modelos menores. De maneira análoga, o modelo resultante também pode apresentar propriedades que não existiam nos modelos menores. Neste trabalho, porém, garante-se que os modelos obtidos a através dos componentes propostos possuirão uma série de propriedades desejáveis, desde que respeitadas as regras de composição e restrições apresentadas no Capítulo 4. Por isso, não se faz necessária a análise qualitativa da GSPN resultante, no que cerne às suas propriedades estruturais e comportamentais, tornando o processo de análise mais ágil.

Uma algebra composicional para as GSPNs foi definida neste trabalho, com o intuito de descrever formalmente o processo de composição dos modelos. Um operador de renomeação e um operador de união foram definidos com intuito, respectivamente, de renomear os nós da GSPN (ou seja, lugares e transições) e unir dois modelos. Esta operação de união pode ser aplicada iterativamente de maneira a compor dois ou mais modelos. Na Seção 4.2 foi demonstrado que a operação de união é um monóide comutativo, uma vez que esta operação é associativa, comutativa e possui um elemento neutro.

Também foi apresentado um conjunto bem definido de métricas que podem ser computadas a partir dos modelos propostos. As métricas criadas podem ser computadas através da simulação do modelo ou de forma analítica. Se o modelo GSPN for *k-limitado* e *live*, a cadeia de Markov (MC) associada a ele será ergódica e as métricas poderão ser

computadas no regime estacionário através da matriz de transições da MC. Uma limitação desta abordagem é que mesmo a MC sendo ergódica, como ela se baseia nos estados do sistema, a sua análise pode não ser computacionalmente viável. Nestes casos, pode-se recorrer, por exemplo, à simulação da GSPN.

Conforme demonstrado na Seção 4.3, apesar dos modelos básicos propostos não possuírem algumas propriedades importantes, os modelos resultantes da composição destes componentes são cobertos por invariantes de lugar (L-invariantes) e de transição (T-invariantes). Com isso, garante-se que os modelos gerados a partir dos componentes propostos serão *k-limitados* e *live*. Logo, as métricas avaliadas com base nestes modelos poderão ser computadas a partir da MC ergódica associada à GSPN. Note que com uma abordagem *ad-hoc*, ou mesmo componentes que não assegurassem os invariantes da GSPN resultante, poderia não ser possível aferir as métricas a partir da MC.

A *Stochastic Logistics Optimizer Tool* (SLOT) foi implementada visando agilizar o processo de modelagem e evitar possíveis falhas humanas neste processo. Esta ferramenta permite que se obtenha o modelo GSPN que representa a cadeia de suprimentos a partir de uma representação de alto nível. O SLOT foi desenvolvido como uma série de *plug-ins* do Eclipse e integrado ao TimeNET. Esta integração foi realizada para permitir que os modelos criados no SLOT fossem analisados diretamente no TimeNET. Com isso, foi possível evitar o desenvolvimento de métodos de análise já implementados, e consolidados, por outras ferramentas.

A arquitetura do Eclipse é completamente baseada em *plug-ins*, permitindo que se insira nesta ferramenta novas funcionalidades de maneira independente. Ou seja, pode-se incluir um novo *plug-in* que contribua com uma nova funcionalidade, sem que se precise alterar, ou mesmo alterar o comportamento, dos *plug-ins* já existentes no Eclipse. A decisão de implementar o SLOT como uma série de *plug-ins* do Eclipse, permitiu que os componentes responsáveis pela modelagem em alto-nível e pela integração com o TimeNET fossem implementados de maneira independente. Vale frisar que esta decisão conferiu ao próprio SLOT a extensibilidade do Eclipse, permitindo que novos componentes sejam criados posteriormente para, por exemplo, integrar o SLOT a outras ferramentas que suportem a análise de GSPNs.

Uma metodologia para auxiliar o processo de avaliação de desempenho da logística de distribuição também foi apresentada. Esta metodologia é composta de uma série de atividades que envolvem desde a identificação do problema e modelagem de alto nível, até a geração e análise do modelo GSPN. Devido à utilização das GSPNs como ferramenta

de modelagem e análise, é possível aferir as métricas de maneira probabilística. Por exemplo, pode-se cotejar a probabilidade de um produtor não conseguir atender um pedido devido à falta de estoque, indicando seu nível de serviço. Nesta metodologia também são apresentadas algumas considerações relevantes no que cerne ao tratamento estatístico dos dados que serão utilizados nos modelos. A utilização da lei de Pareto, por exemplo, permite que se visualize os clientes que possuem maior participação sobre as vendas da empresa avaliada.

Com o intuito de validar os modelos propostos, foi realizado um estudo de caso com o *Jogo da Cerveja*, desenvolvido pelo MIT na década de sessenta. Este jogo é bastante utilizado para ensinar o *efeito chicote* nas cadeias de suprimento. Uma cadeia de suprimentos simples com uma fábrica, um distribuidor, um atacadista e um varejista, enfrenta uma demanda externa, e o objetivo é otimizar os estoques das instalações da cadeia de suprimentos. Os modelos propostos foram capazes de representar este jogo de maneira bastante eficaz, apresentando um erro médio inferior a 4% nos estoques destas instalações. Um teste T-emparelhado foi realizado para comprovar que os resultados obtidos a partir dos modelos propostos foram estatisticamente equivalentes aos valores aferidos no sistema real.

A metodologia proposta também foi aplicada na São Mateus Frigorífico, uma indústria brasileira de embutidos. O estudo de caso realizado com um dos tipos de veículos desta empresa mostrou que seria possível realizar uma redução de 16% destes veículos, ou ainda, aumentar as vendas em até 20%. Em ambos cenários, o nível de serviço prestado pela indústria permaneceria próximo aos 98%. Este estudo de caso serviu de suporte para que esta empresa tomasse decisões quanto à otimização de sua frota.

Como trabalhos futuros, pode-se incluir a representação de falhas nos modelos. Estas falhas podem ocorrer em diversos pontos da cadeia de suprimentos. O não atendimento dos pedidos em um limite máximo de tempo, a entrega de produtos errados, ou quebra de veículos e máquinas na produção, são exemplos de falhas que podem ocorrer em uma cadeia de suprimentos.

A extensão dos modelos propostos visando avaliar a logística de suprimentos também pode ser realizada posteriormente. Com isso, todo o fluxo de produtos e informação existente na cadeia de suprimentos seria contemplado pelos modelos, permitindo a avaliação dos estoques de matérias-primas e a modelagem e análise da montagem/produção dos produtos acabados. Com isso, a política de estoque *Assembly-to-Order* (ATO) poderá ser analisada. Nesta política, a instalação responsável pela montagem do produto

mantém um estoque de produtos semi-acabados e o produto final é montado quando se recebe uma solicitação do cliente.

Também pretende-se avaliar políticas de estoque híbridas considerando diferentes tipos de produtos. Na prática, esta estratégia pode reduzir custos, otimizando o controle de estoques. Além disso, muitas vezes se faz necessário diferenciar os produtos fabricados pela empresa, seja devido à sua participação nas vendas totais, ou devido a necessidades específicas quanto ao seu armazenamento. Produtos com alta perecibilidade, por exemplo, não podem ser armazenados durante muito tempo, enquanto produtos não perecíveis podem permanecer em estoque durante bastante tempo.

Na distribuição intermodal o transporte dos produtos é realizado utilizando-se mais de uma modal de transporte, por exemplo, através de rodovias e ferrovias [Bal04]. Esta estratégia de distribuição vem sendo cada vez mais utilizada na prática devido às reduções nos custos e melhoria na qualidade de serviço que ela pode oferecer. A definição de métricas específicas para a avaliação deste tipo de distribuição, além da criação de modelos capazes de representar os diferentes modais de transporte e sua integração podem ser criados em trabalhos futuros.

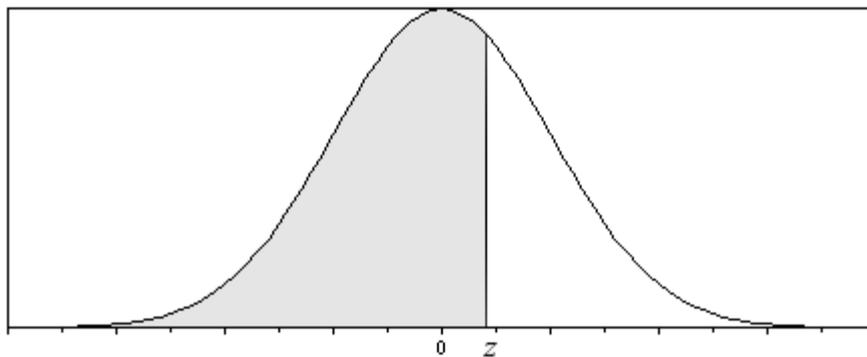
A logística reversa [FBRD⁺97] vem atraindo cada vez mais a atenção das empresas, principalmente devido à preocupação cada vez mais evidente com o meio ambiente. Alguns países já atribuem aos fabricantes a responsabilidade sobre o destino de seus produtos após o seu consumo. Assim, o fluxo de produtos no sentido do consumidor para a fábrica também poderá vir a ser analisado em trabalhos futuros.

A metodologia proposta bem como a ferramenta SLOT, apresentadas neste trabalho, também podem ser extendidas visando contemplar os trabalhos futuros citados acima. A integração do SLOT com outras ferramentas para análise de redes de Petri também pode ser implementada posteriormente. Ademais, pretende-se construir um editor para GSPNs integrado ao SLOT, de forma a permitir que os modelos GSPN criados possam ser visualizados no próprio ambiente. Outrossim, extensões como a criação de relatórios das métricas obtidas podem ser desenvolvidas e inseridas no ambiente do SLOT em trabalhos futuros.

APÊNDICE A

TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA

A entrada da tabela é a proporção de área da curva, de 0 a um valor positivo z . Para encontrar a área de um z negativo, subtrair o valor tabelado de 1. Esta tabela também pode ser utilizada para se encontrar o z a partir de um percentual x . Para isso, deve-se encontrar o z para o valor tabelado mais próximo de x . Por exemplo, se $x = 67,1\%$, então, pela tabela, $z = 0,44$, e vice-versa.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [AML07a] G. Alves, P. Maciel, and R. Lima. A GSPN Based Approach to Evaluate Outbound Logistics. In *Proc. SMC 2007; 2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, October 7-10, 2007, Montréal, Canada, 2007*.
- [AML07b] G. Alves, P. Maciel, and R. Lima. Evaluating Supply Chains with Stochastic Models. In *Proc. SOLI 2007; 2007 IEEE/INFORMS International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics, August 27-29, 2007, Philadelphia, USA, 2007*.
- [AML07c] G. Alves, P. Maciel, and R. Lima. Modeling and Evaluation of Supply Chains with GSPN Components. In *Proc. Valuetools 2007; Second International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools, October 23-25, 2007, Nantes, France, 2007*.
- [AN00] A. C. Alvarenga and A. G. N. Novaes. *Logística Aplicada - Suprimento e Distribuição Física*. Editora Edgard Blücher Ltda., 3 edition, 2000.
- [ASMS04] F. S. Arbache, A. G. Santos, C. Montenegro, and W. F. Salles. *Gestão de logística, distribuição e trade marketing*. Marketing. FGV, 2004.
- [Bal01] G. Balbo. Introduction to Stochastic Petri Nets. *LNCS 2090*, pages 84–pp, 2001.
- [Bal04] R. H. Ballou. *Business Logistics/Supply Chain Management*. Pearson Education, Inc., 5 edition, 2004.
- [BBG⁺63] J. W. Backus, F. L. Bauer, J. Green, C. Katz, J. McCarthy, A. J. Perlis, H. Rutishauser, K. Samelson, B. Vauquois, J. H. Wegstein, A. van Wijngaarden, and M. Woodger. Revised report on the algorithm language ALGOL 60. *Communications of the ACM*, 6(1):1–17, 1963.

- [Bea98] B. M. Beamon. Supply chain design and analysis: Models and methods. *International Journal of Production Economics*, 55(3):281–294, August 1998.
- [Bea99] B. M. Beamon. Measuring supply chain performance. *International Journal of Operations & Production Management*, 19(3):275–292, March 1999.
- [Ber86] G. Berthelot. Checking properties of nets using transformation. In *Advances in Petri Nets 1985, covers the 6th European Workshop on Applications and Theory in Petri Nets-selected papers*, pages 19–40. Springer-Verlag, 1986.
- [BGdMT06] G. Bolch, S. Greiner, H. de Meer, and K. S. Trivedi. *Queueing Networks and Markov Chains: Modeling and Performance Evaluation with Computer Science Applications*. John Wiley and Sons, New York, NY, USA, 2 edition, 2006.
- [BSM⁺03] F. Budinsky, D. Steinberg, E. Merks, R. Ellersick, and T. J. Grose. *Eclipse Modeling Framework*. Addison-Wesley Professional, 2003.
- [CAC02] H. Chen, L. Amodeo, and F. Chu. Batch Deterministic and Stochastic Petri Nets: A Tool for Modeling and Performance Evaluation of Supply Chain. In *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, 2002.
- [CACL05] H. Chen, L. Amodeo, F. Chu, and K. Labadi. Modeling and performance evaluation of supply chains using batch deterministic and stochastic petri nets. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2(2):132–144, 2005.
- [CDFH90] G. Chiola, C. Dutheillet, G. Franceschinis, and S. Haddad. *Stochastic Well-Formed Coloured Nets and Multiprocessor Modelling Applications*. Number 90–41. Universite Paris, Institut Blaise Pascal Rapport MASI, 1990.
- [CDFH93] G. Chiola, C. Dutheillet, G. Franceschinis, and S. Haddad. Stochastic Well-Formed Colored Nets and Symmetric Modeling Applications. *IEEE Transactions on Computers*, Volume 42, Issue 11, pages 1343–1360, 1993.

- [CFGR95] G. Chiola, G. Franceschinis, R. Gaeta, and M. Ribaud. GreatSPN 1.7: graphical editor and analyzer for timed and stochastic Petri nets. *Performance Evaluation*, 24(1-2):47–68, 1995.
- [CFM01] J. V. Caixeta-Filho and R. S. Martins. *Gestão Logística do Transporte de Cargas*. Atlas S.A., 1 edition, 2001.
- [Cia94] G. Ciardo. Petri nets with marking-dependent arc cardinality: properties and analysis. *Lecture Notes in Computer Science*, 815:179–??, 1994.
- [CM00] G. Ciardo and A. S. Miner. Structural approaches for SPN analysis. In *Proc. High Performance Computing (HPC'2000); 2000 Advanced Simulation Technologies Conference, 16-20 April 2000, Washington, DC*, pages 345–356, 2000.
- [Cou] Supply-Chain Council. SCOR 8.0 Overview Booklet.
- [CR06] E. Clayberg and D. Rubel. *Eclipse: Building Commercial-Quality Plugins*. Addison-Wesley Professional, 2 edition, 2006.
- [CSC] CSCMP - Council of Supply Chain Management Professionals. <http://www.cscmp.org>. acesso em 05 de julho de 2007.
- [DAJ94] A. A. Desrochers and R. Y. Al-Jaar. *Applications of Petri Nets in Manufacturing Systems: Modeling, Control, and Performance Analysis*. Institute of Electrical & Electronics Engineer, 1994.
- [FBRD⁺97] M. Fleischmann, J. M. Bloemhof-Ruwaard, R. Dekker, E. van der Laan, J. A. E. E. van Nunen, and L. N van Wassenhove. Quantitative models for reverse logistics: A review. *European Journal of Operational Research*, 103:1–17, 1997.
- [FK99] A. Federgruen and Z. Katalan. The Impact of Adding a Make-To-Order Item to a Make-To-Stock Production System. *Manage. Sci.*, 45(7):980–994, 1999.
- [FN82] Gerard Florin and Stéphane Natkin. Evaluation Based upon Stochastic Petri Nets of the Maximum Throughput of a Full Duplex Protocol. In *Selected Papers from the First and the Second European Workshop on*

- Application and Theory of Petri Nets*, pages 280–288, London, UK, 1982. Springer-Verlag.
- [GB03] E. Gamma and K. Beck. *Contributing to Eclipse: Principles, Patterns, and Plug-Ins*. Addison-Wesley Professional, 2003.
- [GH85] D. Gross and D. M. Harris. *Fundamentals of queueing theory*. John Wiley and Sons, New York, NY, USA, 2 edition, 1985.
- [GHJV95] E. Gamma, R. Helm, R. Johnson, and J. Vlissides. *Design Patterns: Elements of Reusable Object-Oriented Software*. Addison-Wesley Professional, 1995.
- [GKZH94] R. German, C. Kelling, A. Zimmermann, and G. Hommel. TimeNET A toolkit for evaluating nonmarkovian stochastic Petri nets. Technical Report 19, Technische Universität Berlin, 1994.
- [GMFa] GMF Constraints. http://wiki.eclipse.org/index.php/GMF_Constraints. acesso em 25 de junho de 2007.
- [GMFb] GMF Tutorial. http://wiki.eclipse.org/index.php/GMF_Tutorial. acesso em 25 de junho de 2007.
- [GMMP91] C. Ghezzi, D. Mandrioli, S. Morasca, and M. Pezzè. A Unified High-Level Petri Net Formalism for Time-Critical Systems. *IEEE Trans. Softw. Eng.*, 17(2):160–172, 1991.
- [GRS96] W.R. Gilks, S. Richardson, and D.J. Spiegelhalter. *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. Chapman & Hall, 1996.
- [GV95] C. Girault and R. Valk. *Petri Nets for Systems Engineering: A Guide to Modeling, Verification and Applications*. Springer-Verlag, 1995.
- [Hen94] R. Henkoff. Delivering goods. *Fortune*, 11 1994. pág. 64-78.
- [HTT00] C. Hirel, B. Tuffin, and K. S. Trivedi. SPNP: Stochastic Petri Nets. Version 6.0. volume 1786, pages 354–pp. Springer Verlag, 2000.

- [Jen91] K. Jensen. Coloured Petri Nets: A High Level Language for System Design and Analysis. *LNCS; Advances in Petri Nets 1990*, 483:342–416, 1991. NewsletterInfo: 39.
- [Jen97] K. Jensen. *Coloured Petri Nets. Basic Concepts, Analysis Methods and Practical Use*, volume 1, Basic Concepts. Springer-Verlag, 1997.
- [KK05] P. Kotler and K. L. Keller. *Marketing Management*. Prentice Hall, 12 edition, 2005.
- [KS03] J. P. C. Kleijnen and M. T. Smits. Performance metrics in supply chain management. *Journal of the Operational Research Society*, 55(5):507–514, 2003.
- [Li92] L. Li. The role of inventory in delivery-time competition. *Manage. Sci.*, 38(2):182–197, 1992.
- [Lia99] S. Liang. *The Java Native Interface: Programmer’s Guide and Specification*. Addison-Wesley Professional, 1999.
- [LPW97] H. L. Lee, V. Padmanabhan, and S. Whang. The Bullwhip Effect in Supply Chain. *Sloan Management Review*, 38(3), 1997.
- [Mar90] M. A. Marsan. Stochastic Petri nets: an elementary introduction. *Advances in Petri nets 1989*, pages 1–29, 1990.
- [MBC⁺95] M. A. Marsan, G. Balbo, G. Conte, S. Donatelli, and G. Franceschinis. *Modelling with Generalized Stochastic Petri Nets*. John Wiley and Sons, 1995.
- [MBD98] M. Marsan, A. Bobbio, and D. Donatelli. Petri Nets in Performance Analysis: An Introduction. *LNCS: Lectures on Petri Nets I: Basic Models*, 1491:211–256, June 1998.
- [MBS98] J. T. McClave, P. G. Benson, and T. Sincich. *A First Course in Business Statistics*. Prentice Hall, 7 edition, 1998.
- [MC87] M. A. Marsan and G. Chiola. On Petri nets with deterministic and exponentially distributed firing times. In *7th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets*, pages 132–145. Springer-Verlag, 1987.

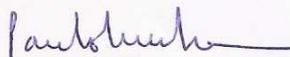
- [MCB84] M. A. Marsan, G. Conte, and G. Balbo. A Class of Generalized Stochastic Petri Nets for the Performance Evaluation of Multiprocessor Systems. 2(2):93–122, May 1984.
- [MCF01] R. S. Martins and J. V. Caixeta-Filho. Evolução Histórica da Gestão Logística do Transporte de Cargas. In *Gestão Logística do Transporte de Cargas*, chapter 9. Atlas S.A., 1 edition, 2001.
- [MDG⁺04] B. Moore, D. Dean, A. Gerber, G. Wagenknecht, and P. Vanderheyden. *Eclipse Development using the Graphical Editing Framework and the Eclipse Modeling Framework*. IBM.Com/Redbooks, 2004.
- [MF76] P. M. Merlin and D. J. Farber. Recoverability of communication protocols: Implications of a theoretical study. In *IEEE Transactions on Communications*, volume 24, pages 1036–1043, September 1976.
- [MLC96] P. Maciel, R. Lins, and P. Cunha. *Introdução às Redes de Petri e Aplicações*. Campinas - SP: Sociedade Brasileira de Computação, 1996.
- [MMR01] A. B. F. C. Monteiro, W. C. Martins, and F. H. Rodrigues. O Processo de Decisão do Modal no Transporte de Carga. In *Gestão Logística do Transporte de Cargas*, chapter 9. Atlas S.A., 1 edition, 2001.
- [MNPV04] D. Makajic-Nikolic, B. Panic, and M. Vujosevic. Bullwhip Effect and Supply Chain Modelling and Analysis using CPN Tools. In *5th Workshop and Tutorial on Practical Use of Coloured Petri Nets and the CPN Tools*, 2004.
- [Mol81] M. K. Molloy. *On the Integration of Delay and Throughput Measures in Distributed Processing Models*. PhD thesis, UCLA, 1981.
- [MR93] M. Malhotra and A. Reibman. Selecting and Implementing Phase Approximations for Semi-Markov Models. In *Communications in Statistics: Stochastic Models*, volume 9, pages 473–506, 1993.
- [MR03] D. C. Montgomery and G. C. Runger. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 edition, 2003.

- [MTH90] Robin Milner, Mads Tofte, and Robert Harper. *The Definition of Standard ML*. MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1990.
- [Mur89] T. Murata. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. *Proc. IEEE*, 77(4):541–580, April 1989.
- [NB07] Y. Narahari and S. Biswas. *Performance Measures and Performance Models for Supply Chain Decision Making*, chapter 7. University Book Series. ICFAI (Institute of Chartered Financial Analysts of India), 2007.
- [Obj05] Object Management Group (OMG). *MOF 2.0/XMI Mapping Specification, v2.1*, september 2005.
- [Obj06a] Object Management Group (OMG). *Object Constraint Language, v2.0*, may 2006.
- [Obj06b] Object Management Group (OMG). *UML Infrastructure Specification, v2.1.1*, may 2006.
- [Obj06c] Object Management Group (OMG). *UML Superstructure Specification, v2.1.1*, may 2006.
- [Pet62] C. A. Petri. *Kommunikation mit Automaten*. PhD thesis, Bonn: Institut für Instrumentelle Mathematik, Schriften des IIM Nr. 2, 1962.
- [Pet07] Peter Drucker. <http://www.peter-drucker.com>, 2007. acesso em 25 de junho de 2007.
- [Raj02] S. Rajagopalan. Make to Order or Make to Stock: Model and Application. *Manage. Sci.*, 48(2):241–256, 2002.
- [Ram94] C. Ramchandani. *Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets*. PhD thesis, MIT, Cambridge, MA, 1994.
- [Ric06] C. Richardson. *POJOs in Action: Developing Enterprise Applications with Lightweight Frameworks*. Manning Publications, 2006.
- [RR05] N. R. S. Raghavan and Debjit Roy. A Stochastic Petri Net Approach for Inventory Rationing in Multi-Echelon Supply Chains. *Journal of Heuristics*, 11(5-6):421–446, 2005.

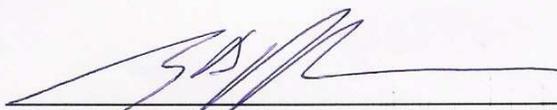
- [Sif77] J. Sifakis. Use of Petri Nets for Performance Evaluation. In *Proc. 3rd Intl. Symposium on Modeling and Evaluation*, pages 75–93. IFIP, 1977.
- [SLKSL00] D. Simchi-Levi, P. Kaminsky, and E. Simchi-Levi. *Designing and managing the supply chain: concepts, strategies and case studies*. The McGraw-Hill Companies, Inc., 2000.
- [SvDG02] C. A. Soman, D. P. van Donk, and G. Gaalman. Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system. Technical report, University of Groningen, Research Institute SOM (Systems, Organisations and Management), 2002.
- [Tri01] K. S. Trivedi. *Probability and Statistics with Reliability, Queuing, and Computer Science Applications*. John Wiley and Sons, 2 edition, 2001.
- [Val79] R. Valette. Analysis of Petri Nets by Stepwise Refinements. *Journal of Computer and System Sciences*, 18:35–46, 1979.
- [Val98] A. Valmari. The State Explosion Problem. *LNCS: Lectures on Petri Nets I: Basic Models*, 1491:429–528, June 1998.
- [vdA92] W. M. P. van der Aalst. *Timed coloured Petri nets and their application to logistics*. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, 1992.
- [vdA98] W. M. P. van der Aalst. The Application of Petri Nets to Workflow Management. *The Journal of Circuits, Systems and Computers*, 8(1):21–66, 1998.
- [vdAtH05] W. M. P. van der Aalst and A. H. M. ter Hofstede. YAWL: yet another workflow language. *Inf. Syst.*, 30(4):245–275, 2005.
- [vdAvHH94] W. M. P. van der Aalst, K. M. van Hee, and G. J. Houben. Modelling and analysing workflow using a Petri-net based approach. In G. De Michelis, C. Ellis, and G. Memmi, editors, *Proceedings of the second Workshop on Computer-Supported Cooperative Work, Petri nets and related formalisms*, pages 31–50, 1994.

- [vdAW91] W. M. P. van der Aalst and A.W. Waltmans. Modelling logistic systems with ExSpect. In H. G. Sol and K. M. van Hee, editors, *Dynamic Modeling of Information Systems*, pages 269–288. Elsevier Science Publishers, Amsterdam, 1991.
- [vHSVvdW05] K. van Hee, N. Sidorova, M. Voorhoeve, and J. van der Woude. Information Systems Architecture a practical and mathematical approach. Technical report, Technical University in Eindhoven, 2005.
- [VR00] N. Viswanadham and N. R. S. Raghavan. Performance analysis and design of supply chains: a Petri net approach. *Journal of Operations Research Society*, pages 1158–1169, 2000.
- [W3C04] W3C. *XML Schema Part 0: Primer Second Edition*, october 2004.
- [WDF85] C. Y. Wong, Tharam S. Dillon, and Kevin E. Forward. Timed Places Petri Nets with Stochastic Representation of Place Time. In *International Workshop on Timed Petri Nets*, pages 96–103, Washington, DC, USA, 1985. IEEE Computer Society.
- [Zim94] A. Zimmermann. A Modeling Method for Flexible Manufacturing Systems based on Colored Petri Nets. In *Proc. Int. Workshop on New Directions in Control and Manufacturing, Hong Kong*, pages 147–154, 1994.
- [Zim01a] A. Zimmermann. *TimeNET 3.0 User manual - A Software Tool for the Performability Evaluation with Stochastic Petri Nets*. Performance Evaluation Group, TU Berlin, june 2001.
- [Zim01b] A. Zimmermann. *TimeNET 3.0 User manual - A Software Tool for the Performability Evaluation with Stochastic Petri Nets*. Performance Evaluation Group, TU Berlin, june 2001.
- [Zub80] W. M. Zuberek. Timed Petri nets and preliminary performance evaluation. In *ISCA '80: Proceedings of the 7th annual symposium on Computer Architecture*, pages 88–96, New York, NY, USA, 1980. ACM Press.

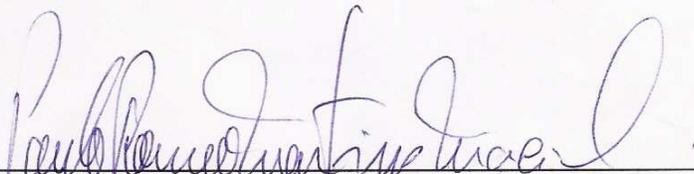
Dissertação de Mestrado apresentada por **Gabriel de Alves de Albuquerque Junior** à Pós-Graduação em Ciência da Computação do Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco, sob o título "**Avaliação de Desempenho de Cadeias de Suprimentos Utilizando Componentes GSPN**", orientada pelo **Prof. Paulo Romero Martins Maciel** e aprovada pela Banca Examinadora formada pelos professores:



Prof. Paulo Roberto Freire Cunha
Centro de Informática / UFPE

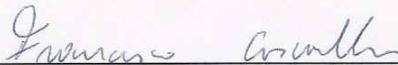


Prof. Luiz Affonso Henderson Guedes de Oliveira
Departamento de Engenharia de Computação e Automação/UFRN



Prof. Paulo Romero Martins Maciel
Centro de Informática / UFPE

Visto e permitida a impressão.
Recife, 31 de agosto de 2007.



Prof. FRANCISCO DE ASSIS TENÓRIO DE CARVALHO
Coordenador da Pós-Graduação em Ciência da Computação do
Centro de Informática da Universidade Federal de Pernambuco.